

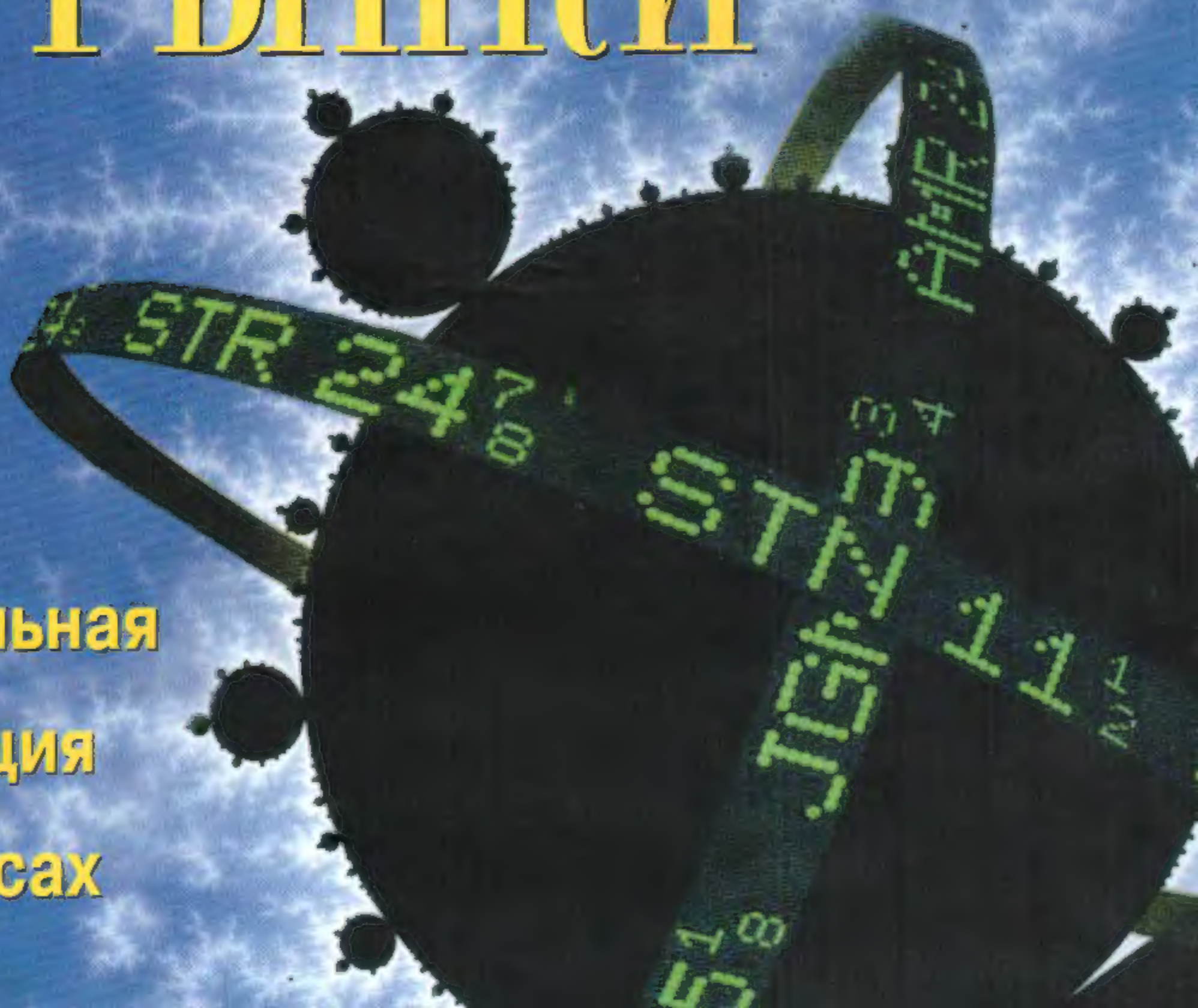
**БЕНУА МАНДЕЛЬБРОТ**

АВТОР КНИГИ ФРАКТАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ ПРИРОДЫ

**и РИЧАРД Л. ХАДСОН**

**(НЕ)  
ПОСЛУШНЫЕ  
РЫНКИ**

**Фрактальная  
революция  
в финансах**





# The (mis)Behavior of Markets

A Fractal View of Risk,  
Ruin, and Reward

**Benoit B. Mandelbrot  
and Richard L. Hudson**



A Member of the Perseus Books Group  
New York



# **(Не)послушные рынки**

**Фрактальная революция  
в финансах**

**Бенуа Мандельброт  
и Ричард Л. Хадсон**



**Москва • Санкт-Петербург • Киев  
2006**



ББК (В)22,176+(У)65.261  
М23  
УДК 330.43

Издательский дом "Вильямс"  
Зав. редакцией Н.М. Макарова  
Перевод с английского и редакция А.Ю. Заякина

По общим вопросам обращайтесь  
в Издательский дом "Вильямс" по адресам:  
info@williamspublishing.com, http://www.williamspublishing.com  
115419, Москва, а/я 783; 03150, Киев, а/я 152

Мандельброт, Бенуа, Хадсон, Ричард Л.

М23 (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах.: Пер. с англ. — М.: Издательский дом "Вильямс", 2006. — 400 с. : ил. — Парал. тит. англ.

ISBN 5-8459-0922-8 (рус.)

В своей очередной книге плодотворный автор знаменитой *Фрактальной геометрии природы* (1982 год) Бенуа Мандельброт вновь подрывает устои. На сей раз — современной финансовой теории, той самой, которую преподают в самых престижных школах бизнеса мира и на которой построена глобальная финансовая система. Это совершенно новый, революционный взгляд на финансы, могущий перевернуть наши представления о них с ног на голову. В книге показано, как применимы авторские концепции самоповторения в масштабе, долгосрочной зависимости, бурной случайности, мультифрактального анализа и многие другие к миру бизнеса. Очевидно, *(Не)послушные рынки* просто обязаны прочесть все, кто имеет отношение к финансам, бизнесу, производству. Но не только: любой человек, интересующийся тем, как устроен наш мир, насколько он упорядочен или хаотичен, надежен или опасен, после прочтения книги посмотрит вокруг себя другими глазами. *(Не)послушные рынки* — книга научно-популярная, совершенно не перегруженная математическими выкладками. О глобальных, мировоззренческих вещах рассказано чрезвычайно увлекательно, просто, с изрядной долей юмора.

ББК (В)22,176+(У)65.261

Все права защищены. Никакая часть настоящего издания ни в каких целях не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, если на это нет письменного разрешения издательства Basic Books.

All rights reserved. No part of this book may be used or reproduced in any manner whatsoever without written permission except in the case of brief quotations embodied in critical articles and reviews.

Russian language edition published by Williams Publishing House according to the Agreement with R&I Enterprises International, Copyright © 2006.

Authorized translation from English language edition published by Basic Books, a Member of the Perseus Books Group, Copyright © 2006.

ISBN 5-8459-0922-8 (рус.)  
ISBN 0-1300-9717-9 (англ.)

© Издательский дом "Вильямс", 2006  
© Benoit B. Mandelbrot, 2004



# Оглавление

## Часть I. Старый путь

Глава 1. Риск, разрушение и вознаграждение	33
Глава 2. Подбрасывать монету или пускать стрелу	59
Глава 3. Башелье и его наследие	79
Глава 4. Здание современных финансов	95
Глава 5. Дело против современной теории финансов	117
Дополнение к главе 5. Графический очерк. Примеры аномального	127

## Часть II. Новый путь

Глава 6. Турбулентные рынки. Предварительный обзор	151
Глава 7. Изучение неровности. Фрактальный букварь	163
Дополнение к главе 7. Графический очерк. Фрактальная галерея	173
Глава 8. Хлопковое дело	187
Глава 9. Долгая память. От Нила до рынка	217
Глава 10. Ной, Иосиф и рыночные “пузыри”	243
Глава 11. Мультифрактальная природа торгового времени	253

## Часть III. Путь в будущее

Глава 12. Десять еретических утверждений о финансах	273
Глава 13. В лаборатории	305
Приложение 1. Примечания	331
Приложение 2. Литература	361
Предметный указатель	379







# Содержание

<i>Предисловие. Знакомство с “научным диссидентом”</i>	19
--	----

## *Часть I.* **Старый путь**

<b>Глава 1. Риск, разрушение и вознаграждение</b>	33
Исследование риска	38
Сила степенных законов	45
Игра случая	48
Правило 1. Рынки рискованны	52
Правило 2. Беда не приходит одна	53
Правило 3. Рынки имеют индивидуальность	53
Правило 4. Рынки вводят в заблуждение	54
Правило 5. Рыночное время относительно	54
<b>Глава 2. Подбрасывать монету или пускать стрелу</b>	59
Роль случая в финансовом деле	61
Простой или сложный случай	65
“Мягкая” форма случайности	68
Стрельба из лука вслепую	73
Назад к финансам	77
<b>Глава 3. Башелье и его наследие</b>	79
“Не орел”	83
Финансы как подбрасывание монеты	86
Эффективный рынок	90
<b>Глава 4. Здание современных финансов</b>	95
Марковиц: что такое риск	97
Шарп: сколько стоит актив	103
Формула Блэка–Шоулза: сколько стоит риск	108
Уолл-стрит учится новому	114



<b>Глава 5. Дело против современной теории финансов</b>	<b>117</b>
Шаткие предположения	121
Предположение 1. Люди рациональны и стремятся только разбогатеть	122
Теория	122
Действительность	122
Предположение 2. Все инвесторы одинаковы	123
Теория	123
Действительность	123
Предположение 3. Цена меняется практически непрерывно	124
Теория	124
Действительность	125
Предположение 4. Изменения цен подобны броуновскому движению	126
Теория	126
Действительность	126
<b>Дополнение к главе 5. Графический очерк.</b>	
Примеры аномального	127
Улики	134
Товары	134
Акции	135
Валюты	136
Зависимость	136
Работает ли стандартная модель	140
Живучесть ошибочных представлений	143

## **Часть II.**

## **Новый путь**

<b>Глава 6. Турбулентные рынки. Предварительный обзор</b>	<b>151</b>
Турбулентные торги	153
Карикатурная модель Броуна–Башелье	157
Обзор лучше подогнанных карикатур	161



<b>Глава 7. Изучение неровности. Фрактальный букварь</b>	163
Правила неровности	164
Измерение неровности	169
<b>Дополнение к главе 7. Графический очерк. Фрактальная галерея</b>	173
<b>Глава 8. Хлопковое дело</b>	187
Ключ № 1. Неожиданный степенной закон	190
Ключ № 2. Первые степенные законы в экономике	193
Ключ № 3. Законы исключительного шанса	200
Хлопковое дело. Считать закрытым	203
Развязка	207
Смысл хлопкового дела	210
“Длинные хвосты” в иллюстрациях	213
<b>Глава 9. Долгая память. От Нила до рынка</b>	217
Абу-Нил	219
Отец Время	225
Случайное блуждание	231
Непростой путь параметра $H$	234
Долгосрочная зависимость в иллюстрациях	239
<b>Глава 10. Ной, Иосиф и рыночные “пузыри”</b>	243
Пришелец на рынке	244
Две дуальные формы бурной изменчивости	246
Веская причина для “пузырей”	249
<b>Глава 11. Мультифрактальная природа торгового времени</b>	253
Последние карикатуры	255
Мультифрактальное время	258
От карикатур к мультифрактальной модели	262
Практическое использование модели	268



### **Часть III.**

#### **Путь в будущее**

<b>Глава 12. Десять еретических утверждений о финансах</b>	<b>273</b>
1. Рынки турбулентны	275
2. Рынки очень и очень рискованны — намного рискованнее, чем гласит стандартная теория	278
3. На рынке очень важно действовать “в нужное время”. Крупные выигрыши и потери сконцентрированы на небольших отрезках времени	282
4. Цены часто меняются скачками, а не плавно. Это еще больше повышает риск	284
5. Рынки живут по гибкому времени	288
6. Рынки одинаковы везде и во все времена	290
7. Рынкам присуща внутренняя неопределенность, поэтому “пузыри” неизбежны	292
8. Рынки обманчивы	294
9. Прогнозирование цены — путь к краху, но можно оценивать вероятность будущей неустойчивости	297
10. На финансовых рынках понятие “стоимость” недорого стоит	299
<b>Глава 13. В лаборатории</b>	<b>305</b>
Задача 1. Анализ инвестиций	314
Задача 2. Формирование инвестиционного портфеля	318
Задача 3. Оценка опционов	321
Задача 4. Управление риском	325
К оружию!	328
<b>Приложение 1. Примечания</b>	<b>331</b>
<b>Приложение 2. Литература</b>	<b>361</b>
<b>Предметный указатель</b>	<b>379</b>



# Обращение к просвещенному читателю

Три состояния материи — твердое, жидкое и газообразное — известны уже давно. Из математического аппарата фрактальной геометрии вытекает аналогичное различие между тремя состояниями случайности — мягкая, медленная и бурная. Традиционная финансовая теория исходит из предположения, что колебания цен можно смоделировать случайными процессами, которые, по существу, имеют простейшую, “мягкую” структуру, как если бы каждая подвижка вверх или вниз определялась подбрасыванием монеты. Однако фракталы показывают — и это описано в данной книге, — что стандартные, реальные цены ведут себя крайне аномально. Более точная, мультифрактальная, модель бурных колебаний цен ведет к новой и более надежной финансовой теории.

Понимание фрактальной бурной случайности, примерами которой служат такие различные явления, как турбулентный поток, электрический фликер-шум и движение цены акций или облигаций, не принесет инвестору личного благосостояния. Но только фрактальное видение рынка позволяет оценить высокую вероятность катастрофических ценовых изменений. В настоящей книге такое видение представлено в очень личном стиле и сопровождается большим количеством иллюстраций, а основной текст не перегружен математическими формулами.









Посвящаем эту книгу  
пяти дорогим нам женщинам:

*Алиет, Диане, Луизе, Кларе и Руфи*







# Слова благодарности

Не существует книг, созданных усилиями только одного человека. В создании данной книги важную роль сыграли помощь и поддержка многих людей. Это слова глубокой благодарности им всем.

Успех и само выживание в высокорискованном деле часто служат наградой за выбор правильного момента времени. Именно так профессор Мандельброт неоднократно избегал поражения на своем пути к фракталам. Он считает себя в большом долгу перед Исследовательским центром Томаса Дж. Уотсона компании *IBM*, бывшим на протяжении 35 лет уникальной надежной гаванью для первопроходцев, занятых исследованиями, которые считаются важными для науки и общества, но, несмотря на это, получают мало поддержки. Назвать поименно всех коллег, помогавших профессору Мандельброту, невозможно. Особого упоминания достоин Ральф Э. Гомори, под руководством которого Мандельброту повезло работать на протяжении большей части его карьеры в *IBM*. После ухода из этой компании Мандельброт стал сотрудником математического факультета Йельского университета, за что благодарен Рональду Р. Койфману и Питеру У. Джоунсу, предоставившим ему новую надежную гавань. Чрезвычайно активное участие в карьере Бенуа Мандельброта все эти годы принимала Алиет К. Мандельброт; она поддерживала его мудрыми советами и неугасаемым энтузиазмом.



Со своей стороны, Ричард Л. Хадсон хотел бы поблагодарить всех, кто по долгу службы или по личным убеждениям поддерживал его собственные скромные исследования риска. В Лювенском католическом университете (Бельгия) декан Филипп Абрахам и профессор Пауль де Грауве с факультета экономики и прикладной экономики оказали Хадсону жизненно важную дружескую поддержку, когда ему предложили работать над этой книгой в качестве приглашенного стипендиата. В газете *Wall Street Journal*, где работает Хадсон, его поддерживал коллега и друг Фредерик С. Кемпе, а Пауль Э. Стайгер и Карен Эллиот Хаус любезно предоставили ему отпуск на время работы над книгой. Дома Хадсону неоценимую поддержку оказывала Диана М. Фрескес. Она просматривала и корректировала отдельные части книги, терпеливо расшифровывала диктофонные записи дискуссий между соавторами и, как всегда, служила опорой в трудные моменты, была мудрым и верным товарищем.

За иллюстративный материал мы благодарны М. Граскину, Г. Канцеру и М. Логану.



# Благодарность издательства

Издательский дом “Вильямс” благодарит Андрея Никифорова за большой вклад в подготовку издания книги.

## Ждем ваших отзывов!

Вы, читатель этой книги, и есть главный ее критик и комментатор. Мы ценим ваше мнение и хотим знать, что было сделано нами правильно, что можно было сделать лучше и что еще вы хотели бы увидеть изданным нами. Нам интересно услышать и любые другие замечания, которые вам хотелось бы высказать в наш адрес.

Мы ждем ваших комментариев и надеемся на них. Вы можете прислать нам бумажное или электронное письмо либо просто посетить наш Web-сервер и оставить свои замечания там. Одним словом, любым удобным для вас способом дайте нам знать, нравится или нет вам эта книга, а также выскажите свое мнение о том, как сделать наши книги более интересными для вас.

Посылая письмо или сообщение, не забудьте указать название книги и ее авторов, а также ваш обратный адрес. Мы внимательно ознакомимся с вашим мнением и обязательно учтем его при отборе и подготовке к изданию последующих книг. Наши координаты:

E-mail: [info@williamspublishing.com](mailto:info@williamspublishing.com)

WWW: <http://www.williamspublishing.com>

Информация для писем

из России: 115419, Москва, а/я 783

из Украины: 03150, Киев, а/я 152







# ПРЕДИСЛОВИЕ

## Знакомство с “научным диссидентом”

*Ричард Л. Хадсон*

Независимость — достойнейшая черта характера. Для иллюстрации этого утверждения Бенуа Мандельброт рассказывает, каким образом его отцу удалось избежать гибели во время немецкой оккупации Франции в годы Второй мировой войны. Однажды группа борцов Сопротивления атаковала лагерь, в котором как военнопленный находился Мандельброт-старший. Нападающие обезоружили охрану и велели заключенным бежать, пока основные силы немцев не контратаковали. Ошеломленные и дезориентированные военнопленные направились гурьбой по главной дороге к близлежащему Лиможу. Через полкилометра пути Мандельброт-отец понял, что они поступают неразумно. Тогда он отделился от основной группы беглецов, свернул с широкой дороги и самостоятельно пошел домой через густой лес. Вскоре он услышал, как немецкий пикирующий бомбардировщик Stuka на бреющем полете расстрелял на шоссе основную группу беглецов. “Именно так, — вспоминает в своей книге Бенуа Мандельброт, — всю жизнь поступал мой отец. Он был независимым человеком, и таким же стал я”.

Мандельброт, чей подростковый возраст пришелся на военные годы, ныне известный ученый. В Париже он получил степень доктора математических наук и в числе других своих европейских коллег переехал в Америку,



где посвятил долгие годы научным открытиям, за что заслужил справедливое уважение. Он создал новое направление в математике, фрактальную геометрию, продемонстрировал ее прикладное значение для десятков невероятно разнообразных сфер, получил многочисленные награды и всегда пользовался повышенным вниманием со стороны прессы. Но уроки независимости, усвоенные молодым Мандельбротом в военную пору, когда он стал, по его собственным словам, “закаленным войной”, приучили его всегда идти своим путем, выбирать направление, отличное от того, в котором движутся остальные. Этим Бенуа Мандельброт всегда вызывал недовольство и порождал споры, в которых твердо отстаивал свое мнение. Он называет себя “научным диссидентом”, подразумевая, что всю свою жизнь делал только то, что считал правильным, совал свой нос, куда не просили, не принадлежал ни к одному определенному научному сообществу.

“Я был одиноким всадником так часто и столь подолгу, что меня это уже совершенно не беспокоит”, — говорил он о своем жизненном и научном пути. Или, как сказал его друг, используя математическую терминологию: “Мандельброт всегда двигался перпендикулярно любой модной тенденции”.

Эти факты о жизни Бенуа Мандельброта важно помнить, когда впервые сталкиваешься с его научными работами. Он говорил о вещах, которым обычно не учат в бизнес-школах Гарварда, Лондона, Фонтенбло или его собственного университета, Йельского. Он всегда опережал свое время, противился моде и нарушал спокойствие практически во всех сферах, с которыми соприкасался: в статистической физике, космологии, метеорологии, гидрологии, геоморфологии, анатомии, систематике, неврологии, лингвистике, информационных технологиях, компьютерной графике и, конечно, математике. Его высказывания вызывали горячие дискуссии в экономике; первый опыт в изучении им этой дисциплины, в начале 1960-х годов, породил бурю в экономической среде. Пол Г. Кутнер, в то время известный экономист Массачусеттского технологического института, похвалил работу Мандельброта как “самое революционное достижение в теории спекулятивных цен” с начала исследований этой темы в 1900 году, а затем раскритиковал детали и “мессианский тон” [1]. С тех пор так и повелось. Экономическое сообщество хорошо знает Бенуа Мандельброта, находит



его труды захватывающими и даже, пусть нехотя, воспринимает многие его идеи, часто не воздавая должного “ученому диссиденту”. Его положение в экономической науке двойственно: он стал одной из важнейших движущих сил перемен в теории финансов, но в то же самое время ученое сообщество считает, что он вносит смуту.

Эта книга призвана донести идеи Мандельброта до более широкой аудитории, рассказать о них миру, существующему за пределами узких научных сообществ Кембриджа в Массачусетсе и Кембриджа в Англии. Открытие Мандельброта важно и актуально для каждого финансиста, каждого инвестора на фондовом рынке, вообще для каждого человека, просто желающего понять, как можно с пугающей быстротой заработать или потерять деньги на бирже.

С самого начала Бенуа Мандельброт подошел к изучению рынка с позиций ученого, экспериментатора и теоретика. Когда-то Эйнштейн говорил: “Великая цель любой науки состоит в том, чтобы охватить наибольшее количество эмпирических фактов логическими выводами из наименьшего количества гипотез или аксиом” [2]. Такой минимализм в средствах всегда был целью и Мандельброта. Он рассматривает фондовую биржу как “черный ящик”, систему сложную, неоднородную и трудную для познания, которую надлежит изучать с помощью концептуальных и математических инструментов, опробованных в физике. С тех пор, как Мандельброт в 1960-х годах приступил к изучению финансов, он значительно развил свой метод. Теперь исследователь предлагает такой научный взгляд на рынки, который отличается от всего изложенного в популярных книгах об инвестициях, рынках и экономике.

Данная книга не сделает читателя богатым. Но он наверняка станет мудрее и благодаря этому, возможно, избежит потери своих денег.

Я впервые познакомился с Мандельбротом в 1997 году, когда работал управляющим редактором европейского издания *Wall Street Journal*. Он появился в нашем брюссельском офисе с намерением убедить нас пересмотреть взгляды на работу рынков. Сначала он показался мне типичным “сумасшедшим ученым” — развевающиеся серебристо-седые волосы, большой выпуклый лоб; энергичный, убежденный в своей правоте человек, склонный спорить и внезапно переключаться на интересные ему темы,



забыв о собеседнике. Однако я и мой тогдашний босс, главный редактор и издатель Фил Ревзин, вежливо выслушали необычного гостя и сделали то, что часто делают в подобных обстоятельствах газетные редакторы. Была не была, решили мы: напечатаем его рассказы и посмотрим, что из этого выйдет.

Годом позже, организовывая бизнес-конференцию под эгидой нашей газеты, я подумал о том, не предложить ли мне Мандельброту выступить на тему риска. И я не прогадал: его доклад стал гвоздем программы. Участники конференции, среди которых были известнейшие в Европе финансисты, предприниматели и высшие руководители ведущих компаний, — всем им принимать ответственные и часто очень рискованные решения не в диковинку, — сначала слушали Мандельброта в замешательстве, ведь к таким докладчикам на подобных конференциях не привыкли. Постепенно сообщение всех захватило. Некоторые из присутствующих впоследствии признали, что в докладе Мандельброта было больше здравого смысла, чем в рекомендациях корпоративных финансистов. После конференции мы провели опрос участников и выяснили, что Бенуа Мандельброт и исполнительный директор компании *Microsoft* Стив Болмер были признаны лучшими выступающими.

Свою славу как ученый Мандельброт заслужил тем, что создал фрактальную геометрию и показал пути ее практического применения во многих сферах. Фрактал, термин, который он образовал от латинского слова, обозначающего “разбитый”, — это геометрическая форма, разбитая на меньшие части, причем каждая в меньшем масштабе повторяет целую форму. Ветви дерева, соцветия цветной капусты, дельта реки — это все примеры природных фракталов. Во фрактальной математике редко встретишь ровные прямые линии и плоскости греческой геометрии, изучаемой в школе. Но там, где присутствует неровность, т.е. практически везде, фрактальная геометрия находит удивительно широкое применение. Неровность служит центральной темой работы Мандельброта. Люди уже давно научились с помощью изоощренных физических теорий точно измерять такие базовые явления, как тепло, звук, цвет, движение. До Мандельброта не существовало соответствующей теории для неупорядоченного, для неровного — для всех тех досадных отклонений от совершенства, которые мы обычно стараемся



не замечать. Правда, не замечать их сложно. Неровность присутствует везде: это и шероховатость металла на изломе, неровная береговая линия Великобритании, статические разряды телефонной линии, порывы ветра, даже ломанные диаграммы фондового индекса или обменного курса. Как говорит сам Мандельброт, “неровность — это неконтролируемый элемент нашей жизни”.

Изучая неровность, он обнаружил фрактальный порядок там, где другие видели только досадный беспорядок. Его манифест — книга *Фрактальная геометрия природы*, вышедшая в 1982 году и ставшая научным бестселлером. Вскоре его самое известное фрактальное творение, луковицеобразное и бесконечно сложное так называемое “множество Мандельброта”, появилось на тысячах теннисок и постеров. Его идеи немедленно подхватило другое научное направление, теория хаоса. “Фракталы” и “хаос” вошли в популярный лексикон. В сопроводительном тексте к премии Вулфа по физике, врученной Бенуа Мандельброту в 1993 году, было сказано, что “он изменил наше видение природы”.

Даже сама история жизни этого ученого характеризуется неровностями, неупорядоченностью и, как он это называет, “бурной случайностью” [3]. Он родился в Варшаве в 1924 году; его образованием занимался дядя, не признававший зубрежки. Правда, побочным эффектом такого разумного подхода к учебе стали, как признается Мандельброт, оставшиеся у него до сих пор некоторые трудности с алфавитом и таблицей умножения. При этом мальчик много играл в шахматы, умел читать географические карты и учился познавать окружающий мир незашоренным разумом.

Вскоре пришлось учиться жить в мире, охваченном пламенем войны. Еврейская семья Бенуа, предчувствуя начало Второй мировой войны, проявила непривычную для многих людей предусмотрительность и переехала в 1936 году в Париж, где еще раньше поселился и уже работал профессором математики другой дядя Бенуа, Шолем Мандельбройт (в такой привычной к скитаниям семье написания общей фамилии порой разнились). Когда началась война, юного Мандельброта отправили в одну французскую деревню, где он ухаживал за лошадьми и занимался починкой сельскохозяйственного оборудования. Однажды Бенуа чуть не выдало фашистам его шерстяное пальто из оранжевой ткани-шотландки. С любой точки зрения



оно было ужасно, но отец купил это пальто как теплую и удобную одежду в трудное военное время. Как-то полицейские остановили Бенуа и его младшего брата. Дело в том, что некоторое время назад одного высокого мужчину точно в таком же оранжевом пальто заметили среди борцов французского Сопротивления, напавших на немецкий штаб. "Это он", — указал на Бенуа коллаборационист. К счастью, вскоре полиция поняла свою ошибку и выпустила юношу, а он, чтобы не искушать судьбу, при первой же возможности покинул деревню.

В 1944 году Мандельброт открыл в себе математика. Это произошло в Лионе, где его спрятали от преследований добрые люди. По удачному стечению обстоятельств, спрятали в здании школы. Ему сделали поддельные документы, обеспечили продовольственными купонами, правда, уже частично использованными. Персонал школы лишних вопросов не задавал. С их стороны, как вспоминает Мандельброт, это было "пассивной формой сопротивления". Первую неделю юный Бенуа просидел в классе, тупо разглядывая на доске ничего не значащие для него слова и цифры. Затем в один судьбоносный день преподаватель начал выводить длинное алгебраическое уравнение, и тут Мандельброт, подняв руку, заметил: "Сэр, здесь расчеты не нужны. Ответ очевиден". Он описал геометрический подход, дававший простое и быстрое решение. Там, где другие воспользовались бы формулой, Бенуа увидел графическое изображение. Учитель, сначала скептически отнесшийся к замечанию мальчишки, проверил его решение и убедился, что оно верное. С тех пор Мандельброт начал щелкать задачу за задачей, переходя из класса в класс. Вот как он говорит о том периоде своей жизни:

Все произошло так быстро, что я не сразу осознал перемены во мне. Обычно я мысленно говорил себе: "Такое решение слишком громоздко, нужно найти более изящный подход. Симметричный, или в проекции, или в виде вписанной фигуры". Все это я четко видел внутренним зрением объемно, в трехмерном пространстве. У меня перед глазами стояли линии, плоскости, сложные формы.

С тех пор изображения стали его помощниками, источником вдохновения и средством изложения идей. Некоторые из своих важнейших открытий он сделал не путем сложных математических расчетов, а в результате



внезапного понимания родства между кажущимися несравнимыми образами. В частности, он увидел странное подобие между диаграммами распределения личных доходов и хлопковых цен, между графиками энергии ветра и финансовыми диаграммами. Творческая суть фрактальной геометрии заключается в комбинировании формального и визуального. Сегодня исследование фрактальных изображений положено в основу отдельного курса в Йельском и других университетах и является популярным дополнением ко многим математическим программам в средней школе. Однако среди “чистых” математиков метод Мандельброта сначала вызывал критику. Это нестрогий математический подход, ворчали они, поскольку глаз человека может подвести. “Диссидент” возражал им: наблюдения часто приводили его к предположениям, которые ставили в тупик самых опытных математиков; многие из этих задач так и остались нерешенными. Ведь, как отмечал ученый, на заре науки изображения играли важную роль; вспомним анатомические рисунки Весаля, инженерные эскизы Леонардо да Винчи, оптические диаграммы Ньютона. Только в XIX веке, когда получил развитие алгебраический анализ, изображения стали считать неточным инструментом познания.

Однако, по словам Мандельброта, при изучении нашего сложного мира ученым нужны оба инструмента: без изображений не обойтись так же, как без чисел; без геометрического подхода — так же, как без аналитического. Два метода должны сосуществовать. Визуальная геометрия для ученого то же, что для врача изучение внешнего вида пациента, его кардиограммы, рентгеновские снимки. А точный математический анализ аналогичен медицинским анализам и измерениям с помощью приборов, например анализу крови и замеру кровяного давления. “Хороший врач ставит диагноз, руководствуясь как изображениями, так и числами, — говорит Бенуа Мандельброт. — Ученые должны научиться действовать так же”.

Карьера Мандельброта развивалась в разных странах. В 1945 году, буквально на второй день занятий, он покинул одну из самых престижных школ Франции, *Ecole Normale Supérieure*, и поступил в менее известную, но более соответствующую его наклонностям Политехническую школу (*Ecole Polytechnique*). Затем продолжил обучение в Калифорнийском технологическом институте, получил степень доктора философии в Париже,



поступил в Массачусеттский технологический институт. Далее был Институт передовых исследований в Принстоне, где в докторантуре он учился вместе с великим венгерским математиком Джоном фон Нейманом. После этого Мандельброт переехал в Женеву, но временами возвращался в Париж.

Наконец осел он не в университетской лекционной аудитории, а — нетипичный выбор для ученого тех дней — в промышленной исследовательской лаборатории *IBM Research*, которая находилась на реке Гудзон выше Манхэттена. В то время боссы *IBM* приглашали в лабораторию и ее филиалы отличавшихся нестандартным мышлением интеллектуалов в надежде на то, что эти “яйцеголовые” предложат компании блестящие и оригинальные идеи. С любой точки зрения это была мудрая политика. В частности, из той группы ученых пятеро стали Нобелевскими лауреатами. Исследования Мандельброта для *IBM* в составе этой группы касались структуры ошибок компьютерных коммуникаций и прикладного компьютерного анализа. Однажды он даже выполнил по личной просьбе президента компании исследование поведения курса акций. Правда, в 1990 году компания столкнулась с финансовыми трудностями и, чтобы выжить на рынке, была вынуждена закрыть проект.

В течение 1980-х годов полученное ученым на компьютере так называемое “множество Мандельброта” стали часто использовать для демонстрации и проверки вычислительной мощности первых персональных компьютеров *IBM*. В то время научная деятельность и репутация Мандельброта стали известны далеко за пределами лаборатории, расположенной в городке Йорктаун-Хайтс, штат Нью-Йорк.

Для Бенуа Мандельброта экономика была одновременно источником вдохновения и проклятием. Его исследования финансовых диаграмм в 1960-х годах помогли ему разработать в конце 1970-х и в 1980-х годах фрактальные теории. В течение года он преподавал экономику в Гарварде; темой его первой крупной статьи на экономическую тему, опубликованной в 1962 году (дополненной и исправленной в 1963-м и на протяжении нескольких последующих лет), были цены на хлопок. В ней он представил веские доводы против одного из фундаментальных предположений подхода, впоследствии ставшего “современной” финансовой теорией. В те дни эта теория лишь



начинала “окапываться” на университетских экономических факультетах, хотя совсем скоро ей предстояло стать ортодоксальной доктриной Уолл-стрит. Мандельброт во время своих фрактальных исследований часто возвращался к экономике. Каждый раз он изучал, как работают рынки, как разработать для них эффективную экономическую модель и, наконец, как избежать потерь на этих рынках.

Сегодня же в понятие “ортодоксальная теория” входят уже и некоторые из его идей. В последней главе книги мы увидим, что они включены в ряд самых изощренных математических моделей, с помощью которых банки и брокерские конторы управляют деньгами; они стали частью методов, которыми от Уолл-стрит до лондонского Сити пользуются доктора математики, чтобы назначить цену на экзотические опционы или оценить портфельный риск. Для исторической точности приведем здесь эти идеи. Мандельброт первым серьезно взялся за изучение так называемых распределений по степенному закону. Его довод 1962 года о том, что цены колеблются значительно сильнее, чем следует из стандартной модели, т.е. что их распределение имеет “толстые хвосты”, — ныне принят большинством эконометристов. (Научная терминология не всегда проста. Распределение вероятности в этом конкретном случае получило разные названия: L-устойчивое; устойчивое распределение Парето; распределение Леви; распределение Леви-Мандельброта). Также принят следующий аргумент: по самой своей сути цены могут меняться не только постепенно, когда граница между двумя значениями неопределенна, но также скачками и рывками. Признан и выдвинутый Мандельбротом в 1965 году довод о зависимости сегодняшних ценовых изменений от изменений в далеком прошлом.

Всё это — факты финансовой теории, основы которой заложил Мандельброт и на справедливости которых настаивал, несмотря даже на то, что они противоречили распространявшейся в то же время теологии финансов. Он также был первопроходцем во многих ныне хорошо освоенных финансовых областях. С 1965 года регулярно публикует работы на тему, которую сам же через некоторое время назвал дробным броуновским движением; кроме того, пишет о базовой концепции дробного интегрирования, ставшей в последние годы широко распространенным эконометрическим методом. В 1972 году Бенуа Мандельброт опубликовал мультифрактальную модель,



включившую и обобщившую концепции “длинных хвостов” и долгосрочной зависимости. Его статьи 1960-х годов — это столпы, на которых покоится одна из ветвей загадочной науки, названной “эконофизикой”. В 1966 году он разработал математическую модель, объясняющую, каким образом рациональные рыночные механизмы приводят к появлению ценовых “пузырей”. И наконец, он построил мультифракталы на основе своей же (разработанной совместно с Г. М. Тейлором) концепции 1967 года о “дополнительном” торговом времени; эта концепция вошла в качестве отдельного инструмента в ряд финансовых моделей, хотя ее, как и некоторые другие теории Мандельброта, часто приписывают более поздним исследователям [4].

Как финансовый журналист, ранее не втянутый в споры о научных приоритетах, я считаю, что развенчание Мандельбротом средних значений как инструмента анализа поведения рынков уже обеспечило ему место в “Зале славы экономики”. И только ради ознакомления с этим открытием — не говоря уже обо всем другом — стоит прочесть данную книгу [5].

Однако многие экономические идеи Мандельброта остаются спорными. Например, его теории о “самоповторении в масштабе”, о мультифрактальном анализе, о долгосрочной зависимости — все то, что составляет ядро данной книги. Одну из причин называет Кутнер в своей рецензии, написанной в остром критическом ключе. Этот экономист из Массачусеттского технологического института обозначил важность того, о чем несколько десятилетий назад лишь начинал говорить создатель фракталов.

Мандельброт, подобно премьер-министру Черчиллю до него, предлагает нам не утопию, а кровь, пот, тяжелый труд и слезы. Если он прав, то почти все наши статистические инструменты окажутся устаревшими — метод наименьших квадратов, спектральный анализ, практические решения максимального правдоподобия, вся наша привычная, устоявшаяся теория выборочного исследования, замкнутые распределения. И почти без исключений вся предыдущая эконометрическая работа потеряет смысл.

В 2004 году, накануне своего 80-летия, Мандельброт по-прежнему не дает покоя научному миру. Он работает в привычном для себя полноценном активном режиме, включая и выходные дни. Продолжает публиковать новые исследовательские статьи и книги, читает лекции в Йельском университете



и ездит по всему миру, пропагандируя на научных конференциях свои взгляды. А почему бы и нет? В конце концов, как говорил сам Мандельброт, Расин создал “Аталию”, Верди — “Фальстафа”, Вагнер — тетралогия “Кольцо нибелунга” на закате жизни, когда художник после долгих лет опыта и экспериментов достигает пика своих творческих возможностей.

Настоящая книга — тоже своего рода оперное произведение, в котором переплетены певческие партии, драматический сюжет и декорации. По большей части повествование ведется от первого лица — это голос Мандельброта; идеи тоже его, а в основу сюжета положено открытие. Декорации — иллюстрации, диаграммы, графики — выразительны и продуманны, помогают понять содержание. Подобно лучшим операм, книга интересна широкому кругу “зрителей”. Как видно по двум приложениям (“Примечания” и “Литература”), наши утверждения имеют солидную научную и математическую базу. Любознательный ученый или экономист всегда может обратиться к этим первоисточникам. И всех читателей, независимо от уровня образования, мы приглашаем ознакомиться с онлайн-приложениями на Web-сайте [www.misbehaviorofmarkets.com](http://www.misbehaviorofmarkets.com). Он частично построен по образцу действительно замечательного сайта <http://classes.yale.edu/fractals/index.html>, созданного коллегой Мандельброта по Йельскому университету профессором Майклом Фреймом для популярного курса о фракталах *Math 190*, который читают студентам-гуманитариям.

Сегодня, после бурного десятилетия “рынков быков”, валютных кризисов, “рынков медведей”, появления и краха многочисленных фондовых “пузырей”, идеи Мандельброта своевременны, как никогда прежде. Финансовые рынки — очень рискованное место. До настоящего времени наше понимание их было перегружено математическим аппаратом ортодоксальной финансовой теории, множеством вводящих в заблуждение предположений, неверно используемых уравнений и ошибочных выводов. Финансовые рынки сложны, но не стоит чрезмерно усложнять их. Цель науки — изящные, тонкие решения сложных проблем. Цель этой книги — простота.



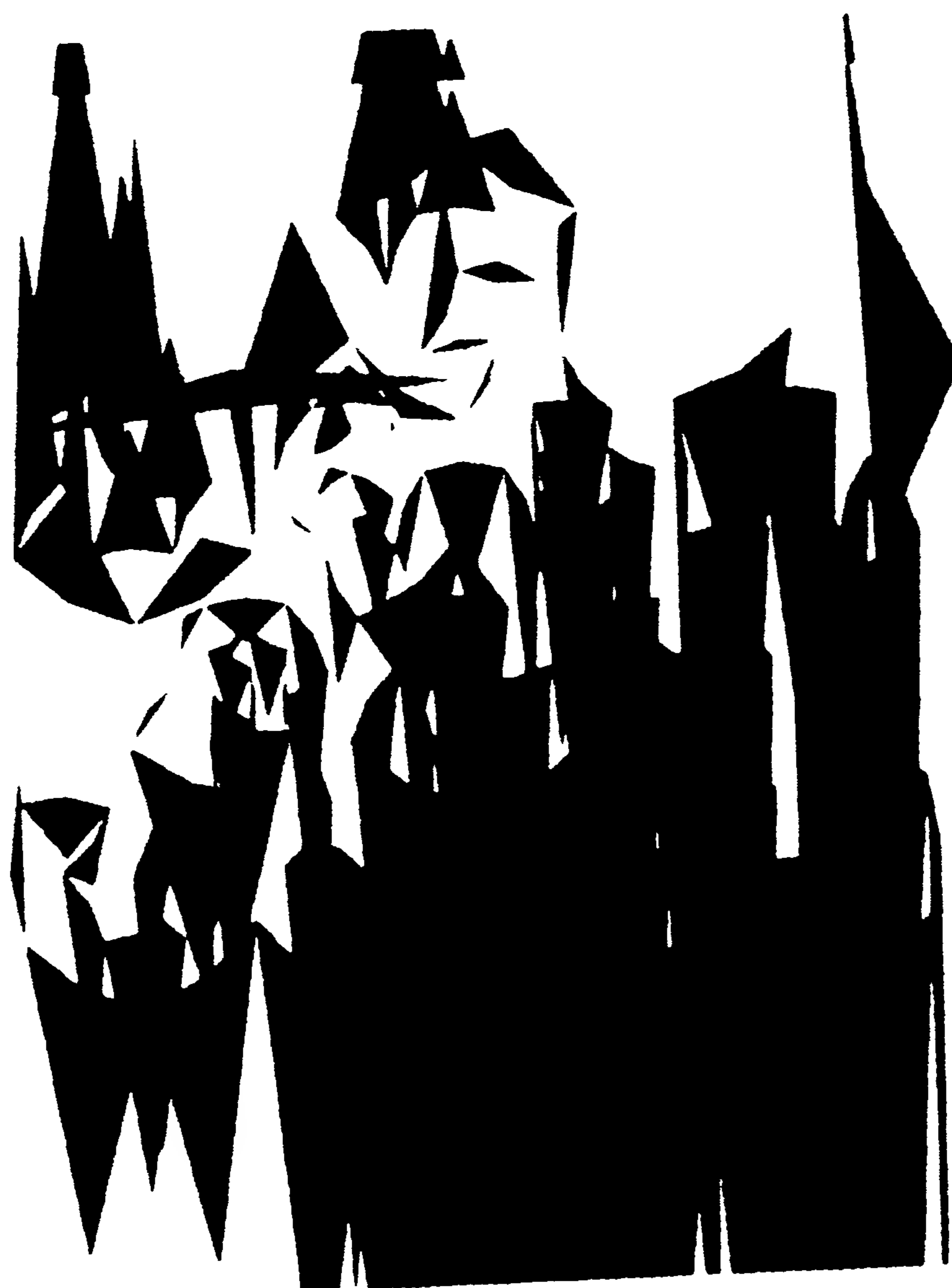




ЧАСТЬ I

. . . . .

# Старый путь





*Изображение на предыдущей странице (взято из работы Mandelbrot 1982) получилось вследствие ошибки в компьютерной программе, с помощью которой я исследовал различные фрактальные формы. Одновременно оно служит убедительным примером творческой силы случая — в искусстве, финансах и жизни.*



# ГЛАВА 1

## Риск, разрушение и вознаграждение

Летом 1998 года произошло невероятное.

“Рынок быков” 1990-х годов на Уолл-стрит выглядел уставшим. Какой-то одной подавляющей проблемы не было — гнетущее настроение обусловила серия тревожных событий. Это и спад деловой активности в Японии, и возможная девальвация денежной единицы в Китае, и борьба американского президента с начатой против него процедурой импичмента. Затем подоспели новости из России: развивающийся рынок, который всего двумя годами ранее был самым динамичным в мире, поразил дефолт — невыполнение своих денежных обязательств. Это предвещало серьезные проблемы западным банкам и торговцам долговыми обязательствами, а некоторые из них, как выяснилось позже, уже тогда вплотную подошли к банкротству. 4 августа промышленный индекс Доу-Джонса упал на 3,5%. Через три недели, когда ситуация в России ухудшилась, котировки акций вновь снизились, уже на 4,4%. 31 августа — очередное падение, на 6,8%. Здесь уже пошатнулись и другие рынки: банковские облигации обесценились на треть по сравнению с правительственными. Для многих инвесторов все эти события оказались не только шокирующими, но и совершенно непонятными. Их охватила паника, нелогичная и непредсказуемая; “кульминацией распада” назвал ситуацию один аналитик в интервью газете *Wall Street Journal*. Другой



тоже не добавил оптимизма: “Инвесторам может и жизни не хватить, чтобы вернуть некоторые из этих потерь” [6].

Произошло слишком много тягостных событий, которые не мог переварить обычный рыночный менталитет. Сегодня мы знаем, что Международный валютный фонд помог России, Федеральная резервная система стабилизировала Уолл-стрит, а “рынок быков” протянул еще несколько лет. Август 1998 года, опять-таки с точки зрения обычного рыночного менталитета, просто никогда не должен был случиться; согласно стандартным моделям финансовой отрасли, последовательность событий была чрезвычайно маловероятной, практически невозможной. Стандартные теории, изучаемые студентами в бизнес-школах по всему миру, давали следующую вероятность коллапса 31 августа: одна двадцатимиллионная. Такой исчезающе малый “шанс прогореть” выпадет, если ежедневно торговать ценными бумагами в течение почти ста тысяч лет. Однако вспомним, что за один только месяц произошло три подобных обвала. Вероятность такого стечения обстоятельств вообще трудно представить из-за ее ничтожности: приблизительно один шанс на 500 миллиардов. Несомненно, август 1998 года оказался-таки чрезвычайно неудачным, экстраординарным, сверхестественным, чего никто не мог предвидеть. Говоря языком статистики, данное событие было “выбросом”, намного, намного, намного и еще раз намного удаленным от обычных ожиданий торговли ценными бумагами [7].

Действительно ли август 1998 года — экстраординарное событие? То, что кажется невероятным, на самом деле происходит на финансовых рынках постоянно. Например, всего годом раньше индекс Доу-Джонса за один день упал на 7,7% (вероятность — одна пятидесятимиллиардная). В июле 2002 года индекс трижды резко падал в течение семи торговых дней (вероятность этого события — один шанс из четырех триллионов, или  $1/4000.000.000.000$ ). 19 октября 1987 года (знаменитый “черный понедельник”), когда индекс упал на 29,2%, стало худшим торговым днем по меньшей мере за последние сто лет. По стандартам финансовых теоретиков такое могло произойти менее чем в одном из  $10^{50}$  случаев, а это столь ничтожно малая вероятность, что математики считают ее не имеющей смысла, поскольку данное число выпадает из масштабов природы. Тем не менее для биржи смысл торгового дня 19 октября 1987 года был предельно ясен.



Казалось бы, ничего нового мы не узнали. Всем известно, что финансовые рынки — рискованное место. Однако, вооружившись знаниями об окружающем нас мире, мы можем надеяться получить возможность управлять количественными параметрами такого явления, как риск.

На протяжении более чем столетия финансисты и экономисты пытаются проанализировать риск на рынках капитала, объяснить его, оценить количественно и в итоге извлечь из него пользу. Я полагаю, что большинство теоретиков шло по ложному пути. Вероятность финансового краха в условиях свободной и глобальной рыночной экономики чрезвычайно недооценивали. В этом смысле обычный человек вполне разумно придерживается своего предубеждения, что все рынки рискованны (особенно зная о лопнувших, как мыльный пузырь, надеждах на Интернет-коммерцию). Но финансовым теоретикам недостает мудрости и здравого смысла обычного человека. За последнее столетие они разработали сложный математический аппарат для оценки риска. В 1970-х годах его целиком приняла на вооружение Уолл-стрит. Такие знаменитые инвестиционные банки, как *Merrill Lynch, Goldman Sachs* и *Morgan Stanley*, сделали его частью сложных стратегий торговли ценными бумагами. Подобно тому, как радиоприемник настраивают на разные частоты, названные фирмы пытались настраивать портфели ценных бумаг на разные уровни риска и прибыли. Однако финансовые потрясения 1980-х и 1990-х годов вынудили финансистов, равно как экономистов, пересмотреть свои взгляды. “Черный понедельник” 1987-го, азиатский экономический кризис 1997-го, российское лето 1998-го, “рынок медведей” 2001–2003 годов, безусловно, продемонстрировали, как теперь понимают многие, что с нашими представлениями о финансовых рынках что-то не в порядке. Прибыль и риск составляют пропорцию, но стандартная арифметика к ней неприменима. Знаменатель, т.е. риск, больше, чем обычно принято считать, поэтому результатом отношения обязательно станут обманутые надежды. При написании этой книги я преследовал основную цель — лучше оценить риск и глубже понять, как он управляет рынками.

Всю свою жизнь я изучал риск. Что это такое, мне впервые довелось узнать на собственном опыте, проходя жестокую школу Второй мировой войны. Будучи польским беженцем, я под чужим именем прятался в одной французской деревне, изображая (не слишком убедительно) простого сельского



парнишку, выживающего на оккупированной территории благодаря купонам на питание. Затем я столкнулся с риском в своей профессиональной карьере, отказавшись от надежности и благополучия французской академии ради интеллектуальных исканий промышленного ученого в более открытой новым веяниям Америке. Все мои исследования как ученого тем или иным образом касались вопросов, расположенных меж двух полюсов человеческого опыта. Это детерминистические системы порядка и планирования и стохастические, или случайные, системы беспорядка и непредсказуемости. Моим ключевым вкладом стало открытие новой области математики, которая позволяет обнаружить порядок в кажущемся беспорядке, план — в неплановом, правильную структуру — в хаосе природы. Эта область математики, названная фрактальной геометрией, может многое объяснить в естественных науках. Ее уже использовали для моделирования погоды, изучения течения рек, анализа мозговых процессов и сейсмических толчков, для понимания распределения галактик. В 1980-х годах фрактальная геометрия сразу же стала одним из главных математических инструментов “теории хаоса”. К ней прибегали для изучения порядка в кажущемся хаосе водоворотов и ураганов. Сегодня фрактальную геометрию уже привычно используют в исследованиях рукотворных структур, для измерения Интернет-трафика, сжатия компьютерных файлов и создания художественных фильмов. Например, она была математическим аппаратом компьютерной анимации в ленте “Звездный путь II: Гнев Хана”.

Я считаю, что фрактальная геометрия может принести немалую пользу и в финансовой сфере. В течение сорока лет развитие этой области математики неизменно, хотя и урывками (насколько позволяли мои личные интересы, развитие событий и наличие коллег, с которыми я мог обсуждать сложные вопросы), пересекалось с моими исследованиями финансовых рынков и экономических систем. Я исследовал их не с позиции экономиста или финансиста, а как математик и ученый-экспериментатор. Для меня все богатство и могущество Нью-йоркской фондовой биржи (NYSE) или какой-нибудь лондонской конторы валютных дилеров абстрактны; они аналогичны физическим системам скачущих солнечных зайчиков или водоворотов на реке. Их можно анализировать с помощью как уже имеющихся научных инструментов, так и новых, которые я по мере потребности и возможности



постоянно добавляю к старому “арсеналу”. Эти инструменты позволили мне проанализировать, каким образом в обществе распределяются доходы, как появляются и лопаются так называемые “пузыри” фондового рынка, как варьируют размеры компаний и уровень концентрации промышленности, как меняются цены (например, на хлопок, пшеницу), курсы железнодорожных акций, акций “голубых фишек” и обменный курс доллара и иены. В движениях цен я вижу определенную систему, но — не стоит обольщаться — систему, которая никого не сделает богатым. Я согласен с ортодоксальными экономистами в том, что курс акций, вероятно, непредсказуем в практическом смысле этого слова. В то же самое время риск, несомненно, подчиняется определенной схеме, которую можно выразить математически и смоделировать на компьютере. Поэтому мои исследования помогут людям не потерять свои деньги в результате безрассудной недооценки риска финансового краха. Если думать о рынках как о научных системах, мы сможем в конце концов создать более крепкую финансовую систему с лучшим механизмом ее регулирования.

Однако я должен сразу же предупредить читателей: часть из того, о чем я собираюсь рассказать, за последнее десятилетие уже стала хрестоматийными экономическими истинами, тогда как остальное до сих пор оспаривается, служит предметом насмешек и даже поношений. Публикуясь в научных журналах, — обычная обязанность ученого, — я часто провоцирую бурные дебаты. И каждый раз, прислушавшись к критикам, перефразировав свои утверждения, вернувшись к своим исследованиям, чтобы лучше обдумать свои же результаты, в том числе компьютерного анализа, я предлагал более качественные и точные модели. Так можно двигаться вперед. Однако при этом неизбежен побочный эффект — усложнение. На самом деле я думал не об одной, а о нескольких моделях ценовых колебаний. В 1963 и 1965 годах я разработал две отдельные и несовместимые модели изменения (поведения) рынков, а в 1972 году сумел-таки соединить их. После длительной работы в других научных областях, в 1997 году я возобновил свои финансовые исследования. Эта книга расскажет читателю о ранее проделанном мною извилистом пути научных открытий. Цель “путешествия” — лучшее понимание финансовых рынков.



Мои самые давние и подкрепленные фактами представления сегодня помогают составить некоторые математические модели, с помощью которых торговцы фондовой биржи (трейдеры) назначают цену на опционы, а банки оценивают риск. Мой научный подход к рынкам подхватило новое поколение исследователей, называющих себя “эконофизиками”. Мои последние модели освоены небольшой, но все увеличивающейся группой математиков, экономистов и финансистов из Цюриха, Парижа, Лондона, Бостона и Нью-Йорка. У меня нет никакого финансового интереса в их успехе или провале. Я ученый, а не финансист. Однако желаю им удачи.

И еще я надеюсь, что читатели этой книги, независимо от того, соглашались они с моими утверждениями или нет, откажутся, хотя бы на короткое время, от дотошных вопросов *почему* в отношении мелких деталей. Взамен они, перевернув последнюю страницу, обогатятся более фундаментальным пониманием того, как работают финансовые рынки, и осознанием значительного риска, которому мы подвергаем себя, когда доверяем свои деньги прихотям удачи.

## Исследование риска

Существует много способов управлять рисками. На финансовых рынках древнейший способ одновременно оказывается и простейшим: “фундаментальный” анализ. Если курс каких-нибудь акций растет, ищите причину в компании, стоящей за этими акциями, или в отрасли, к которой принадлежит компания, и в экономической ситуации в этой отрасли. Более глубокие исследования рисков позволят не только выявить причину, но также спрогнозировать следующее изменение курса. В данном методе ключевая концепция — “потому что”. Курс акций, облигаций, товарных опционов и валюты меняется, потому что на рынок достаточно часто влияют некоторые внешние события или факты. Так, мировые цены на пшеницу растут, потому что высокая температура воздуха приводит к засухе в Канзасе или Украине. Доллар падает, потому что слухи о предстоящей войне приводят к росту цен на нефть. Все эти рассуждения имеют здравый смысл. К таким прогнозам часто прибегают финансовые газеты: они сообщают новости и выстраивают по степени важности все “потому что”. Финансовые фирмы создали на основе этого метода отдельную процветающую отрасль; они



привлекают тысячи фундаментальных аналитиков, которые классифицируются как макроэкономические или секторные эксперты (выполняющие анализ “сверху вниз” или “снизу вверх” соответственно). Такие специалисты придают всему процессу вид целостной системы, указывая, что компания должна говорить своим инвесторам. Фундаментальный анализ зиждется на таком предположении: если известна причина, то можно прогнозировать события и управлять риском.

Увы, если бы все было так просто. В реальном мире подлинные причины обычно неясны. Важнейшая информация часто неизвестна или даже непознаваема, как, например, в случае с российским дефолтом августа 1998 года. Ее могут скрывать или умышленно искажать, что и произошло в истории с лопнувшими “пузырями” Интернет-бизнеса и корпоративными скандалами *Enron* и *Parmalat*. Ее также могут неправильно истолковать, поскольку тонкий рыночный механизм, связывающий внешние новости с ценами, причину и следствие, загадочен и, как нам кажется, нелогичен. Угроза войны может привести как к падению, так и к росту курса доллара. Но какое из этих двух событий произойдет в действительности? После того, как некий факт свершится, он кажется очевидным; прошлые события фундаментальный анализ воспроизводит и объясняет очень хорошо, просто блестяще. Однако до наступления определенного факта оба результата кажутся равновероятно возможными. Так можно ли строить свою инвестиционную стратегию и оценивать риск, полагаясь исключительно на этот сомнительный принцип: я знаю больше, чем другие?

Такие сомнения привели финансовую отрасль к разработке других методов. Второй по давности (после фундаментального) вид анализа — “технический”. В поиске подсказок, когда и что продавать и покупать, просеивают груды данных о ценах и объемах продаж, выявляют схемы их изменения (реальные или мнимые), а также составляют индикаторные диаграммы. Чартисты пользуются богатой терминологией: “голова и плечи” (напоминающая эти органы диаграмма движения цен), “флаги” и “вымпелы” (прямоугольный и треугольный графики соответственно), треугольники (симметричные, поднимающиеся и опускающиеся). Эта дисциплина, оставшаяся в тени в течение 1980-х годов, приобрела популярность в 1990-е, когда тысячи неопитов взяли с помощью Интернета торговать акциями и



обмениваться профессиональными секретами. Правда, технический анализ хорошо работает в основном на валютных рынках. На них все передовые “форекс”-фирмы используют технический анализ, чтобы найти в “тиковых” (текущих) данных крупнейшего и самого изменчивого рынка мира “уровни поддержки”, “разбросы цен” и другие схемы. Искривленная логика рынков тоже порой подвластна чартистам. Обменный курс фунта стерлингов и доллара действительно может приближаться к прогнозу технических аналитиков, а затем “отскочить назад”, будто ударившись о стену, или “рвануть вперед”, словно прорвавшись через барьер и ускорившись. Но в данном случае аналитики просто “всучивают” заказчикам свои результаты: ведь все знают, что все знают об уровнях поддержки, потому и действуют соответственно. Мы имеем дело с наивной верой, будто огромные суммы могут переходить из рук в руки на основании такой финансовой астрологии. Иногда это срабатывает, но не может служить фундаментом для построения глобальной системы управления рисками.

Таким образом “родилось” то, что в бизнес-школах называют “современными финансами”. Это направление появилось из теории вероятностей и статистики. Вот ее основная концепция: цены непредсказуемы, однако их колебания можно описать математическими законами случая. Таким образом, риск поддается измерению и управляем. Сегодня данный подход уже стал хрестоматийным, и я с ним согласен, — но только до определенной степени.

Работы в этой области начались в 1900 году. Молодому французскому математику Луи Башелье хватило безрассудства изучать финансовые рынки в то время, когда “настоящие” математики не снисходили до столь низкой темы, как деньги. В совершенно отличном от сегодняшнего мире XVII столетия Паскаль и Ферма (тот самый, для доказательства знаменитой “последней теоремы” которого потребовались 350 лет) разработали, в помощь увлекающимся азартными играми аристократам, теорию вероятностей. В 1900 году Башелье сделал следующий за фундаментальным анализом и диаграммами шаг, дав толчок новой масштабной волне в теории вероятностей, распространив ее на французские правительственные облигации. Его основная модель, которую часто называют “случайным блужданием”, на самом деле очень близка к теории Паскаля и Ферма. В ней постулируется, что цены с равной вероятностью могут подняться или упасть



подобно тому, как при подбрасывании монеты может с равной вероятностью выпасть орел или решка. Поэтому (как если бы цены определялись подбрасыванием монеты, частым и непрерывным) вся суматоха на фондовой или товарной бирже оказывается буквально статичной — некий белый (т.е. фоновый) шум того же рода, какой мы слышим из динамика радиоприемника, не настроенного на конкретную станцию. Амплитуда колебаний цен доступна для измерений. Большинство изменений (а именно 68%) — это небольшие движения вверх или вниз, в пределах одного “стандартного отклонения” (так математики называют простой критерий разброса данных) от среднего значения. В диапазон двух стандартных отклонений попадают 95%, а трех — 98%. Наконец — вскоре мы увидим, насколько важно данное замечание, — можно ожидать лишь чрезвычайно малого количества очень больших изменений. Если все движения цен изобразить на бумаге, получим гистограмму колоколообразной формы: многочисленные мелкие изменения сгруппированы в средней части колокола, а по его краям расположены редкие большие скачки.

Для математиков колоколообразная форма распределения — *terra cognita* (“знакомая земля”). Они настолько хорошо ее знают, что даже называли “нормальной”, подразумевая этим “неправильность” других форм. Эта хорошо изученная теория распределения вероятности получила название в честь великого немецкого математика Карла Фридриха Гаусса. Приведем пример нормального распределения. Средний рост взрослых мужчин в США равен приблизительно 178 см при стандартном отклонении около 5 см. Это означает, что 68% всех американских мужчин имеют рост в пределах 173–183 см; 95% — в пределах 168–188 см; 98% — в пределах 163–193 см. Математические основания кривой Гаусса полностью не исключают возможность появления гиганта ростом более 3,5 м или даже уникума... отрицательного роста. Но вероятность каждого из двух последних вариантов настолько мизерна, что в реальной жизни их никогда не встретишь. Кривая Гаусса описывает распределение столь, казалось бы, далеких по своему содержанию переменных, как рост армейских курсантов, коэффициент интеллектуального развития (IQ) или (вернемся к простейшей модели Башелье) результат подбрасывания монеты. Следует помнить, что в любой заданный момент времени или в любом заданном месте может случиться чрезвычайное событие.



Например, при подбрасывании монеты в течение некоторого времени может выпасть только орел, или же в одном воинском подразделении окажутся сплошь очень высокие или исключительно тупые солдаты. Однако в течение длительного времени мы можем смело рассчитывать на среднее значение: средний рост, средний уровень интеллекта, средний финансовый результат (ни прибыль, ни убыток). Эти соображения не исключают из фундаментального анализа внешних причин; при плохом питании средний рост армейских курсантов может уменьшиться, а инфляция приведет к падению цен облигаций. Поскольку мы не можем достаточно точно предсказать такие внешние влияния, единственным надежным хрустальным шаром (т.е. средством предсказания) остается теория вероятностей.

Во все времена и во всех краях гениев часто не признают. На докторскую диссертацию Башелье большая часть его современников не обратила внимания. Но в 1964 году его работу перевели на английский и опубликовали повторно, после чего она развилась в солидную доктрину современных экономики и финансов (что подтверждено пятью Нобелевскими мемориальными медалями по экономике). Для расширенного варианта модели Башелье часто используют название, предложенное Юджином Ф. Фама (Чикагский университет), защитившим докторскую диссертацию под моим руководством. Это — *гипотеза эффективного рынка*. В ней утверждается, что на идеальном рынке вся относящаяся к делу информация уже воплощена в текущей цене ценной бумаги. Вчерашнее изменение не влияет на сегодняшнее, а сегодняшнее не влияет на завтрашнее; каждое новое изменение цены не зависит от предыдущего.

На основе этих теорий экономисты разработали весьма тонкий инструментарий для анализа рынков. Они измеряют “дисперсию” и “статистику бета” различных ценных бумаг и классифицируют инвестиционные портфели по их вероятному риску. Согласно теории, фондовый менеджер может составить “эффективный” портфель ценных бумаг для получения целевой доходности с заданным уровнем риска. Это — финансовый эквивалент алхимии. Хотите заработать больше, но не особенно рискуя? Тогда с помощью современного финансового инструментария измените комбинацию неустойчивых и стабильных акций или измените соотношение акций, облигаций и наличности. Хотите вознаградить своих служащих, но не



повышая им зарплату? Опять-таки с помощью того же инструментария разработайте программу поощрения служащих фондовыми опционами, т.е. предоставьте им право купить акции вашей компании с заданной вероятностью получить “живые деньги”. Вспомним, что “Интернет-пузырей”, одной из причин которых стало чрезмерно щедрое вознаграждение руководителей высшего звена фондовыми опционами, могло и не быть без Башелье и его последователей.

Увы, теория выглядела элегантно, но имела дефекты, что сегодня очевидно каждому из тех, кто в 1990-х годах пережил несколько периодов бума и краха. Старая финансовая ортодоксальность была основана на двух ключевых предположениях основной модели Башелье: изменения цен статистически независимы и распределены нормально. Однако факты, о чем я без усталости говорил в 1960-х годах и что сегодня признают многие экономисты, свидетельствуют об обратном.

Во-первых, изменения цен на самом деле не являются независимыми друг от друга. Исследования, выполненные мною и другими учеными за последние несколько десятилетий, показывают, что многие серии финансовых цен имеют своего рода “память”, т.е. сегодняшние влияют на завтрашние. Если сегодня отмечен значительный скачок цен вверх или вниз, то существует заметно большая вероятность того, что и на следующий день нас ожидает такое же резкое изменение. Это не та предсказуемая, “правильная” схема, которую предпочитают экономисты, не та периодическая последовательность подъемов и спадов, которую в учебниках представляют как стандартный бизнес-цикл. Примеры таких простых схем — периодических зависимостей между ценами в прошлом и настоящем — наблюдались на рынках давно. В частности, это сезонные колебания фьючерсных цен на пшеницу, обусловленные созревaniem урожая, или ежедневные и еженедельные изменения объема валютных торгов, происходящие тогда, когда в очередном часовом поясе начинается торговый день.

Мое утверждение звучит как ересь, но вот оно: в действительности имеется другой, фрактальный вид статистической связи, или “долговременная память”. Это тонкий вопрос, которому ниже мы посвятим отдельную главу. Сейчас же отметим только, что различные виды ценовых серий отличаются разной степенью памяти. Некоторые — долговременной, другие же имеют



“слабую” память. Чем это объясняется, пока не совсем ясно, но можно сделать предположение. То, что компания делает сегодня — слияние, “отпочкование” или вывод на рынок нового, важного для нее товара, — определяет ее состояние через десять лет; рассуждая аналогично, можно предположить, что сегодняшние колебания курса ее акций повлияют на завтрашние колебания. Некоторые специалисты высказывают и такое мнение: рынку требуется длительное время для полного усвоения информации о ценах. При появлении плохих новостей некоторые инвесторы реагируют немедленно, тогда как другие, имеющие иные финансовые цели и ориентирующиеся на более длительные сроки, могут предпринять какие-то действия лишь через месяц или год. Каким бы ни было объяснение, мы согласимся с существованием данного явления, а также с тем, что оно противоречит модели “случайного блуждания”.

Во-вторых, ценовые изменения очень далеки от колоколообразной кривой Гаусса. Это утверждение тоже не согласуется с ортодоксальными взглядами. Будь теория “случайного блуждания”, предложенная Башелье, верна, мы могли бы проанализировать на компьютере любую подборку последовательных данных об изменениях рыночной цены и убедиться, что они приблизительно подчиняются нормальному распределению. Все изменения сгруппировались бы вокруг среднего значения, в данном случае — нулевого (т.е. отсутствия изменения). Однако в реальности кривая Гаусса очень плохо описывает фактические данные. Представленные графически ежедневные колебания промышленного индекса Доу-Джонса за 1916–2003 годы весьма далеки от простой колоколообразной кривой. Край фактической диаграммы загнуты вверх слишком высоко, т.е. было слишком много больших изменений. Согласно теории, в течение этого периода (1916–2003) могло быть всего 58 дней, когда индекс Доу-Джонса смещался более чем на 3,4%; в действительности же таких дней набралось 1001. Теоретически индекс мог “прыгнуть” на 4,5% всего шесть раз, но реальность, опять-таки, оказалась куда мрачнее: насчитывается 366 таких дней. И особенно убедительные цифры: колебания на 7% теоретически могут происходить один раз в 300 тысяч лет, однако только в XX столетии было 48 таких “черных” дней. Хочется воскликнуть: поистине, мы живем в ужасную эпоху, когда рушатся все предсказания! Но не лучше ли поискать проблему в другом месте? Может быть, просто неверны наши предположения?



## Сила степенных законов

Достаточно изучить данные о колебаниях цен более тщательно, чтобы обнаружить отличное от колоколообразной кривой Гаусса распределение. Мы увидим, что хвосты не уменьшаются до бесконечности, а подчиняются так называемому “степенному закону”. Степенные законы встречаются в природе повсеместно. Площадь квадратного участка земли равна квадрату (второй степени) длины стороны участка. Так, если сторона участка увеличится вдвое, то площадь — вчетверо; сторона втрое — площадь в девять раз. Еще пример: сила гравитационного притяжения между предметами обратно пропорциональна второй степени расстояния между ними. Когда расстояние между космическим кораблем и Землей удваивается, то притяжение между ними уменьшается вчетверо. Сто лет назад итальянский экономист Вильфредо Парето открыл в экономике один классический степенной закон. Он описывает распределение доходов в высших слоях общества. Согласно этому степенному закону, очень значительная часть общественного богатства сосредоточена в руках совсем немногих людей; конечно, социально справедливее — кривая Гаусса, поскольку, согласно ей, доходы равномернее распределяются вокруг среднего значения. Теперь мы подходим к одному из моих основных результатов. Степенной закон применим и к колебаниям цен многих финансовых инструментов, таких как акции, облигации, фьючерсы, опционы, паи и др. Он объясняет намного больше случаев крупных ценовых скачков, чем колоколообразная кривая Гаусса. И он соответствует данным многих ценовых серий. Первое доказательство я представил в отчете об исследованиях 1962 года, опубликованном в виде небольшой статьи.

Как показано в отчете, хвосты кривой распределения колебаний цен на хлопок за прошлое столетие подчинялись степенному закону; слишком большое количество крупных скачков цен исключает колоколообразную кривую Гаусса. В том же отчете приведены данные по ценам на пшеницу, по процентным ставкам и котировкам железнодорожных акций — другими словами, все те архивные данные, которые мне удалось наскрести по пыльным библиотечным углам. С тех пор степенную зависимость обнаружили и во многих других финансовых инструментах.



Экономика подвержена веяниям академической моды. Как во многих других научных областях, здесь тоже требуется консенсус относительно того, что истинно и что ложно, какие исследования достойны лечь в основу докторской диссертации, а какие — нет. На протяжении большей части моей карьеры я двигался против течения. В 1960-е годы большинство экономистов-теоретиков превозносили Башелье и его последователей, а в следующем десятилетии их теории восприняла и Уолл-стрит. Они научно обосновали такие явления, как индексированные паевые фонды, опционные биржи, фондовые опционы для оплаты труда высших руководителей, формирование бюджета долгосрочных расходов компании, анализ банковских рисков и вообще большую часть мировой финансовой индустрии. Все это время прислушивались и ко мне, но мой голос был едва ли не единственным, осуждающим описанную логику. Однако в конце 1980-х и в 1990-е годы уже не я один видел дефекты общепризнанной теории. Финансовые неувязки убедили многих профессиональных финансистов: что-то не в порядке. Как пошутил очень успешный инвестор и промышленник Уоррен Эдвард Баффет, он с радостью учредил бы на свои деньги университетские кафедры, преподающие гипотезу эффективного рынка, чтобы тамошние профессора подготовили еще больше легковверных финансистов, отобрать чьи деньги ему, Баффету, не составило бы труда. Ортодоксальную теорию он назвал “глупой” и явно ошибочной. Тем не менее ни один из сторонников этой теории “ни разу не признал себя неправым, независимо от того, сколько тысяч неверно обученных студентов он выпустил в мир. Очевидно, нежелание публично признать ошибочность своих взглядов и этим сбросить покров тайны со своего ордена посвященных, присуще не только теологам” [8].

Каким бы ни был догматизм профессоров, практики с Уолл-стрит в конце концов открыли “свой разум” для новых идей. На мои основные возражения — что изменения цен не описываются кривой Гаусса и не являются независимыми — теперь обратили внимание, и сотни экономистов и рыночных аналитиков уже документально подтвердили справедливость этих утверждений. Несмотря на это старые методы удивительно живучи. “Классические” формулы Башелье и его последователей — как формировать инвестиционный портфель, определять финансовую стоимость нового завода, оценивать риск акционерного капитала — остаются в учебных



программах сотен бизнес-школ по всему миру и являются стандартной частью экзаменов на получение специальности “дипломированный финансовый аналитик”, который вынуждены проходить тысячи молодых брокеров и банковских работников. Они также остаются частью ортодоксальности профессионалов Уолл-стрит. Например, формула Блэка-Шоулза для оценки фондовых опционов высших руководителей компаний *Merrill* или *GM* длительное время оставалась “золотым стандартом”, и только в 2004 году регулирующие органы США официально санкционировали использование других формул [9]. Чем объяснить это нежелание перемен? Старые методы просты и удобны. Они, как говорят их сторонники, хорошо работают во многих рыночных ситуациях. И только иногда, при сильных рыночных возмущениях, эта теория оказывается бессильной, — но кто может предугадать враждебное поглощение, банкротство или другие финансовые неудачи? Конечно, последнее служит слабым утешением для людей и компаний, потерпевших крах в один из этих “невероятных” катастрофических биржевых торговых дней.

Но финансовая отрасль чрезвычайно прагматична. Преклоняясь перед старыми догмами, она между тем вкладывает средства, выделенные на исследования, в поиск новых, лучших “рецептов”. Благодаря этим исследованиям стали возможными такие творения Уолл-стрит, как экзотические опционы, финансовые продукты с гарантированным доходом, анализ рисков стоимости (VAR-анализ) и др. Прагматичны также и центральные банки. Многие годы они следовали старым путем, но с 1998-го настойчиво внедряют в банковские системы своих стран более реалистичные математические модели, с помощью которых коммерческие банки могли бы оценивать свои риски. Благодаря так называемым новым Базельским рекомендациям (Basle II rules) многие банки вынуждены изменить способ определения размера резервного капитала, служащего “подушкой безопасности” при финансовых катастрофах. А экономисты наперебой предлагают коммерческим банкам свои услуги, то бишь новые идеи и модели. Многие, в частности, — с такими непривлекательными названиями, как GARCH или FIGARCH (соответственно Обобщенная авторегрессионная условная гетероскедастичность и Обобщенная дробно-интегрированная авторегрессионная условная гетероскедастичность), просто латают старые модели. В других же отбрасываются



все прежние предположения и построение модели начинается с нуля. Экономисты, специализирующиеся на поведении рынков, изучают их так же, как американский психолог Беррес Фредерик Скиннер изучал людей: как организмы, воспринимающие информацию и поступающие согласно правилам, которые и требуется выяснить. В этом же духе отдельные исследователи опутывали профессиональных биржевых трейдеров проводами и датчиками, измеряя электрическое сопротивление кожи, пульс и снимая электроэнцефалограммы, чтобы определить биологический стимул, возникающий у трейдера при получении от клиента приказа купить ценные бумаги. Не остаются без дела и компьютеры, на которых держится современная финансовая система (Уолл-стрит уже давно стала крупнейшим потребителем продукции компьютерной отрасли). На рынке опробованы “генетические алгоритмы”, “кибернетические нейронные сети” и другие вычислительные методики в надежде, что кремниевый интеллект найдет прибыльные схемы, ускользающие от углеродной формы жизни.

Этому “постмодернистскому” финансовому подходу еще предстоит доказать свои возможности. Джекпот пока никто не выиграл.

## Игра случая

Итак, вспомним революционный вопрос Ленина: что делать?

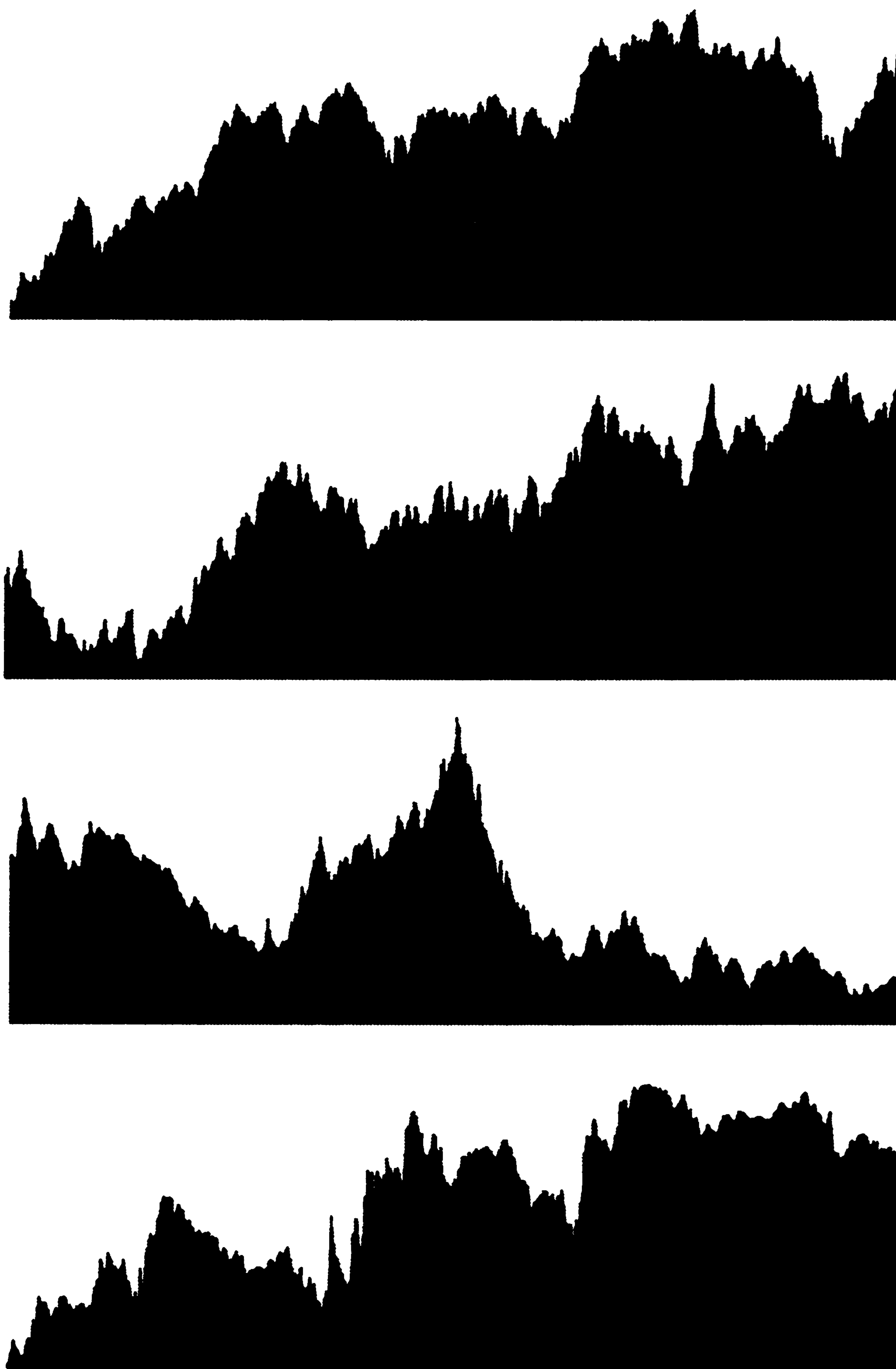
Для начала — сыграем.

Ниже приведены четыре ценовые диаграммы (рис. 1.1), которые обычно включают в отчеты брокерских фирм, но без указания привычных дат и цифровых значений. Две диаграммы — это реальные графики изменения во времени цены реального финансового инструмента, название которого тоже удалено (это может быть акция, облигация или дериватив). Другие две — фиктивные серии чисел, полученные с помощью разных моделей работы рынка. Отвлечемся от направления тренда — восходящий он или нисходящий, — и рассмотрим только изменения диаграммы на определенном промежутке времени. Мы должны ответить на ряд вопросов. Какие две диаграммы реальные? Какие — фиктивные и по каким правилам они составлены?

Многие читатели скажут, что все четыре диаграммы довольно схожи между собой (не забудем, что общее направление диаграммы нас в данном



случае не интересует). Действительно, лишенные условных обозначений, маркировки осей и других указаний на контекст, большинство ценовых “графиков температуры”, как их называют в финансовой прессе, выглядят очень похоже. Однако изображения могут быть обманчивее, чем слова.

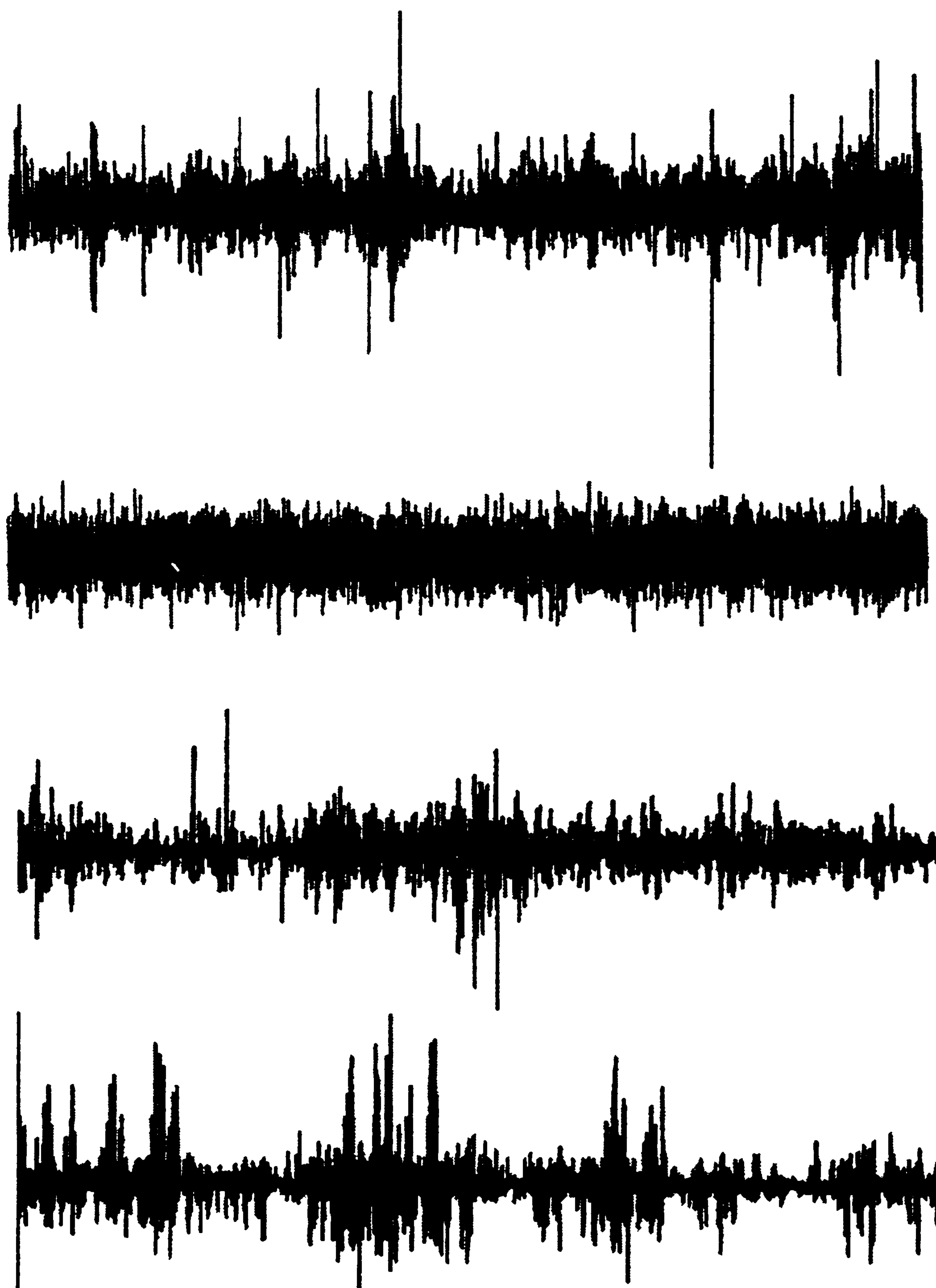


**Рис. 1.1. Четыре ценовые диаграммы: какие две из них реальные и какие — фиктивные?**

Чтобы установить истину, рассмотрим следующую группу диаграмм (рис. 1.2). Они отображают колебания во времени не самих цен, а изменений этих цен. Теперь проявляется структура колебаний, которую можно



увидеть невооруженным взглядом и оценить. Более грубая из двух подделок сразу бросается в глаза, поскольку отличается от остальных так же, как преступник от приглашенных лиц на полицейском опознании. Это — вторая диаграмма, показывающая практически однообразное колебание цен во времени. Она получена с помощью ортодоксальной модели “случайного блуждания”. Амплитуда большинства изменений цены попадает в узкий диапазон, соответствующий центральной части упоминавшейся ранее колоколообразной кривой Гаусса. Правда, на диаграмме видны и большие



**Рис. 1.2. Четыре диаграммы “дневных колебаний цен”:  
какие две из них реальные и какие — фиктивные?**



колебания, или выбросы, однако они лишь ненамного удалены от основной массы значений; образно говоря, мы имеем достаточно ровно подстриженный “газон”, без высоко торчащих “травинки”.

Сравним эту фиктивную диаграмму с двумя реальными, а именно с первой и третьей. На самой верхней изображены относительные изменения курса акций *IBM* в 1959–1996 годах; на третьей — относительные изменения обменного курса доллара и немецкой марки. На этих и на всех других реальных диаграммах колебания цен крайне неустойчивы. Крупные изменения многочисленны и сгруппированы вместе. Здесь более подходящей аналогией будет не газон, а лес, в котором растут деревья разной высоты, в том числе и гигантские. Еще одной аналогией может служить распределение звезд во вселенной. Оно не равномерно, поскольку звезды сгруппированы в галактики, а последние — в кластеры галактик; иерархия распределения одновременно случайна и упорядоченна. С математической точки зрения подобное же наблюдается и на приведенных здесь реальных диаграммах изменений цены акций.

Остается последняя, четвертая, диаграмма — главный выигрыш в нашей игре. Это фиктивная серия ценовых изменений, полученная с помощью моей последней модели работы финансовых рынков. Она добросовестно отражает “неустойчивую волатильность” реальных диаграмм (по сути, “неустойчивую неустойчивость”), и будь то финансовое моделирование или предсказание погоды, доказательством любой модели служат полученные с ее помощью результаты. В былые времена предсказания любой модели выражались несколькими цифрами или диаграммами. Я же первым начал использовать компьютер для представления предсказаний моих моделей в такой уникальной графической форме, своего рода имитации реальности. Модель, лежащая в основе этих диаграмм, называется дробным броуновским движением в мультифрактальном времени. Название отталкивающее, но в последующих главах мы постараемся доказать, что эта модель на самом деле чрезвычайно полезна.

Как же она работает? Модель основана на моей фрактальной математике, о которой поговорим в следующих главах. Добавлю, что на момент написания книги модель все еще находилась в стадии разработки. Поэтому ее пока нельзя использовать для выбора акций, торговли деривативами или



оценки опционов. Время и дальнейшие исследования покажут, найдет ли она вообще когда-нибудь практическое применение. Однако умение имитировать реальность — это форма понимания; мультифрактальная модель уже сегодня позволяет делать некоторые выводы о том, как работают рынки. Подражая популярной финансовой прессе, я свел эти выводы к пяти “правилам” поведения рынка; следуя им, можно уменьшить нашу финансовую уязвимость.

## Правило 1. Рынки рискованны

Нормой финансовых рынков служат крайне большие колебания цен, а не мелкие отклонения, которые можно игнорировать. Движение цен описывается не “благовоспитанной” колоколообразной кривой Гаусса, лежащей в основе современного финансового дела, а более неправильной, делающей путь инвестора намного ухабистее. Соответствующими здравому смыслу можно назвать ту торговую стратегию и тот инвестиционный портфель, в основание которых положен этот неприятный и жестокий факт. Как именно учитывать непредсказуемость рынка, зависит от ресурсов, таланта и склонности к риску каждого человека; как всегда, на рынке присутствуют различные мнения. Но полезно уже само знание того, что на рынках могут происходить бурные перемены. Это знание можно использовать — и уже все чаще его используют — в компьютерном моделировании для проверки портфелей ценных бумаг на устойчивость к биржевым потрясениям и для прогнозирования более широкого набора более мрачных рыночных ситуаций перед тем, как решиться на определенную торговую стратегию и рискнуть своими деньгами. Таким образом, осторожный инвестор может сформировать свой портфель с большей уверенностью, которой не обеспечивают стандартные модели. Агрессивный трейдер получит возможность эффективнее воспользоваться моментами высокой нестабильности, а организации, регулирующие рынок, повысят свою готовность реагировать на острые проблемы, чтобы вовремя предотвратить финансовую катастрофу и макроэкономические потери. Некоторые комментаторы призывали ввести своеобразную “шкалу Рихтера” для градации рыночных возмущений; подобно шкале интенсивности землетрясений, ее финансовый аналог мог



бы использоваться для градации рыночных потрясений и оценки тяжести надвигающихся проблем. Как гласит поговорка, кто предостережен, тот вооружен.

## **Правило 2. Беда не приходит одна**

Рыночные возмущения обычно происходят группами. Для опытного трейдера это не новость. В финансовых дилерских конторах по всему миру каждое утро решающее значение имеют первые 15 минут торгов; именно в это время опытные трейдеры, “буравя” глазами свои экраны, определяют ситуацию на рынке. Они знают, что беспокойное начало торгов вполне может задать “рваный” ритм на весь день. Они также знают, что за безумным вторником с большой вероятностью может наступить еще более безумная среда. И очень хорошо знают, что именно в такие моменты — редкие, но неизменно повторяющиеся кризисы финансового мира — на Уолл-стрит зарабатывают и теряют самые крупные состояния. Трейдеры знают все это и без экономистов. И их интуиция, не фигурирующая в стандартной модели эффективных рынков, полностью подтверждается мультифрактальной моделью.

## **Правило 3. Рынки имеют индивидуальность**

Цены определяются не только событиями, новостями и людьми из реального мира. Когда инвесторы, биржевые спекулянты, промышленники и банкиры собираются на реальном рынке, возникает особый, новый вид динамики — больший, чем сумма составляющих, и отличный от нее. Или, используя терминологию экономистов: цены определяются не только экзогенным действием внешних событий, но также, причем в значительной мере, эндогенными эффектами, специфическими для внутренней работы самих рынков. Более того, этот внутренний рыночный механизм удивительно прочен. Начинаются войны, возвращается мирное время, развиваются национальные экономики, терпят крах фирмы — все это приходит и уходит, влияя на цены. Но фундаментальный процесс реакции цен на новости остается неизменным. Математик назвал бы рыночные процессы “стационарными”. Это противоречит взглядам некоторых потенциальных



реформаторов модели “случайного блуждания”, которые объясняют группирование моментов нестабильности определенными изменениями рынка, а изменение формы нестабильности — изменением механизма ценообразования. Однако их взгляды ошибочны. Вот замечательный пример: мой анализ цен на хлопок за последнее столетие показывает тот же широкий диапазон колебаний цен на рубеже прошлого века, когда цены никто не регулировал, как и в 1930-х, когда они находились под государственным контролем в ходе реализации “Нового курса” президента Ф. Рузвельта.

### **Правило 4. Рынки вводят в заблуждение**

Известные схемы — это “золото дураков”, “медный колчедан финансовых рынков”. Ложные схемы и псевдоциклы, которые весь мир принимает за предсказуемые и пригодные для использования, могут возникнуть даже случайно. Но не стоит забывать, что именно финансовый рынок особенно склонен порождать такие статистические миражи. С помощью моих математических моделей (и используя только случайные процессы) можно получить диаграммы, кажущиеся циклическими и имеющими тренд. Они легко “одурачат” любого профессионального чартиста, который отыщет здесь “пузыри” и моменты краха просто из-за присущей человеческой натуре потребности находить закономерности там, где их нет.

### **Правило 5. Рыночное время относительно**

Также существует явление, которое можно назвать относительным временем на финансовых рынках. Приступив к разработке мультифрактальной модели, я начал думать о том, что рынки существуют в своем собственном “торговом времени”, совершенно отличном от линейного, обычного времени, отсчитываемого часами. Это торговое время ускоряется в моменты неустойчивости рынка и замедляется в периоды стабильности. Я мог бы написать математическое уравнение, показывающее, как соотносятся разные интервалы времени, и с его помощью составить неровную ценовую последовательность, наблюдаемую в реальной жизни. Именно таким способом получены рассмотренные выше фиктивные диаграммы. Мне кажется, что в дилерских конторах кроме стандартного набора часов, показывающих время



в Токио, Лондоне и Нью-Йорке, могли бы появиться четвертые часы, показывающие “Гринвичское рыночное время”.

Последнее положение выделяет важный подтекст этой книги: профессионалы рынка сами не понимают, как много они знают. Трейдеры часто говорят о “быстром” или “медленном” рынке, в зависимости от того, как они оценивают неустойчивость рынка на тот момент. Уверен, что они без промедления признали бы и подтвердили концепцию “торгового времени”. Более того, рыночная “народная мудрость” гласит, что все диаграммы выглядят одинаково: в отсутствие условных обозначений никто не скажет, какой именно период времени — 18 минут, 18 месяцев или 18 лет — охватывает данная ценовая диаграмма. Выразим эту мысль кратко: существует градация рынков. Наблюдается градация даже финансовой прессы, ведь имеются годовые отчеты, квартальные бюллетени, ежемесячные информационные листки, еженедельные журналы, ежедневные газеты, электронные системы получения новостей в режиме реального времени и соответствующие Интернет-ресурсы. Конечно, я понимаю, что рыночный фольклор не может служить доказательством моей мультифрактальной модели; представить такие доказательства способен только строгий статистический анализ. Однако фольклор — это сигнал, что я нахожусь на правильном пути, работая над данной моделью.

Мультифрактальная модель широко применима в финансовой практике. Как уже говорилось, инвестиционный портфель требуется пересматривать, опционы — переоценивать, а торговые стратегии — корректировать. Простой пример: стандартный приказ клиента брокеру продавать по лучшей цене для ограничения убытков, мягко говоря, несовершенен. Часто инвесторы или трейдеры дают указание закрывать позицию, когда цена достигает определенного уровня. Но, как на собственном печальном опыте убедились многие, цены в моменты стремительного изменения обычно проносятся мимо указанного уровня столь молниеносно, что даже самый внимательный брокер не успевает достаточно быстро продать ценные бумаги. В результате инвестор получает большие убытки или меньшую прибыль, чем рассчитывал. Рассмотрим еще один пример. Математический аппарат данной модели позволяет по-новому оценить неустойчивость и риск. Вместо таких статистик, как стандартные отклонения и бета, которые все



еще используются в финансовом деле, я предлагаю две новые переменные: показатель степени  $H$  ценовой зависимости и параметр  $\alpha$ , характеризующий неустойчивость. Несколько фондовых менеджеров уже экспериментировали с названными концепциями. Часто эти первопроходцы утверждают, что используют теорию хаоса, хотя, строго говоря, некоторый маркетинговый успех новой модели обусловлен лишь модой на популярную научную тенденцию. В действительности исследования едва начались, данный математический метод очень “молод”, а до надежного применения его на практике еще далеко.

Итак, *caveat emptor* — “пусть покупатель будет осмотрительным”: эта книга не сделает вас богатыми. Продавцам книг не рекомендуется ставить ее на одну полку с пособиями наподобие “Как заработать миллион на финансовом рынке”. Скорее, ее место среди научно-популярных книг. В ней объясняется новый и важный взгляд на окружающий мир — в данном случае финансовый. Причем объясняется на простом, доступном обычному человеку языке, с привлечением как можно меньшего количества формул и математических терминов; во всяком случае, всей специальной терминологии дается толкование. Я избрал такой способ изложения потому, что стремлюсь вызвать бурную дискуссию о моделировании финансовых рынков. Сначала обсуждение велось в узком кругу математиков, работающих над экономическими проблемами, или экономистов, склонных к использованию математики. Математический аппарат, на котором построен предложенный мною новый взгляд на финансовый мир, честно говоря, выглядит непривлекательно, и это основная причина невнимания большей части традиционных экономистов к моим первым публикациям, увидевшим свет в 1960-х и 1970-х годах. Однако кризис на рынке в конце прошлого века заставил прислушаться к происходящему даже тех, кто раньше старательно изображал глухоту.

В этой области предстоит провести еще много исследований. Экономистам потребовалось более 60 лет, чтобы после диссертации Башелье должным образом сформулировать гипотезу эффективного рынка; затем прошло еще одно десятилетие, прежде чем их наработки нашли практическое применение в сфере нулевых купонов и опционов “колл” (опционов на покупку). История же фракталов насчитывает всего лишь несколько десятков лет.



Но они уже открывают нам некоторые глубокие истины о финансах и экономике. Первостепенная среди них: мы всегда неверно оценивали риск.

Более глубокие знания об опасности дают нам большую безопасность. На протяжении столетий кораблестроители закладывали в конструкцию своих парусников солидный запас прочности. Они знали, что море чаще всего спокойно. Но они также знали о тайфунах и ураганах. Поэтому, строя корабли, рассчитывали не только на 95% спокойных дней, но также на те 5%, когда морские и океанские штормы испытают их суда на прочность. На сегодняшний день финансисты и инвесторы подобны мореплавателям, не придающим значения предупреждениям стихии. Данная книга — одно из таких предупреждений.







## ГЛАВА 2

# Подбрасывать монету или пускать стрелу

Для большинства людей шанс, возможность и случай — это знакомые, но неисследованные понятия, слова, имеющие много разных значений. Часто говорят о шансе выиграть в лотерею или о шансе попасть в авиакатастрофу. На самом деле речь идет об обычном числе, характеризующем математическую вероятность какого-то события. То же касается и случайных встреч, когда имеется в виду незапланированное, непредвиденное событие. В сфере же инвестиций появляется еще одно значение этих слов. Рассматривая возможности потери денег, подразумевают опасность и риск. Эти явления нарушают инвестиционные планы людей, делая их бедными, хотя они надеялись разбогатеть. Люди пытаются оценить риск, сравнивая акции с облигациями, вложения в недвижимость с покупкой казначейских ценных бумаг. Большинство частных инвесторов не имеют ни малейшего представления, как это делать системно и с помощью цифр, но признают, что в их личной деятельности по вложению денежных средств какую-то роль играет случай. Учитывая альтернативу — при неудачном вложении средств им некого будет винить, кроме самих себя, — невезение выступает удобным “козлом отпущения”, на которого можно списать провал.

Может ли случай описать не только их личные неудачи, но и работу рынка в целом? Чушь, отвечают некоторые. Рынок, по их мнению, живет по строгим законам, исключая случайность. Это реальный мир брокеров,



инвесторов и звонкой монеты, а не каких-то абстрактных вероятностей. Акции *IBM* подорожали на один доллар по вполне определенной причине: компания объявила, что заключила больше контрактов на обслуживание компьютеров, чем ожидала, поэтому 5218 реальных инвесторов, среди которых есть расчетливые и импульсивные, алчные и бережливые, купили 12 542 300 реальных акций *IBM* за реальные 768 016 733 долл. Имеем идеальную детерминистскую модель, жесткую причинно-следственную связь. И удача здесь ни при чем. Конечно, продолжают рассуждать такие люди, сложно проанализировать, кто и что сделал для того, чтобы цена выросла, и еще сложнее предсказать, продолжит ли она расти, однако для этого и существуют брокеры. Наш среднестатистический инвестор свято верит: совершенно абсурдно полагать, будто акции *IBM* выросли случайно. Это игральные кости выпадают по воле случая. И колесо рулетки тоже подчиняется слепому случаю. Однако акции *IBM*, обменный курс евро и доллара, цены на пшеницу поднимаются и опускаются по определенным причинам, а не случайно, даже если случай назвать математической вероятностью.

Но в этом вопросе сложилась парадоксальная ситуация. Котировки акций, обменный курс и цены в самом деле меняются не случайно, однако представить этот процесс можно именно таким образом. Эта тонкость — думать о ценах, *как будто* они подчиняются воле случая, — была доминирующей и плодотворной идеей финансовой теории в последние сто лет. Она стала фундаментом современной глобальной финансовой отрасли. Управление портфелем ценных бумаг, торговая стратегия, корпоративные финансы — все это сформировано цепью предположений и выводов, которые сменяющие друг друга поколения экономистов и математиков вывели из названной парадоксальной идеи случайности.

Я, конечно, твердо верю в значимость теории вероятностей. Видел ее проявления в экономике, физике, информационной теории, металлургии, метеорологии, неврологии, анатомии, систематике и многих других, казалось бы, невероятных областях. Более пятидесяти лет назад я, тогда аспирант Парижского университета, взял тему своей докторской диссертации из малоизученной и игнорируемой области науки — прикладной теории вероятностей [10]. Меня интересовал степенной закон, которому подчиняется математическая частота встречаемости отдельных слов в



общеупотребительном языке. Очевидно, что я, имея такую подготовку, вряд ли мог оказаться среди противников использования теории вероятностей в еще одной сфере — финансах. На финансовых рынках может *показаться*, будто какая-то неведомая нам сила играет в кости. Я же для себя определил, что тот, кто правит случаем, может создать, по моей собственной терминологии, несколько отдельных “состояний” или видов случая, а выступая против того способа, каким современные финансовые теоретики в студенческих аудиториях и в своих публикациях рассчитывают вероятность. Некоторым может показаться, что это — просто академическая придирка с моей стороны, однако, как будет показано ниже, способ может определить, чем закончится вся ваша деятельность на финансовом рынке — банкротством или обогащением.

Чтобы понять это ключевое положение, являющееся стержнем всей книги, полезно вернуться к основам. Данная глава начинается с рассмотрения двух резко отличающихся друг от друга вероятностных инструментов, основанных соответственно на представлениях Гаусса и Коши. В следующей изложена история создания современной финансовой теории. Затем мы рассмотрим эту теорию с критической точки зрения. Наконец, я предложу план исправления. Читатель увидит, что я не Лютер, призывающий к расколу церкви. Я Эразм, стремящийся изучением, рассуждениями и благожелательным отношением распространять разумные идеи. Моя цель — изменить способ мышления людей и таким образом открыть путь реформам.

## Роль случая в финансовом деле

Нужно ли вообще говорить о влиянии случая на финансовые рынки? Сама эта мысль противоречит нашему интуитивному представлению о том, что происходит в обществе, торговле и финансах. Однако в качестве аргумента я могу привести два противоположных взгляда на мир — как на Райский сад или как на “черный” ящик.

Первый взгляд детерминистский, причинно-следственный. Согласно ему, каждая частица, лист растения и живое создание находится на ответственном ему месте, и нам иногда кажется, что если бы мы знали больше о Боге, то могли бы все понять и объяснить. Когда-то ученые именно так и думали. Два столетия назад, когда новые телескопы и новый математический



аппарат положили начало современной астрономии, великий французский математик маркиз Пьер-Симон Лаплас утверждал, что мог бы предсказать будущее космоса, если бы знал текущие пространственное положение и скорость каждой его частицы. Такой взгляд, перенесенный на рынки, означал бы для финансовых аналитиков и экономистов возможность давать исчерпывающие ответы на все вопросы. Они могли бы сказать нам, возрастет ли инфляция, упадут ли процентные ставки, какие акции покупать и какие продавать... если бы только у них были достаточно достоверные исходные данные, достаточно мощные компьютеры, а их личный труд достаточно хорошо оплачивался.

Насколько это реалистично? Всего знать невозможно. Физики отказались от своей несбыточной мечты в XX веке, сначала после создания квантовой теории, затем, уже руководствуясь другими рассуждениями, после формулирования теории хаоса. Мало того, они изменили свои взгляды на мир. Теперь он представляется им “черным ящиком”. Мы видим, *что* поступает в ящик и *что* из него выходит, но не *что* происходит внутри. Нам остается только предполагать, какие у нас шансы получить на выходе Z при подаче на вход A. Рассматривать природу сквозь призму теории вероятностей — значит, как говорят математики, иметь стохастический (т.е. вероятностный, случайный) взгляд. Это слово происходит от греческого *stochastes*, приспособления для предсказаний, в свою очередь произошедшего от *stokhos*, заостренного столба, который лучники использовали в качестве мишени. Нам не по силам отслеживать траекторию каждой отдельной молекулы газа, однако мы можем определить ее среднюю энергию и вероятное поведение, а этого достаточно, чтобы сконструировать трубопровод для доставки газа через весь континент и отапливать многомиллионный город.

Если физический мир столь неопределенный и недоступный для точного знания, то насколько же более неопределенным и непознаваемым должен быть мир денег? Финансы — это тоже “черный ящик”, к тому же под черным покрывалом. От нашего взгляда скрыто не только происходящее внутри; также не совсем ясны входящие факторы, поскольку ими являются неполные экономические данные, противоречивые сообщения и прямой обман. Насколько клиенту корректировать совет, данный ему биржевым брокером, если учесть, что у последнего имеются и свои личные интересы?



И что делать с таким фактором, вносящим самую большую сумятицу, как ожидание? Цена акций растет не благодаря пришедшим из компании хорошим новостям, а потому, что светлые перспективы этих акций формируют ожидания инвесторов на дальнейший рост и подталкивают их (инвесторов) покупать столь перспективные ценные бумаги. Ожидание — уникальная черта экономики. Индивидуальную и массовую психологию понять еще сложнее, в отличие от парадоксов квантовой механики. Именно из ожиданий сотканы мечты и пустые фантазии.

Еще в экономике есть множество экономических журналов, в которых ученые мужи пытаются воплотить в жизнь учение Лапласа и смоделировать внутренние процессы экономики в мельчайших деталях. Эти ученые полагаются на обширные базы данных о ценах и производственных показателях. Они делают предположения о поведении человека и выдвигают гипотезы о сложных связях между нормой сбережений, процентной ставкой и другими экономическими переменными. Они пытаются одномоментно охватить очень сложные процессы и явления.

Плодотворнее был бы противоположный подход — макроскопический вместо микроскопического, стохастический вместо детерминистского. Здесь стоит упомянуть явление магнетизма. Когда температура поднимается выше определенного критического значения, так называемой точки Кюри, магнетизм исчезает. При охлаждении металла ниже этой точки магнетизм восстанавливается. Причем происходит это за считанные наносекунды. Каким образом? Несмотря на две сотни лет исследований, мы этого до сих пор точно не знаем. Однако имеются макроскопические теории, работающие очень хорошо. При изучении плоских магнитов химик, математик и физик Ларс Онсагер добился великолепных результатов, используя до смешного простую модель. Представьте себе субатомные частицы магнита, расположенные в узлах решетки подобно тому, как располагаются светофоры на перекрестках Нью-Йорка. Каждая частица может находиться в одном из двух состояний, называемых “верхний” и “нижний” спин. Чем более одинаково состояние частиц, тем больший уровень магнетизма возникает. Если же однообразие вовсе не наблюдается, то магнетизм отсутствует. С ростом температуры решетку заполняет дополнительная энергия, и однообразие спинов нарушается. Когда температура падает, соседние



частицы начинают взаимодействовать между собой и синхронизировать спины. В принципе эти процессы просты, однако на практике их математическое описание столь сложно, что заслуживает Нобелевской премии. Общее теоретическое объяснение примитивно, но, к счастью, нам не столь важно знать (как кажется некоторым), почему и каким образом каждая отдельная частица взаимодействует с соседней. Даже этой простейшей теории нам достаточно, чтобы конструировать электрические генераторы, компьютерные диски и тысячи других очень полезных устройств.

И все же с мыслью о роли случая в функционировании рынков трудно смириться. Возможно, миллионы людей, которые покупают и продают ценные бумаги, — это (в отличие от анонимных частиц магнита или молекул газа) реальные личности, сложные и отнюдь не безымянные. Однако то, что историю их сделок на фондовом рынке, выраженную ценовой диаграммой, можно описать случайными процессами, не означает, что эта диаграмма иррациональна и бессистемна; правильнее назвать ее непредсказуемой. Небольшой лингвистический анализ поможет понять это кажущееся противоречие. Английское выражение *at random* (наудачу, наугад) происходит от средневекового французского выражения *a randon*. Оно означало несущуюся вперед лошадь, движение которой всадник не может ни предсказать, ни контролировать. Еще пример. На язык басков “случай” переводится как *zorria*, производное от *zhar*, т.е. “птица”. Полет птицы, подобно прихоти лошади, невозможно ни предсказать, ни контролировать.

Мы вполне обоснованно можем думать о финансовых ценах таким же образом: они не предсказуемы и не контролируемы. В таких обстоятельствах возможно оценить только шанс получить или не получить определенный результат, например что данные акции в текущем году вырастут на определенную величину, опцион станет “денежным” (*into-the-money*) или обменный курс останется стабильным в течение всего следующего периода исполнения корпоративного бюджета. Пользоваться теорией вероятностей не означает признать, будто глобальной торговлей и финансами правит случай. Конечно, имея свершившийся факт, мы можем, затратив достаточно времени и усилий, ретроспективно выстроить причинно-следственную цепочку, более или менее приемлемо объясняющую произошедшую подвижку цены. Но кому теперь это надо? Кто-то уже обанкротился, а кто-то



разбогачел. После драки кулаками не машут. А в реальном мире быстро меняющихся рынков, скрытых мотивов и непредвиденных результатов мы до свершения события имеем в своем распоряжении только теорию вероятностей.

## Простой или сложный случай

Читатель вправе спросить: каким образом теория вероятностей может описать разнообразную информацию в виде фондовой диаграммы?

В первую очередь, случайное не обязательно означает простое. К вероятности имеют отношение далеко не только монеты и игральные кости. В руках математика даже самый тривиальный случайный процесс — например, подбрасывание монеты — может дать удивительно сложные результаты, причудливые детали и чрезвычайно структурированное поведение. Один из основателей современной теории вероятностей, ныне покойный русский математик Андрей Николаевич Колмогоров, писал: “Эпистемологическая ценность теории вероятностей основана на том факте, что случайные явления, рассмотренные совокупно и в больших масштабах, создают неслучайный порядок” [11]. Иногда этот порядок может быть прямым и понятным, иногда — странным и непостижимым.

Для примера вновь рассмотрим старую игру — подбрасывание монеты. Она пользовалась популярностью у теоретиков еще со времен братьев Бернулли, плодовитого семейства математиков XVIII столетия из Базеля, чьи исследования помогли создать современную теорию вероятностей. Допустим, Гарри выигрывает швейцарский франк, если выпадает орел, а его брат Том — если решка. (Имена вымышленные, поскольку запомнить всех математиков семейства Бернулли невозможно.) Выпадение орла или решки при каждом броске определяется чистой удачей. Однако после трех столетий непрерывной игры, после миллионов и миллионов подбрасываний монеты каждый из братьев имеет полное право ожидать, что в половине случаев победителем окажется он. Таков закон больших чисел — понятие, согласующееся со здравым смыслом, а также подтверждаемое математиками: если некоторый случайный эксперимент повторять достаточно часто, то средний результат будет приближаться к определенной ожидаемой величине. В случае монеты орел и решка имеют равные шансы. При игре в



кости грань с одной точкой должна выпадать приблизительно в одной шестой части случаев. Именно это подразумевал Колмогоров.

Однако другие аспекты игры сложнее. В любой момент один брат вполне мог выиграть намного больше франков, чем другой. Рассмотрим полную запись результатов эксперимента с монетой, в ходе которого выполнено 10 тысяч подбрасываний (рис. 2.1). Эксперимент провел видный математик и мой хороший знакомый Вилли Феллер, в 1950 году написавший довольно популярный в одно время учебник по теории вероятностей. После каждого подбрасывания Феллер записывал совокупный (накопленный) выигрыш или проигрыш Гарри. В итоге получена неустойчивая, но явно выраженная структура: выделяются несколько длинных восходяще-нисходящих циклов, поверх которых идет множество более коротких. Пересечения нулевой оси (моменты, когда воображаемые кошельки Гарри или Тома полностью

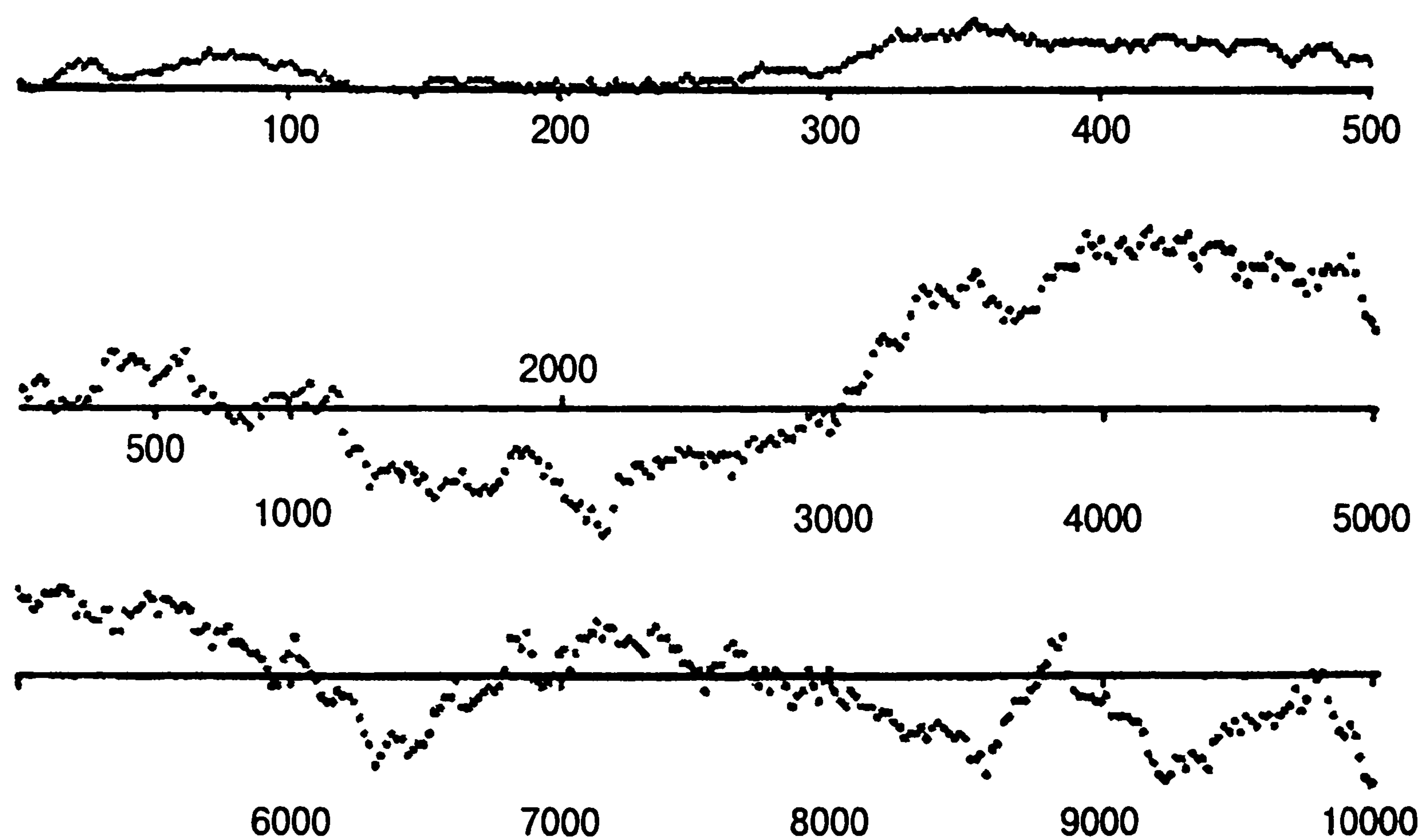


Рис. 2.1. Запись результатов эксперимента с монетой  
(подбрасывали 10 тысяч раз)

Эти адаптированные диаграммы взяты из книги *Feller 1950*. Они показывают, насколько далеко совокупные результаты подбрасывания монеты могут отклоняться в одну или другую сторону от ожидаемого среднего значения, нуля (горизонтальная ось). На верхней диаграмме подробно изображены первые 500 бросков. Две нижние (вторая из них — продолжение первой) охватывают 10 тысяч бросков. Главный вывод: даже простейший случайный процесс может иметь сложную структуру.



опустошались, возвращаясь в исходное состояние) собраны в кластеры (группы), а не распределены равномерно. Значит, получена нерегулярная структура.

В прошлом, когда данная диаграмма впервые была представлена научной общественности, на нее обратили внимание лишь немногие. Я же провел много часов за ее изучением, грезил ею, пытаюсь обнаружить в ней структуры и процессы, присущие случаю. Насколько она, на первый взгляд, похожа на фондовую диаграмму? Чартисты днями напролет изучают финансовые графики, выявляют структуры “голова и плечи”, периоды сжатия или уровни поддержки, а затем конфиденциально советуют своим клиентам покупать или продавать. Интересно, заметили бы они разницу, подсунь я им в папку одну из этих диаграмм эксперимента с монетой? Позвонил бы мне кто-нибудь из них с советом покупать?

Напомню ключевой пункт моей работы: случайность имеет более одного “состояния” или более одной формы, и каждая, если бы реализовалась на финансовом рынке, совершенно по-другому повлияла бы на поведение цен. Одна форма случайности, которую я называю “мягкой”, самая известная и управляемая. Случайности такой формы подчиняются монета и статистические помехи плохо настроенного радио. Ее классическим математическим выражением является кривая Гаусса или “нормальное” распределение вероятностей, названное так потому, что долгое время рассматривалось как норма природы. Считалось, что температура, давление или другие характеристики природы отклонялись от среднего значения именно на ту величину, какую позволяла имеющая форму колокола кривая Гаусса, и ни на йоту больше. Рассмотрим следующее состояние. На противоположном полюсе шкалы расположилась “бурная” случайность. Она намного более беспорядочна и непредсказуема. Примером служит корнуоллская береговая линия — далеко выдающиеся в море мысы, отвесные скалы и неожиданно тихие бухты. Скачки от одного значения к следующему неограниченны и пугающе резки. Наконец, третье состояние случайности, которое находится между двумя крайними, — это “медленная” случайность.

Представим случайность и ее три формы — мягкую, медленную и бурную — как самостоятельный мир с собственными специфическими законами физики. В таком случае “мягкая” случайность подобна твердому



состоянию материи: низкие уровни энергии, устойчивые структуры, строго определенный объем. Любой объект находится на своем определенном месте. “Бурной” случайности соответствует газообразное состояние материи: высокие энергии, отсутствие структуры и объема. И невозможно сказать, что произойдет с газообразным объектом и куда он переместится. Наконец, “медленная” случайность подобна промежуточному состоянию материи, жидкому. Впервые свои взгляды на случайность я представил в 1964 году в Иерусалиме на Международном конгрессе логики и философии науки. С тех пор я значительно развил эту теорию и показал, что без нее невозможно понять финансовые рынки в правильном свете. Как мы увидим ниже, стандартные теории финансов базируются на более легкой, “мягкой” форме случайности. Однако имеется огромное количество фактов, свидетельствующих в пользу того, что в действительности рынки намного более бурные и поражающие воображение.

## “Мягкая” форма случайности

Простейший тип случайности, выраженный кривой Гаусса, впервые оказался в центре внимания два столетия назад. С самого начала ее теория была влиятельной и одновременно противоречивой. Ее открытие породило споры об авторстве (о которых часто говорят, но я считаю не лишним еще раз напомнить о них) между особо выдающимся математиком Адриеном Мари Лежандром и одним из величайших ученых всех времен Карлом Фридрихом Гауссом.

В начале XIX века вычисление астрономических орбит было на переднем крае математических исследований. Усовершенствованные телескопы обеспечили ученых новыми данными о небесах, а сформулированный Ньютоном закон всемирного тяготения стал средством интерпретации этих данных. Но, как было известно со времен датского астронома Тихо Браге, жившего в конце XVI века, телескопические наблюдения могут сопровождаться грубейшими ошибками. Одна из них — систематическая, обусловленная недостатками приборов: неидеально отшлифованные линзы, неровно установленный телескоп. Ошибку такого вида можно объяснить, измерить и компенсировать. Однако была и случайная ошибка, неконтролируемая, к которой приводили изменчивые атмосферные условия, колебания



земной поверхности, нетрезвые ассистенты. Неконтролируемая ошибка существенно осложняла расчеты орбиты обнаруженной кометы или планеты.

Подобно большинству великих математиков, живших в сравнительно недавно закончившуюся эпоху универсальности, Лежандр и Гаусс отличались широкими профессиональными интересами. Так, Лежандр в Париже по-новому изложил знаменитые принципы геометрии Евклида, предложив стандарт в этой области, написал первый полный трактат по теории чисел, а в эпоху Наполеона участвовал в создании точной карты Франции. Гаусс в северном немецком герцогстве Ганновер (правитель которого впоследствии взошел на гораздо более богатый престол в Лондоне) был сыном простого чернорабочего, но также вундеркиндом, научившимся считать раньше, чем говорить; свое первое знаменитое математическое доказательство, в области геометрии, он представил в 18-летнем возрасте. Он усовершенствовал почти каждую область, которой касался: простые числа, алгебраические функции, бесконечные ряды, теория вероятностей, топология. Вместе с коллегой сконструировал первый электрический телеграф. Подобно Лежандру активно занимался картографией. Имея лишь скудные исходные данные, рассчитал орбиты нескольких открытых малых планет. Вычисления он производил с удивительной быстротой: определил и проверил орбиту астероида Веста за десять часов, на что менее одаренному человеку потребовалось бы несколько дней напряженных расчетов с построением таблиц, перепроверкой и поиском ошибок.

Столкновение двух ученых произошло в сфере астрономии [12]. В 1806 году Лежандр опубликовал трактат о расчете орбит, в котором имелось дополнение, названное “О методе наименьших квадратов”. В нем говорилось об общей проблеме: как найти “истинное” значение орбиты или любого другого природного явления, имея совокупность наблюдений, не лишенную ошибок. Лежандр предложил простой метод. Сделать предположение об истинном значении и рассчитать, насколько удалено от него каждое наблюдение, т.е. рассчитать ошибку. Затем возвести каждую ошибку в квадрат и просуммировать полученные числа. Вновь предположить истинное значение и проверить, не уменьшилась ли новая сумма квадратов ошибок. Повторять процесс вновь и вновь [13]. Оценка по методу наименьших



квадратов позволяет определить ошибки, дающие наименьшую сумму квадратов, и, таким образом, значение, максимально близкое ко всем наблюдениям. Это был эффективный метод, немедленно нашедший признание как удобный и даже сегодня пригодный для регулярного использования в различных физических исследованиях, начиная с астрономии и заканчивая биологией. Однако Гаусс спустя три года после появления трактата Лежандра описал подобный метод, не упомянув работу француза. Лежандр высказал свой протест, но немедленной реакции Гаусса не последовало, поскольку немец никогда не любил тратить время на ссоры с другими математиками. Прямого ответа от него научная общественность так и не получила, однако Гаусс заверил коллег, что придумал этот метод еще в восемнадцатилетнем возрасте и неоднократно использовал его в своих астрономических вычислениях. Примирить математиков попытался Лаплас, но безуспешно. В конце концов авторство открытия присудили обоим математикам. Доказательство приоритета Гаусса, найденное позднее в его объемных записных книжках, несколько спорно, но несомненно, что немецкий математик видел в ставшем яблоком раздора методе более глубокий смысл, чем Лежандр.

Вернемся к эксперименту с монетой. Допустим, что Гарри или Том ведут записи отклонений от ожидаемого среднего значения — от нуля (в итоге они получают диаграмму, подобную приведенной на рис. 2.1 диаграмме Феллера). По примеру тенниса разделим всю игру на “сеты”, состоящие из миллиона бросков, и запишем, сколько Гарри выиграл в первом сете, во втором и т.д. Размер выигрыша в отдельных сетах будет, конечно же, значительно колебаться. В частности, нередко выигрыш окажется близким к нулю. Но, как утверждает теория, чаще в сете будет выигрывать один из братьев, как правило, на тысячу очков, т.е. бросков. И в совсем редких случаях получимnamного, namного большую “ошибку”, или отклонение от ожидаемого среднего значения. Если бы братья затем изобразили результаты своей игры графически в виде так называемой “гистограммы”, состоящей из примыкающих друг к другу вертикальных прямоугольников разной высоты, соответствующей количеству раз, когда встречалось отдельное значение, то мы получили бы знакомую структуру (рис. 2.2). Многочисленные небольшие выигрыши сгруппированы вокруг ожидаемого среднего



значения — нуля (высокого центрального прямоугольника). Редкие крупные выигрыши находятся по краям гистограммы. Соединив непрерывной линией середины прямоугольников, получим уже известную нам кривую Гаусса, имеющую форму колокола.

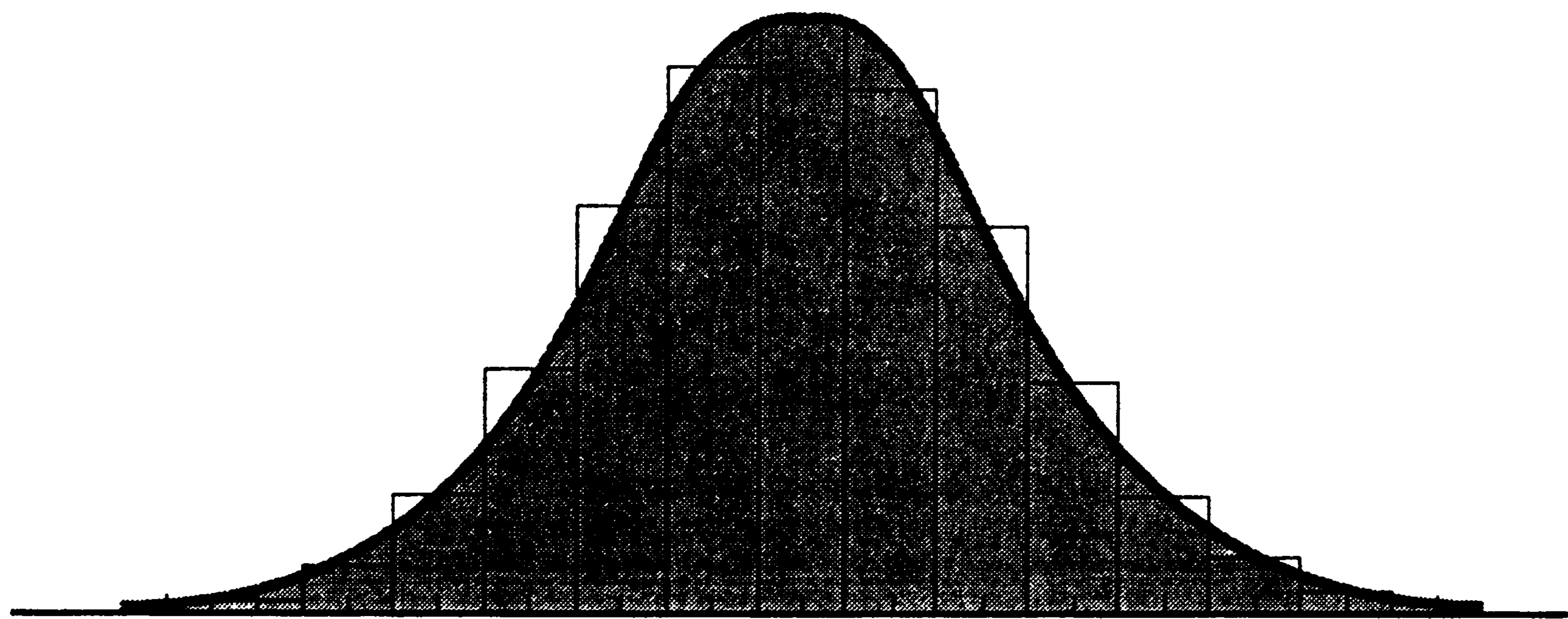


Рис. 2.2. Кривая Гаусса

Гарри выигрывает, когда выпадает орел, и после каждого сета, состоящего из миллиона подбрасываний, записывает свой совокупный выигрыш или проигрыш. Высота кривой показывает, как часто получался каждый отдельный результат. Большую часть времени выигрыши в сете невелики; они изображены в высокой средней части кривой. И только изредка выигрыши очень большие — им место на низко опущенных хвостах кривой. Такое распределение случайного процесса часто называют “нормальным”.

Если изучить кривую Гаусса, обнаружатся удивительные факты. Во-первых, предположим, что одновременно проходит несколько игр: Гарри и Том подбрасывают монету, их двоюродные братья бросают кости, а друзья сдают карты. Участники каждой игры рассчитывают получить свой, отличный от двух других игр, средний результат; но во всех трех случаях графическое представление того, как выигрыш в сете отличается от среднего значения, имеет все ту же общую колоколообразную форму. Правда, некоторые “колокола” окажутся приземистее, другие — уже. Однако все описываются одной и той же математической формулой, а различия между ними определяются всего двумя числами: средней ошибкой и дисперсией (или стандартным отклонением), условным критерием ширины колокола [14].

Многие физические явления подчиняются более сложным законам, тем не менее удобно иметь одну формулу, полученную эмпирическим путем, которая включает два числа в качестве параметров. Например, обычный



коэффициент интеллектуального развития (IQ) намеренно разработан таким образом, чтобы его результаты образовали кривую Гаусса. Средний IQ по определению равен 100 баллам, соответствующим центру “колокола”. Практически 68% населения имеют IQ в пределах одного десятибалльного стандартного отклонения (которое принято называть греческой буквой сигма,  $\sigma$ ) от среднего значения, т.е. попадают в диапазон от 90 до 110 баллов. Приблизительно 95% находятся в пределах двух стандартных отклонений от среднего, т.е. между 80 и 120 баллами, а три стандартных отклонения охватывают 98% населения. С ростом сигмы шанс попасть внутрь “колокола” быстро приближается к 100%, тогда как шанс оказаться за его пределами — быть “выбросом”, как говорят статистики, — приближается к нулю; для оценки этих шансов существует уравнение. Но мы рассказали не обо всех возможностях нормального распределения. Если наносить на график значение IQ каждого отдельного человека в стране, а не всего населения, то мы опять-таки получим кривую Гаусса. Еще один вывод: если экзаменационные оценки по языку и математике независимы друг от друга, а распределение обеих переменных описывается кривой Гаусса, то и сумма оценок тоже распределена нормально. Конечно, комбинированная средняя оценка и ее разброс изменятся, но основные характеристики кривой останутся прежними.

Короче говоря, нормальная кривая неуничтожима. Она — продукт математической алхимии. К ней неизбежно придешь, если скомбинировать множество небольших изменений, если каждое из них независимо от предыдущего и если каждое незначительно в сравнении с их суммой. Ни один отдельный человек не оказывает большого влияния на общую кривую IQ, и ни один отдельный бросок не имеет большого значения для общей игры Гарри или Тома. Однако в совокупности, за какой-то длительный период времени или в случае, если рассматривать большое количество населения, результаты меняются правильно и предсказуемо. Отдельные точки (отдельные данные) — это песчинки, образующие береговую линию, травинки газона или электроны, движущиеся по медному проводу.



## Стрельба из лука вслепую

Действительно, описанным образом удобно рассматривать окружающий мир, но разве это единственный возможный подход? Вовсе нет. В конце своей долгой жизни французский математик XIX века Огюстен Луи Коши обдумывал особенно причудливый вариант. В дни моей молодости взгляды Коши считались интересными, но нереалистичными и надуманными. Однако моя работа сделала их реальными.

По-моему, лучше всего эту теорию описать с помощью воображаемого лучника с завязанными глазами, стоящего перед мишенью, нарисованной на бесконечно длинной стене. Лучник стреляет наугад, в любом направлении. Очевидно, большую часть времени он промахивается. На самом деле, в половине случаев он стреляет вообще не в сторону стены, однако мы договоримся эти выстрелы не учитывать. Рассмотрим только те выстрелы, которые попали в стену, но не в нарисованную на ней мишень. Будь эти промахи распределены согласно кривой Гаусса (случайность “мягкого” вида), большинство стрел попали бы в стену довольно близко к мишени и лишь весьма немногие — очень далеко от нее. Допустим далее, что наш лучник стрелял достаточно долго, а общее количество выстрелов разделено на последовательные “сеты”. Для каждого сета он мог бы рассчитать среднюю ошибку и стандартное отклонение и даже назвать результат своей стрельбы вслепую. Однако в действительности лучник не может воспользоваться столь удобной кривой Гаусса, поскольку его промахи не описываются случайностью “мягкого” вида. Слишком часто он стреляет настолько неточно, что стрела летит почти параллельно стене и вонзается в нее за сотни метров от мишени, а то и за несколько километров, если у лучника достаточно сильные руки. Посмотрим, что мы получим, если после каждого выстрела будем рассчитывать текущий средний результат стрельбы по мишени. В гауссовой среде даже самые неточные выстрелы лишь очень незначительно влияли бы на общий результат. После определенного количества выстрелов лучник пришел бы к стабильному текущему среднему результату, на который практически не может заметно повлиять очередной выстрел. Однако в среде, предложенной Коши, события развиваются совершенно по-другому. Расстояние от мишени до самого дальнего попадания почти равно сумме расстояний от мишени до всех остальных попаданий. Один промах на



километр полностью поглощает 100 более точных выстрелов (промахов всего на несколько метров). Теперь лучник, стреляющий вслепую, не придет к определенному предсказуемому среднему результату и стабильным колебаниям вокруг этого результата, т.е. на языке теории вероятностей: ошибки стрельбы не сходятся к среднему значению. Они имеют бесконечное математическое ожидание, а отсюда и бесконечную дисперсию [15].

Взгляд Коши на мир совершенно отличается от взгляда Гаусса. В мире первого ошибки распределены не так, как почти одинаковые песчинки; они представляют собой смесь песчинок, гравия, валунов и гор. Практическое значение этого отличия впервые было признано в моей работе, но о его существовании ученые узнали давно. Еще в 1853 году на страницах еженедельного бюллетеня Французской академии наук развернулась дискуссия на эту тему между Коши и другим математиком, Ирене Бьенеме. Коши заметил, что результат стрельбы из лука вслепую противоречит формулам Гаусса, с помощью которых к тому времени, не особенно задумываясь об их истинности, уже обрабатывали данные почти всех научных измерений. Бьенеме возразил: метод Гаусса не просто удобен, он отражает фундаментальные истины о вероятности, а причудливая формула ошибок Коши описывает неестественную случайность; если бы такое когда-нибудь произошло в природе, любой ученый немедленно заметил бы ее.

Приведем выдержку из “Отчетов академии наук” (*Comptes Rendus de l'Academie des Sciences*) за 29 августа 1853 года.

Наблюдения сами по себе насторожили бы менее внимательного наблюдателя. Поскольку крупные ошибки должны иметь заметно высокую вероятность, они проявились бы с самого начала и возникали бы если и не столь часто, как другие ошибки, то, по меньшей мере, в столь же большой пропорции. Таким образом, были бы получены пугающе противоречивые наблюдения. Без сомнения, наблюдатель отбросил бы их, а измерительные приборы или методика наблюдений подверглись бы глубокой корректировке... Прибор, “подчиняющийся” такому закону вероятностей [закону Коши], никто и никогда не решился бы продавать. Трудно даже представить себе фирму, которая взялась бы за производство такого прибора.

С тех пор большинство математиков и ученых придерживались следующего аргумента: гауссова математика проста и отвечает большинству форм



действительности или же такой выглядит. Но более пристальный ретроспективный взгляд, какой дает нам фрактальная геометрия, позволяет сделать вывод, что гауссов вариант не такой уж “нормальный”. Его так называли лишь потому, что он был первым, на который обратили внимание ученые. Как всегда бывает в науке, сначала решают простейшие задачи. Однако между представлениями Гаусса и Коши имеется принципиальное различие. Это два разных взгляда на мир. Первый предполагает, что крупные изменения являются результатом множества мелких, а второй придает крупным событиям непропорционально большое значение. Описанные выше “мягкая” и “бурная” формы случайности — это сделанные мною обобщения представлений Гаусса и Коши.

Аналоги этой противоречивой двойственности окружают нас повсюду. Модернисты-историки утверждают, что события в жизни человечества формируются множеством экономических и социальных тенденций, воплощенных в прошлых жизнях миллионов людей; задача историка заключается в отслеживании этих тенденций. В отличие от модернистов традиционалисты, которые опять входят в моду, говорят следующее: историю сформировали и играли в ней главные роли всего несколько великих людей, например Цезарь и Наполеон, Ньютон и Эйнштейн. При первом — “мягком” — взгляде рождение или смерть отдельного человека не играет никакой важной роли в истории человечества; при втором — “бурном” — почти наверняка играет. Еще пример: под микроскопом острый край лезвия бритвы выглядит несколько зазубренным. Он испещрен случайными впадинами и выступами, хотя они и выглядят незначительными дефектами почти прямой кромки. Здесь легко обнаружить доминирующую тенденцию — мы имеем дело с “мягкими” вариациями. Для контраста рассмотрим рваную береговую линию Бретани: действительно ли она имеет “среднюю” контурную линию, как лезвие бритвы? Да, но только при взгляде с очень большой высоты, на которой находится искусственный спутник Земли; оттуда береговая линия Бретани действительно выглядит так, как на географической карте. Если же смотреть на нее с самолета или башни, то мы увидим лишь случайные детали в виде мысов и бухт, скал и глубоких заливов. Реальная береговая линия подчинена закону “бурной” случайности. Переходим к третьему примеру — с электронами. Если пропускать по медному проводу



непрерывный электрический ток, то мы “услышим” его в громкоговорителе в виде ровного белого шума. Это помехи электростатического происхождения с “мягкими” колебаниями, обусловленные тепловым возбуждением электронов. Отправляя компьютерные данные по очень длинному проводу, получаем другую картину — беспорядочные и прерывистые “щелчки” на выходе. Инженеры называют их  $1/f$ -шумом (сигналы, имеющие степенной вид спектральной плотности). Это проклятие компьютерных коммуникаций, поскольку шум приводит к ошибкам передачи. Его нельзя предсказать или предотвратить; к нему можно только приспособиться с помощью программного обеспечения корректировки ошибок. Здесь мы имеем дело с “бурными” колебаниями.

“Бурная” случайность неудобна. С ее математическим аппаратом не все знакомы, а во многих случаях его еще только предстоит разработать. К тому же он сложен и часто требует тщательного компьютерного моделирования — просто калькулятором здесь не обойтись. К несчастью, приходится признать: мир создавался не для удобства математиков. Многие в экономике лучше всего описываются именно этой бурной, неприятной формой случайности; возможно, потому что экономика — это не только физические объекты и явления (например, урожай пшеницы, погода), но также переменчивые настроения и неподдающиеся измерению ожидания фермеров-хлебобобов, торговцев сельхозпродукцией, пекарей и потребителей.

Таким образом появляется ряд необычных загадок. Допустим, требуется рассчитать средний размер компаний в отрасли производства компьютерного программного обеспечения. Мы подсчитываем количество таких компаний, суммируем их задекларированные годовые доходы, делим вторую цифру на первую и получаем простое среднее значение, а “в нагрузку” — несколько непростых вопросов. Сколько фирм нужно включить в наш анализ? Только первые пятьдесят, торгующие открыто? Или все до единой, включенные в отраслевой справочник? Или фирмы, подающие налоговый отчет и называющие себя работающими в отрасли программного обеспечения? Ответить невозможно, поскольку при каждом удлинении списка и включении в него очередных, более мелких фирм, расчетное среднее значение уменьшается. И как быть с компанией *Microsoft*? Это колосс отрасли, на фоне которого все остальные фирмы выглядят карликами. Если *Microsoft*



включить в нашу выборку, то так называемый “типичный” размер компании вырастет до гротескной величины. Исключив же ее, мы проигнорируем важнейшего игрока отрасли. Говоря кратко, распределение переменной “размер компании” — “бурное” (как на Диком Западе, сказали бы критики *Microsoft*).

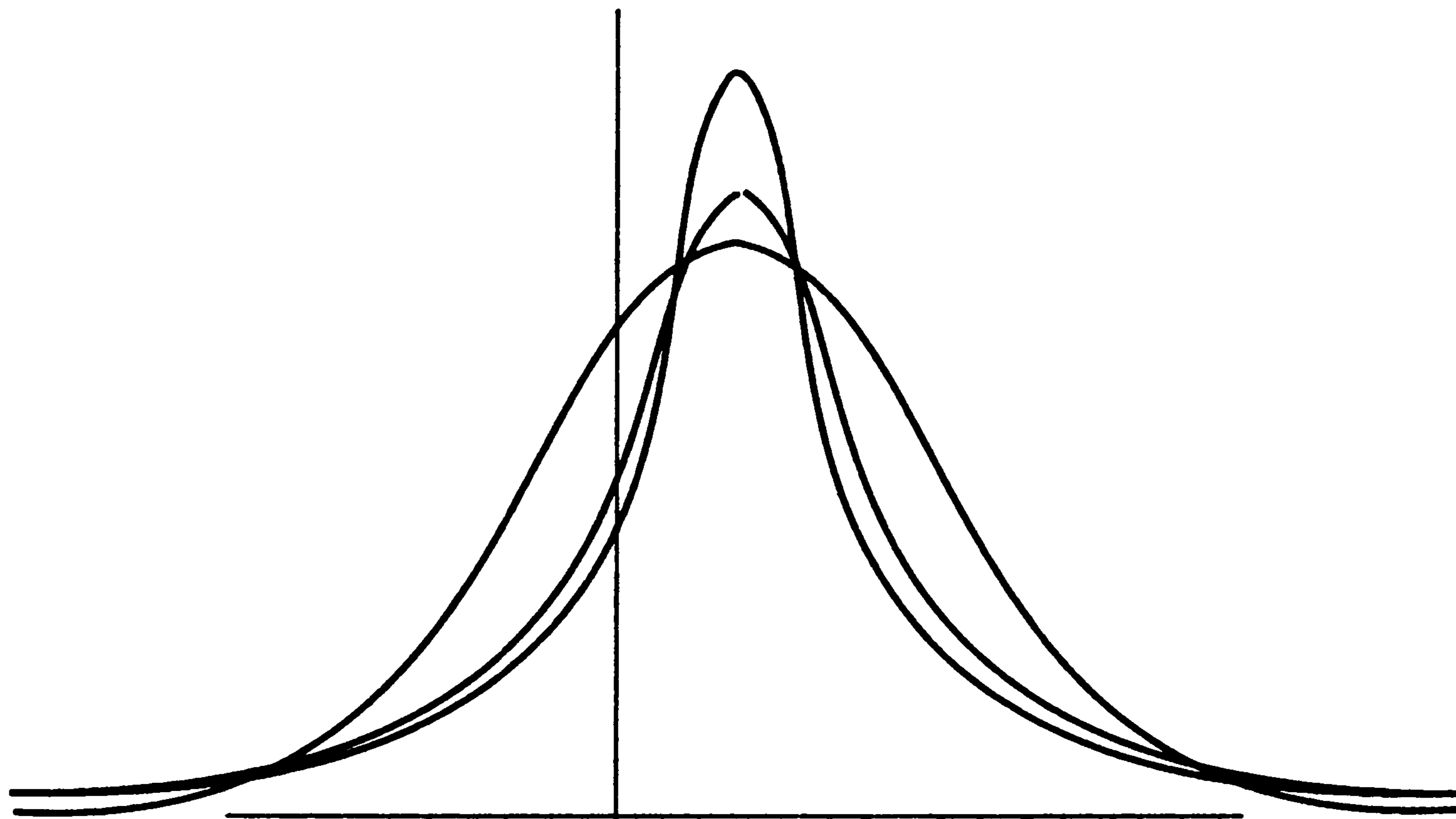


Рис. 2.3. Три диаграммы

На этом рисунке знаменитая кривая Гаусса изображена вместе с еще двумя кривыми, имеющими явно другие свойства. Самая плоская из трех — это собственно кривая Гаусса; из-за ее очень “коротких хвостов” нам пришлось урезать горизонтальную ось, чтобы она не перекрыла график. В то же время самая заостренная кривая имеет и самые “длинные хвосты”. Это кривая Коши, отражающая распределение результатов стрельбы из лука вслепую. О промежуточной кривой мы расскажем ниже, чтобы представить распределение приращений цен на хлопок.

## Назад к финансам

После довольно длительного экскурса в историю вопроса мы вернулись к финансовым рынкам. Допустим, мы можем смоделировать на компьютере искусственный фондовый рынок. На основе наших представлений о связях между различными частями экономики мы строим сложную эконометрическую модель. На вход модели подается информация о погоде, населении, инфляции, экономическом росте, отраслевой специализации и работающих на рынке компаниях; компьютер по заложенному в модель алгоритму рассчитывает оптимальную, или “фундаментальную”, стоимость



акций компании. Но к этой величине прибавляются миллионы мелких случайных изменений, возможно, отражающих недостоверные новости или переменчивые предпочтения инвесторов, некоторые взятые по отдельности, некоторые просуммированные. Генератор какой изменчивости следует использовать в данном случае? Если “мягкой”, то разброс цен на результирующих графиках (полученных с учетом множества созданных компьютером событий) будет находиться в точно определенных пределах. Совсем другая — “бурная” изменчивость, даже если ее “сгладить” и сделать менее экстремальной, чем та, о которой говорил Коши. “Бурные” ценовые диаграммы представляют собой ужасное зрелище: малые подвижки цен перемешаны с очень и очень большими, множество созданных компьютером новостей — с несколькими катастрофическими бюллетенями, масса малых транзакций — с крупными, институциональными пакетными сделками; в общем, мы получим комбинацию малого и обычного с крупным и редким. В таком “бурном” (или “диком”, как говорилось выше) мире воображаемый инвестор, участвующий в этом эконометрическом моделировании, обанкротился бы за один день.

Увы, это не компьютерная фантазия. До сих пор стандартная финансовая теория следовала первым, “мягким”, путем. О том, как она стала на эту “кривую дорожку” и как ее увести оттуда, мы расскажем в последующих главах.



# ГЛАВА 3

## Башелье и его наследие

В марте 1900 года в Парижском университете собрался академический эквивалент инквизиторского суда.

В число “судей” входил Анри Пуанкаре, один из самых прославленных математиков всех времен. Он был гением, его неумная энергия позволила ему сделать вклад буквально во все области математических исследований и не только: в теорию вероятностей, теорию функций, топологию, геометрию, оптику и, больше всего, в небесную механику. Пуанкаре также выступал в роли популяризатора математики и науки. Его труды читали с большим интересом, а избранные статьи составили несколько книг, пользующихся спросом и по сей день.

Несмотря на это, Анри Пуанкаре был живым парадоксом, одновременно видной фигурой научной общественности и академическим диссидентом. С точки зрения некоторых коллег, он легкомысленно пренебрегал теоретическими тонкостями математики; поэтому ему поручали преподавать лишь на тех кафедрах практической математики, где бы он не смог поколебать веру студентов в идеальную строгость науки. Пуанкаре представлял собой образец рассеянного профессора. Он был столь неловок, что это дало его друзьям повод для шутки: “У Пуанкаре обе руки левые”. Во время Первой мировой войны его двоюродный брат Раймон стал президентом Франции, а



в 1920-х годах — премьер-министром. И если бы Анри безвременно не скончался на шестом десятке лет, то, вероятно, стал бы лауреатом Нобелевской премии по физике (логичнее выглядело бы по математике, но таковой не существует). Тонко чувствуя красоту математики, он однажды сказал: “Ученый, достойный этого звания, и особенно математик, относится к своей работе так же, как художник; его удовольствие столь же велико и имеет ту же природу”.

В тот день 1900 года пред “судейские” очи Пуанкаре предстал один из его учеников, работавший над докторской диссертацией [16]. Его звали Луи Башелье. Должностей для всех обладателей звания доктора философии (Ph.D.) не хватало, поэтому защита диссертации обычно представляла собой тяжелый, мучительный процесс. Молодой математик получил в лучшем случае посредственное образование, а два последних экзамена сдавал самому Пуанкаре и комиссии, уполномоченной принимать докторскую диссертацию. Более простой экзамен из двух был устным; его стандартную тему выбирали и утверждали заранее. Башелье выпала тема из гидроаэромеханики. Проверке подлежали как знание предмета, так и навыки устного изложения темы, ведь второе важно для человека, претендующего на звание профессора. Поскольку по названной теме специализировался один из членов комиссии, Жозеф Бусинеск, Башелье предстояло тяжелое испытание. Но, как следует из окончательного отчета комиссии, претендент продемонстрировал “глубокое знание” предмета.

Основной же экзамен заключался в защите собственных исследований. Претендент не мог рассчитывать на быстрое одобрение своей работы комиссией. Диссертация на тему “*Theorie de la Speculation*” (“Теория спекуляции”) не была посвящена ни сложным числам, ни теории функций, ни дифференциальным уравнениям, ни другим темам, бывшим тогда в математической моде. Французское слово *speculation*, второе значение которого “размышление”, не относилось к какой-нибудь форме мысли. И монографией о философии случая эта диссертация тоже не была. Речь шла о спекулятивной торговле правительственными облигациями на Парижской фондовой бирже, или *Bourse*, процветающем логове капитализма. Здание биржи построили по образцу греческого храма, а возвышалось оно на противоположном — географически и интеллектуально — прославленной



Сорбонны берегу. В те времена, впрочем, как и в сегодняшней Франции, разнузданная спекуляция пользовалась дурной репутацией. Инвестиции имели важное общественное значение, а чистая биржевая игра порицалась. Биржевую торговлю фьючерсами легализовали всего за 15 лет до описываемых событий. А так называемая “короткая продажа”, — когда спекулянт продает ценные бумаги, которых он не имеет, чтобы затем, при снижении цены, опять купить их, — вообще считалась неприличной. Хотя к 1900 году уже было выпущено несколько книг о финансовых рынках, статуса учебной дисциплины эта область экономической науки еще не приобрела, и уж тем более вряд ли данную тему можно было назвать подходящей для провинциала, рассчитывающего получить одобрение и покровительство со стороны ученого совета Парижского университета.

Выступление претендента не привело профессоров в восторг. Пуанкаре, комментируя диссертацию, заметил, что “тема, выбранная месье Башелье, несколько далека от тех, которые обычно предпочитают наши кандидаты”. Он похвалил некоторые “оригинальные” идеи диссертации и пожелал докладчику, чтобы тот лучше разработал самую необычную из них. Однако это не та работа, которую можно удостоить высшей похвалы, поэтому Башелье присвоили степень *mention honorable* (“почетный отзыв”), но не *tres honorable* (“с особым отличием”), которая стала бы для диссертанта пропуском к блестящей математической карьере. Ему пришлось провести следующие 27 лет в борьбе за признание и место во французской академической среде. Он колесил по городам Франции, работая учителем средней школы и приглашенным преподавателем университета в Париже, в Безансоне возле швейцарской границы, в Дижоне и в Ренне. К счастью для Башелье, его диссертация появилась в одном крупном научном журнале, благодаря чему не потерялась для истории.

История оказалась к Башелье добрее, чем современники. Его диссертация заложила основы финансовой теории и, в гораздо более общем плане, теории всех форм вероятностных изменений в непрерывном времени. Он сформулировал основные вопросы о том, как движутся цены, и предложил на некоторые из них предварительные ответы. Умер Башелье в неизвестности; прошло более полувека, прежде чем его диссертацию повторно обнаружили и перевели. На основе его идей экономисты построили хорошо



продуманную и всестороннюю теорию рынков, инвестиций и финансов, описывающую, как меняются цены, как мыслят инвесторы, как управлять деньгами и как определять риск — “мятежную душу” рынка. Их учение нашло благодарных последователей на Уолл-стрит и стало основой того, что теперь называется “современной” теорией финансов. Как и любую догму, это учение почитают скорее за отклонения от него, чем за безусловное следование; большинство профессиональных финансистов и инвестиционных советников, руководствуясь опытом и интуицией, изменили отдельные формулы под свои потребности. Но сформулированные Башелье широкие принципы остаются каркасом механизма движения мировых денег.

“Столь выдающейся была работа Башелье, что мы можем назвать момент создания теории о спекулятивных ценах ее моментом славы”, — писал в более позднее время экономист Пол Г. Кутнер из Массачусеттского технологического института (МТИ). И я тоже считаю Башелье крупной фигурой в науке. Однако уже давно я предложил альтернативные теории рыночной динамики, а со временем на замену им разработал лучшие варианты.

Интерес к истории идей полезен для души ученого. Поэтому в моих книгах часть изложения посвящена размышлениям об отдельных ученых и превратностях их судьбы. Чтобы понять причины множества недостатков ортодоксальной теории финансовых рынков и инвестиций, в первую очередь следует выполнить ее обзор, но не существует лучшего способа для этого, чем описать жизнь и деятельность нескольких личностей XX века, выделяющихся своим особым влиянием на развитие теории, независимо от того, согласны ли мы с их взглядами или нет. Это Луи Башелье, Гарри Марковиц, Уильям Шарп и научный дуэт Фишера Блэка и Майрона Шоулза. Башелье — герой этой главы — был научным диссидентом, одиноким мечтателем. Он пережил общее безразличие и даже посрамление со стороны своих современников, но тем не менее упорно отстаивал свой уникальный взгляд на финансовый мир. Остальные ученые, речь о которых пойдет в следующей главе, прочно стояли на ногах в своей профессиональной карьере и пользовались уважением коллег; их значение заключается в рельефных мазках кистью, завершивших начатое Башелье полотно. Было много и других фигур, которых историки могли бы назвать равнозначными. Однако любая история должна с кого-нибудь начинаться; эта начнется с Башелье.



## “Не орел”

В 1900 году, как и ныне, Французская академия представляла собой элитарную организацию, несвободную от такого порока, как групповщина; в ней с трудом терпели людей не своего круга, раскольников и диссидентов. Луи Жан-Батист Альфонс Башелье был “чужаком” с самого начала.

Он родился в шумном портовом городе Гавре 11 марта 1870 года в семье процветающего коммерсанта. Отец будущего математика, Альфонс Башелье, был известным торговцем вином; венесуэльское правительство назначило его вице-консулом, своим представителем в этом порту. Дед ученого был местным банкиром и поэтом. Луи вырос и стал красивым молодым человеком с белокурыми волосами, голубыми глазами и орлиным носом, о чем сказано в его военных документах. Общую привлекательную картину завершал высокий по тем временам рост — 175 см. Но со смертью обоих родителей в 1889 году счастливая юность резко закончилась. Башелье, которому исполнилось 19 лет, был вынужден прервать учебу и начать работать в семейном бизнесе. Вскоре его призвали в армию. Для него это означало потерю возможности сделать обычную для Франции академическую карьеру, а именно получить образование в одной из престижных *grandes écoles* (приравненные к университетам специализированные высшие школы) Республики, в которых формировалась и укреплялась элита нации. Эти высшие школы были французским аналогом британских университетов Оксфорда и Кембриджа или Лиги плюща (объединение восьми самых престижных американских университетов). Продолжить образование Башелье смог лишь когда ему было уже 22 года. Он поступил в Парижский университет как студент-математик, поскольку доступ в это учебное заведение был открыт для всех выпускников средней школы. Не имея хорошей подготовки, Луи учился посредственно. Так, один экзамен ему пришлось пересдавать несколько раз, но и последняя попытка далась с большим трудом.

Своими действиями и поступками Башелье не всегда помогал собственной карьере. Судя по его личным записям и воспоминаниям современников, он был трудным человеком. В частности, скромностью не отличался. В резюме, которое Башелье составил при подаче заявления о приеме на работу в 1921 году, он описал свои к тому времени многочисленные произведения, в том числе две книги и журнальные статьи, не просто как рядовые научные



труды; они были ни много ни мало “воскрешением научной дисциплины, которая, родившись во Франции, стала исключительной собственностью немцев и англичан”. По мнению Башелье, его 526-страничный труд о вероятности “превосходит великий трактат Лапласа”. Еще один свой труд он описал как “абсолютно уникальный, построенный на оригинальной идее, о которой никто и никогда не задумывался; другой такой научной работы никогда прежде не появлялось. Замысел, метод, результаты — все новое”.

Его работа в самом деле была оригинальной, основанной на собственных идеях автора. Однако на современников она не произвела впечатления. На лекциях студенты поднимали недовольный шум, потому что Башелье не мог закончить уравнения на доске, не сверяясь со своими записями. Это считалось дурным примером для учеников, которого не должен подавать хороший педагог. Однажды он сделал выговор студентам, заявив, что они должны в совершенстве знать греческий алфавит, но некоторое время спустя стало очевидно, что лектор и сам его забыл. В письме 1921 года некий чиновник из министерства образования назвал Башелье “оппозиционером”. В нем также говорилось, что в начале преподавательской карьеры Башелье получил работу по ходатайству министерства в знак признания его заслуг как боевого лейтенанта Первой мировой войны, несмотря на возражения со стороны других математиков. Ему явно не доставало столь необходимого для карьерного роста умения учитывать общественное мнение. “Не орел”, — криво усмехнувшись, заметил чиновник.

Недостаток университетских должностей для математиков в те времена означал, что в редких случаях, когда открывалась вакансия, за нее начиналась борьба между уважаемыми учеными. В 1926 году такая свободная должность появилась в Дижоне, где Башелье уже когда-то работал. Его соперник в борьбе за эту вакансию, Жорж Серф, был блестящим молодым математиком, имевшим все необходимые связи в Париже и союзника в Дижоне — штатного профессора математики Мориса Жевре. Судя по всему, Жевре испытывал к Башелье сильную неприязнь. Тщательно изучив его последнюю работу, профессор обнаружил грубую математическую ошибку. На собрании ученого совета, который и должен был решить судьбу спорной вакансии, Жевре выложил в качестве веского аргумента письмо от выдающегося французского специалиста по теории вероятностей Поля



Леви из Парижа. Послание подтвердило ошибку. В результате “Башелье получил больше черных шаров”, как годы спустя печально написал мне Леви. К тому времени он уже сожалел о происшествии, невольным участником которого стал. Оказалось, он прочитал лишь отрывок, выделенный для него Жевре, а не весь трактат; в полном же контексте работы Башелье злополучная ошибка выглядела не столь уж грубой. Позднее Леви извинился перед Башелье за то, что “впечатление, произведенное единственной начальной ошибкой, помешало мне до конца прочесть работу, в которой было так много интересных идей”.

Увы, извинения пришли слишком поздно. В 1926 году Башелье отреагировал на свой провал быстро и несдержанно. В разосланном им по разным адресам письме (несколько его копий сохранилось по сей день) обличалась та “прискорбная и ужасающе несправедливая” манера, в которой саботировали его профессиональную карьеру в Дижоне. Его соперник, жаловался в письме Башелье, был на 18 лет моложе “и не служил в армии, тогда как мне 48 лет и я прошел войну в офицерском звании”. Партизанская тактика Жевре, писал обиженный Башелье, “не удивила бы никого, знавшего слабый характер этого человека”. Об еще одном члене ученого совета в письме глумливо сказано: “Он хорошо известен своим мастерством создавать вакуум на лекциях по физике: аудитория почти всегда пуста, поскольку студенты избегают нудного преподавателя”. Досталось и Леви. В его сторону Башелье разрядился язвительной эпистолой более чем из четырехсот слов. Он назвал критику Леви “резкой и несправедливой”, основанной на полном незнании рассмотренной работы. “Парижанин, лишь недавно написавший книгу о вероятностях, даже не потрудился открыть мою книгу на ту же тему перед тем, как писать свою”, — жаловался Башелье. А завершил он это письмо типичной для того времени инсинуацией: “Месье Поль Леви, несомненно, в последнюю минуту не удержался от мелкой пакости и отдал предпочтение своему единоверцу”. Леви, как и Жорж Серф, был евреем.

Учитывая склочный характер Башелье, можно лишь удивляться тому, что он вообще в конце концов получил должность профессора в Безансоне. Однако произошло это спустя 27 лет после написания докторской диссертации — работы, по которой его хорошо помнят и по сей день.



## Финансы как подбрасывание монеты

Шумная парижская фондовая биржа *Bourse* (“Биржа”) была в те времена мировой столицей торговли облигациями. После Французской революции правительство возместило убытки некоторым вернувшимся дворянам, выпустив на миллиард франков бессрочные облигации — сертификаты, по которым можно бесконечно получать фиксированные процентные выплаты, но без возврата основной суммы. Эти *ренты*, как называли новые облигации, стали финансовым хитом. Ими владели, а также активно торговали многие люди. К 1900 году в обращении находились внутренние и международные облигации на сумму 70 млрд. франков, тогда как правительственный бюджет составлял всего четыре миллиарда. Подобно сегодняшнему рынку казначейских облигаций США и золотообрезных правительственных облигаций в Соединенном Королевстве, французский рынок облигаций был столь глубок, что развилась параллельная торговля соответствующими фьючерсами, опционами и другими деривативами с такими экзотическими профессиональными названиями, как “колл или больше”, “пут или больше”, “спрэды” и “контанго”. Башелье хорошо знал все тайные механизмы этих рынков и часть своей 68-страничной диссертации посвятил их детальному описанию. Некоторые историки даже полагают, что математик какое-то время проработал на фондовой бирже. Он задался целью разработать формулы для назначения цены на эти сложные производные ценные бумаги. Для этого ему требовалось сначала понять, как движутся цены самих исходных облигаций. Башелье писал, что такая “формула, выражающая вероятность рыночных колебаний, судя по всему, до сих пор не была опубликована”. Приведем начальные строки из его диссертации *Theorie de la Speculation* (Теория спекуляции).

Факторы, определяющие деятельность биржи, бесчисленны, причем многие события, текущие или ожидаемые, часто кажутся не имеющими связи с колебаниями цен. Кроме, до некоторой степени естественных, причин этих колебаний имеются и искусственные: биржа реагирует на саму себя, а текущая торговля зависит не только от предыдущих торгов, но и от остального рынка. Определение этой деятельности зависит от бесконечного количества факторов, поэтому невозможно надеяться на



ее математическое прогнозирование. Противоречивые мнения о колебаниях столь равномерно распределены, что в один и тот же момент времени покупатели ожидают подъема цен, а продавцы — падения.

Исчисление вероятностей, несомненно, никогда нельзя будет применить к рыночной деятельности, а динамика биржи никогда не станет точной наукой. Однако возможно математически изучить состояние рынка в данный момент времени или, другими словами, выяснить законы вероятностей для колебаний цен, которые в этот момент диктует рынок. В действительности нельзя предсказать колебания рынка, но зато мы наверняка можем оценить вероятность появления этих колебаний, причем оценить ее математически.

Несколько математических “атак” на рынок предпринималось и раньше [17]. В 1863 году французский биржевой маклер Жюль Реньо заметил, что чем дольше хранить ценную бумагу, тем больше можно выиграть или потерять на колебаниях ее цены. Он даже вывел формулу для соответствующих расчетов. Но в большинстве подходов к анализу рынка существовал общепринятый взгляд на цены акций и облигаций: что-то происходит и цены реагируют на это событие, т.е. имеет место типичная причинно-следственная связь, которую легко выявить после совершения события, но трудно предсказать до него. Однако такой подход бесполезен, поскольку всего знать невозможно. Поэтому Башелье пошел другим путем. Он попытался оценить вероятность колебаний цен — на то время новаторский подход. Его попытка увенчалась блестящим успехом. Ученый заметил “странную и неожиданную” аналогию между “рассеянием”, или “диффузией”, тепла в веществе и колебаниями стоимости облигаций. Оба эти процесса невозможно точно предсказать. На уровне частиц материи или отдельных людей на рынках детали слишком запутанны и сложны; невозможно выделить и описать каждый относящийся к делу фактор и точно проанализировать, как они все взаимодействуют между собой и приводят к рассеянию энергии или разбросу цен. Но в обоих случаях мы можем отвлечься от запутанных мелких деталей и увидеть широкую картину вероятностей, которой описывается вся система. Башелье для своей модели — самой специализированной из всех созданных им — адаптировал уравнения одной области к задачам другой.



Он начал с рассмотрения рынка облигаций как, по его определению, “честной игры” [18]. Вспомним подбрасывание монеты, о котором сообщалось выше. Если монета нефальшивая, т.е. если ее вес распределен равномерно, то выпадения орла и решки равновероятны. Допустим, бросающий выигрывает доллар при выпадении решки и проигрывает доллар при выпадении орла. Теория вероятностей гласит, что в конце серии бросков следует “ожидать” нулевой прибыли. Более того, каждый раз, когда монета взлетает в воздух, вероятность выпадения орла или решки составляет 50%, независимо от того, что выпало на предыдущем броске. Другими словами, ключевая идея подбрасывания подлинной монеты заключается в отсутствии у нее памяти: если вдруг получится серия бросков, когда каждый раз выпадает одна и та же сторона монеты, то два события — на следующем броске эта серия оборвется или продолжится — имеют одинаковую вероятность.

Сверхъестественные силы в азартные игры с ценами французских облигаций не играют, однако у всех, кто находится в гуще событий (торгов), складывается именно такое впечатление, поскольку невозможно точно понять, что приводит цены в движение. Это утверждение даже выразили математически. С помощью формул делают вероятностные выводы о ближайшем развитии событий. Это было еще одно ключевое достижение Башелье. Он использовал раздвоенное мышление, столь распространенное среди экономистов наших дней и означающее два взгляда на одно и то же событие. Один — после свершения события (*ex post facto*), другой — до свершения события (*ex ante*). После изменения цены мы можем его исследовать и дать ему причинно-следственное объяснение; например, цена облигаций упала из-за нового и мрачного прогноза об уровне инфляции или из-за слухов о том, что крупный торговец облигациями неплатежеспособен. Но до упомянутого изменения ~~цены~~ было бы трудно предсказать эти новости и еще труднее спрогнозировать, как на них отреагирует рынок. Поэтому мы из-за своего незнания просто взглянули бы на текущие на тот момент цены облигаций и, не задумываясь, предположили бы их “подлинность”, т.е. то, что рынок учел всю соответствующую информацию, что данный уровень цен соответствует равенству спроса и предложения, а для каждого продавца нашелся свой покупатель. И пока не появится какая-нибудь новая информация, которая может нарушить это гармоничное равновесие, у нас



нет причин ожидать изменения цен. Следующее изменение может быть в равной мере как вверх, так и вниз, как вправо, так и влево, как на север, так и на юг.

В действительности цены подчиняются “случайному блужданию” [19]. Эту метафору взяли на вооружение последователи Башелье. Термин происходит от оригинальной задачи, которую рассматривают в теории вероятностей. Допустим, мы увидели слепого и пьяного человека, бредущего через поле. Если мы окажемся на той же наблюдательной позиции через некоторое время, то как далеко к этому моменту уйдет данный человек? Он мог сделать два шага влево, три вправо, четыре назад, и так далее, бесцельно передвигаясь по ломаному маршруту. В среднем — подобно игре с подбрасыванием монеты — он никуда не уйдет, а останется почти на прежнем месте. Итак, если рассматривать только средний результат, то случайное блуждание через поле будет вечно заканчиваться в исходной точке. И это — лучший возможный прогноз его будущего положения в любой момент времени. Аналогичные рассуждения применимы к цене облигаций: в отсутствие новой информации, которая может нарушить равновесие спроса и предложения, каков наилучший возможный прогноз цены на завтра? Да, цена может подскочить или упасть, намного или незначительно, но без новой информации, которая приведет к необратимому смещению в ту или иную сторону, цена в среднем будет колебаться вокруг исходной точки. И опять-таки лучшим прогнозом служит сегодняшняя цена. Более того, каждое колебание цены не связано с последним, а обусловлено все тем же неизменным и таинственным процессом, который движет рынками. Изменения цен, если говорить языком статистики, образуют последовательность, или ряд, независимых и однозначно распределенных случайных переменных.

В действительности, продолжает Башелье, дело обстоит еще проще. Если нанести на график все изменения цены облигаций за месяц или год, то их разброс на бумаге образует знакомую нам кривую Гаусса — большое количество малых изменений сгруппировано в центре кривой, а несколько крупных по краям. Это открывает возможность использования целого набора математических средств анализа гауссового (или нормального) распределения. Таким образом, благодаря Башелье теоретическую кривую Гаусса стали использовать для анализа финансовых рынков.



Однако и здесь Башелье также ступил на новую “математическую территорию”. Еще приблизительно за столетие до него великий французский математик Жан-Батист Жозеф Фурье вывел уравнения, которыми описывается рассеяние тепла. Эти формулы были хорошо известны Башелье из курса физики. Он адаптировал их для вычисления вероятностей движения цен облигаций и назвал методику “рассеяние вероятностей”. Удивительно, но методика работала. К тому же судьбе было угодно, чтобы и другие ученые, движимые самыми разными мотивами, последовали по проложенному Башелье пути. Задолго до того изобретение микроскопа позволило наблюдать беспорядочную “пляску” крошечных крупинок пыльцы в пробе воды. Шотландский ботаник Роберт Броун изучил это движение и заметил, что оно — не проявление жизни, а физическое явление. Это открытие увековечили в термине “броуновское движение”. В 1905 году Альберт Эйнштейн вывел для описания броуновского движения уравнения, очень похожие на уравнения Башелье для вероятностей колебаний цен облигаций, хотя Эйнштейн не был знаком с трудами французского ученого. Как бы то ни было, нас не может не удивлять, что движение стоимости ценных бумаг, движение молекул и рассеяние тепла могут иметь единую математическую природу. Как мы увидим далее, это всего лишь одна из многих необычных связей в природе.

Башелье не ограничился теорией. Он также проверил свои уравнения на реальных ценах опционных и фьючерсных контрактов. Теория сработала. Например, Башелье рассчитал, что для покупателя 45-дневного опциона за полфранка вероятность получить прибыль составляет 40%. Точность его прогноза кажется сверхъестественной: проанализировав прошлые данные торгов, он обнаружил, что 39% таких опционов действительно принесли их покупателям прибыль. “Рынок невольно подчиняется определенному закону, и это — закон вероятностей”, — заключил Башелье.

## Эффективный рынок

Увы, экономические открытия Башелье оставались в течение многих лет по большей части незамеченными. В те дни термин “финансовая теория” был оксюмороном, т.е. сочетанием противоречивых понятий; финансы считались презренным ремеслом, недостойным служить темой научных



исследований. Отношение к финансовой теории стало меняться лишь после биржевого краха 1929 года. С этого момента все больше экономистов начали исследовать финансовые рынки. Независимо от Башелье некоторые стали думать о “случайном блуждании”. Альфред Коулз III, богатый инвестор, обескураженный неточностью того, что выдавалось за финансовые консультации, учредил фонд для сбора и анализа рыночной информации. В одной статье 1933 года он написал о том, что мог бы предсказать и Башелье: среди двадцати четырех прогнозистов фондового рынка, рекомендации которых регулярно изучал Коулз, он не обнаружил “признаков мастерства”. С таким же успехом эти эксперты могли бы бросать кости. Двадцать лет спустя британский статистик Морис Г. Кендэлл изучил биржевые данные более чем за сто лет (стоимость акций в Лондоне, цены на хлопок в Нью-Йорке и пшеницу в Чикаго) в надежде обнаружить шаблонные схемы, которыми мог бы руководствоваться инвестор. “В целом, — иронично заключил Кендэлл, заполнив множество страниц бесполезными выкладками регрессионного анализа, — я считаю этот эксперимент провалом. Надежда на то, что можно предсказывать движения биржевых котировок, рухнула”.

Вновь имя Башелье в связи с экономикой всплыло только в 1956 году, в диссертации студента Массачусеттского технологического института Пола Энтони Самуэльсона на тему о ценах опционов [20]. На этот раз о Башелье говорили как о признанном предшественнике. Всех захватила идея Башелье о “честной игре”; экономисты признали практическую ценность описания рынков законами случайности и броуновского движения. В 1960-х и 1970-х годах более широкую теоретическую форму этим законом придал Юджин Ф. Фама. Будучи студентом Чикагского университета, Фама поддерживал контакт со мной в IBM и Гарварде посредством телефона, почты и неоднократных визитов; я стал его консультантом при написании диссертации, поскольку она посвящалась моим взглядам на динамику рынков. Но часто при обсуждении идей Башелье мы выходили за рамки модели независимых приращений, и в последующие годы Фама развил эти идеи в то, что ныне называется *гипотезой эффективного рынка*. Это своего рода интеллектуальное “русло”, по которому сегодня течет “река” ортодоксальной финансовой теории.



Вот кратко ее суть. На идеальном рынке стоимость ценных бумаг полностью отражает всю относящуюся к делу информацию. На финансовом рынке ведется честная игра, в которой количество покупателей соответствует числу продавцов. При таких условиях цена в любой заданный момент должна быть “правильной”. Покупатель и продавец могут иметь разные мнения, т.е. один может быть “медведем”, а другой “быком”, но они обязательно сойдутся в цене, иначе сделке не бывать. Теперь распространите эти рассуждения на миллионы ежедневных сделок бурлящего фондового рынка и вы придете к заключению, что и общая рыночная цена тоже должна быть “правильной” — другими словами, с учетом доступной информации опубликованная цена отражает лучшую общую рыночную оценку того, какую прибыль принесут владельцу данные акции. И если все сказанное истинно, то — здесь кроется самая горькая пилюля для инвесторов — победить рынок невозможно.

Рассмотрим три случая. В первом допустим, что некий проницательный аналитик биржевых диаграмм решил, будто ему удалось обнаружить определенную закономерность в старых сводках цен. Скажем, будто каждый раз в январе биржевые котировки растут. Может ли он, владея этой информацией, разбогатеть, например, купив акции в декабре и продав их по более высокой цене в январе? Ответ отрицательный. Если рынок крупный и эффективный, то и другие его игроки обнаружили ту же тенденцию, или тренд, либо, по меньшей мере, обнаружили, какую операцию затеял наш аналитик. И вскоре, чем больше трейдеров узнают о январском подъеме, тем больше людей начинают покупать акции в декабре, а затем, чтобы опередить декабрьский спрос, еще раньше, в ноябре. В конце концов все явление будет настолько равномерно распределено по столь большому количеству месяцев, что станет незаметным. Тренд исчез; его обнаружили, и это стало причиной его гибели. Действительно, в 1976 году некоторые экономисты заметили, что каждый год в январе растет стоимость акций малых компаний [21]. Многие инвесторы в конце года закрывают свои убыточные позиции, чтобы учесть убытки для уменьшения подлежащих уплате налогов, а в начале следующего налогового года вновь вкладывают деньги в акции, на что сразу же реагирует рынок. Описанный эффект особенно заметно проявляется для малых акционерных компаний, поскольку они чувствительнее



небольшим движениям средств. Увы, прежде чем броситься зарабатывать на этом тренде, вы узнаете, что его открытие его же и уничтожило. Не успеет еще утихнуть вся научная шумиха вокруг этого тренда, как он уже не будет столь же ясно, как прежде, проявляться на ценовых диаграммах.

Второй случай. Допустим, финансовый аналитик, тщательно изучив ежегодные отчеты *France Telecom* и поговорив с ее банкирами и конкурентами, сделал вывод, что долг компании становится слишком большим. Для сохранения платежеспособности ей придется урезать дивиденды, взять кредиты или продать какой-нибудь важный актив. И опять тот же вопрос: может ли этот аналитик “нагреть руки” в данной ситуации? Ответ прежний: нет, если рынок эффективный. Очень скоро и другие аналитики обнаружат упомянутую проблему компании и порекомендуют своим клиентам продавать акции *France Telecom* без покрытия. Или же банкиры, первыми узнавшие о проблеме, начнут назначать компании больший процент за открытые ей постоянные кредитные линии. Рынок это заметит, и котировка акций снизится. Значит, новая информация отразится в цене.

Третий и последний случай. Допустим, генеральный директор *France Telecom* начнет обналичивать свои опционы акций, поскольку хорошо знает, что долг компании — это мина замедленного действия. Как долго он сможет наживаться благодаря доступу к внутренней информации? На эффективном рынке — не очень долго. Трейдеры заметят, что капитан покидает корабль, и сделают вывод о грядущих крупных неприятностях. Поэтому они тоже начнут продавать акции, в результате чего их цена упадет.

Во всяком случае, так происходит в теории. Во всех трех рассмотренных примерах — анализ ценовых диаграмм, анализ открытых данных и использование внутренней информации — рынок очень быстро обесценивает новые сведения. Цены возрастают или падают до тех пор, пока не установится новый баланс между покупателями и продавцами; а в следующий раз цены вновь с равной вероятностью могут как вырасти, так и упасть. Это не означает, что выиграть на рынке вообще никогда невозможно. В действительности, шансы при честной игре таковы, что в половине случаев следует ожидать выигрыша и в половине — проигрыша. Выиграть можно, если получить доступ к особой информации об акциях и первым на рынке воспользоваться ею. Однако никогда нельзя быть уверенным, что эта



информация истинна или что вы узнали о ней первыми; в конце концов на рынке множество людей не глупее вас. Поэтому может оказаться, что время и деньги, затраченные на получение особой информации, будут выброшены на ветер, а руководствоваться правилами рынка, не стараясь его обыграть, дешевле и безопаснее. Вот надежный и спокойный подход: купите акции индексного фонда; расслабьтесь; ничего не предпринимайте. Или, как сказал Самуэльсон из МТИ: “Спокойно сидящие тоже несут службу”. И более расширенный совет от него же (*The Journal of Portfolio Management*, 1974).

Уважение к фактам подталкивает меня высказать гипотезу, что большинству экспертов по управлению инвестиционными портфелями лучше было бы уйти из этого бизнеса. Стать сантехниками, или преподавать греческий, или на посту руководителя предприятия вносить свою лепту в создание валового национального продукта страны. Но я должен признать: даже если этот совет и хорош, вряд ли он найдет горячий отклик у тех, к кому обращен. Лишь очень немногие люди решаются на самоубийство без веской внешней причины.

Мрачные, пессимистические слова. Но чего не отнять у Уолл-стрит, так это гибкости. И слова, которые могли бы послужить для нее эпитафией, стали боевым кличем. Диссертацию Башелье переработали в зрелую теорию о том, как колеблются цены и как работают рынки. Она появилась в 1970–1980-х годах и стала руководящим принципом многих стандартных инструментов современных финансов, ортодоксальной линией, которую преподают в бизнес-школах, обрела форму различных компьютерных программных пакетов для определения стоимости ценных бумаг, формирования инвестиционного портфеля, измерения результатов финансовой деятельности и оценки преимуществ финансовых проектов. Прекрасное здание с внушительным фасадом. Однако позже мы узнаем, что построено оно на песке.



## ГЛАВА 4

# Здание современных финансов

В 1999 году два экономиста из Дьюкского университета занялись, на первый взгляд, весьма утомительными исследованиями. Они опросили ведущих финансовых директоров крупнейших корпораций США о принципах их работы. Исходя из чего эти руководители решают, в какие именно заводы, активы и новые предприятия вкладывать деньги, а от каких избавляться? Как они определяют самый дешевый способ получения дополнительных средств — выпустить акции, продать облигации или просто взять кредит в банке? На заполнение трехстраничной анкеты у респондентов уходило приблизительно 17 минут. А потратить 17 минут — довольно много для финансовых “властелинов вселенной”, каковыми себя считают большинство генеральных исполнительных директоров крупных компаний. Тем не менее ответили 392 человека.

Как оказалось, когда дело доходит до оценки стоимости капитала — существенной составляющей любого финансового решения, — то чаще всего (73,5% опрошенных) используется Модель оценки финансовых активов (общепринятая английская аббревиатура — CAPM). Не чужды этой модели и 500 ведущих компаний США, список которых ежегодно составляет журнал *Fortune*. В ходе проведенного в 2001 году аналогичного опроса финансовых директоров из 16 европейских стран из уст 77% респондентов прозвучала та



же аббревиатура — CAPM. Она попала и в политический лексикон. Когда в 2001 году корпорация *Central Hudson Gas & Electric* захотела поднять цены на электроэнергию в Нью-Йорке, она обосновывала регулирующим органам свое решение с помощью, среди прочего, модели CAPM. Интересен пример того, как в Северной Ирландии прославленную модель использовали уже регулирующие органы, чтобы снизить цены на электроэнергию. Поистине, CAPM — это обоюдоострый меч [22].

Так что же это за модель такая, ставшая опорой для множества финансовых решений о ценах, новых рабочих местах и слияниях? И более важный вопрос: верны ли эти решения? Профессора, обрабатывавшие анкеты, едко заметили, что финансовые директора, судя по всему, использовали модель неправильно или, по крайней мере, не так, как учат в бизнес-школах. Большинство из них параллельно использовали и другие методы. Также профессора добавили: “Даже если модель применяли правильно, не ясно, действительно ли CAPM столь хороша, как о ней говорят”.

Тем не менее, как заключили обработчики, модель все еще находит широкое применение. Она берет свое начало в идеях Башелье. CAPM стала практическим финансовым инструментом, в котором воплотились теории французского ученого. Это простой метод для оценки активов, будь то пакет акций, который собирается купить инвестор, или завод, который намеревается построить компания. CAPM разработал американский экономист Уильям Ф. Шарп в начале 1960-х годов. Еще одним инструментом, создателем которого вдохновили идеи Башелье, стала *Современная теория формирования инвестиционного портфеля* (английская аббревиатура — MPT). Этот метод выбора инвестиций разработал в 1950-х годах Гарри М. Марковиц, доктор (Ph.D.) Чикагского университета. Третий инструмент — формула Блэка-Шоулза для оценки опционных контрактов и риска. Ее авторами в начале 1970-х годов стали два научных сотрудника с Восточного побережья США Фишер Блэк и Майрон С. Шоулз. Существует много других инструментов, часть которых разработана совсем недавно. Однако перечисленные три модели — CAPM, MPT и формула Блэка-Шоулза — стали тремя важнейшими элементами ортодоксальной финансовой теории. Во всем мире они входят в основную программу подготовки почти всех студентов, получающих степень магистра делового администрирования. В американ



ской финансовой отрасли они включены в экзаменационную программу для всех желающих получить лицензию финансового консультанта. Точно не известно, до какой степени эти инструменты используются в реальном мире финансов; очевидно лишь, что в каждой фирме и для каждой задачи выбирают свой. Многие специалисты попытались устранить недостатки этих формул и добавили новые идеи. И все же именно эти три формулы до сих пор остаются основными блоками, из которых построено здание современных финансов, теоретический фундамент которых был заложен еще столетие назад Башелье.

В данной книге утверждается, что прежде чем продолжить ремонт здания, нужно полностью заменить фундамент. Чтобы понять важность этого “нулевого цикла”, рассмотрим современное состояние здания.

## Марковиц: что такое риск

Первый большой шаг к практическому применению идей Башелье сделал Гарри Марковиц, сын чикагского бакалейщика. Он рос в благополучной семье — возможно, не столь зажиточной, как у Башелье, но и небедной. Как впоследствии вспоминал американский ученый, “мы жили в отличной квартире, никогда не испытывали недостатка в еде, и у меня была отдельная комната. Я даже не знал, что страна охвачена Великой депрессией” [23].

Несмотря на такую стабильность, Марковица, когда он поступил на экономическое отделение Чикагского университета, больше всего интересовали именно неустойчивые состояния экономики. Как принять решение о вложении денег в строительство нового завода или о покупке пакета акций, если заранее невозможно точно узнать, чем обернется эта инвестиция? В то время участники фондового рынка руководствовались простыми здравыми рассуждениями: либо сам научись правильно выбирать акции, либо найми хорошего специалиста. Действительно, некоторым удалось неплохо “набить руку” в этом деле, опираясь на большой опыт, внутреннюю информацию, длительные исследования или сложные математические расчеты. Естественно, выпущено немало учебников на эту тему. Можно проанализировать, какого финансового результата ждет фирма, какую прибыль она заявляет, сколько взяла кредитов, и, обработав эти данные, выдать “на гора” оценочную стоимость, какую в идеальном мире “должны” иметь те



или иные акции. Если она низкая, покупай акции. Через некоторое время весь рынок согласится с твоей оценкой, бросится покупать эти акции, цена на них возрастет, и ты их продашь с неплохим наваром. Даже если подобные операции кажутся рискованными, нет проблем: выбирай несколько разных пакетов, чтобы распределить риск (“не клади все яйца в одну корзину”). Преуспеешь, и количество выигрышных сделок превысит количество проигрышных, т.е. ты все равно останешься с прибылью. Так гласила теория.

В 1950 году Марковиц занимался в университетской библиотеке, где его в один прекрасный день и осенило. Молодой экономист подбирал себе подходящую тему для докторской диссертации, и случайная встреча с биржевым брокером подтолкнула его к изучению фондового рынка. “К тому времени я не прошел ни одного учебного курса по финансам и не имел ни одной ценной бумаги”, — вспоминал позднее Марковиц. Заинтересовавшись фондовым рынком, он прочел несколько книг на эту тему, таких как классическая *Security Analysis* (Анализ ценных бумаг) Бенджамина Грэхема и Дэвида Л. Додда, вышедшая в 1934 году и посвященная правильному выбору ценных бумаг, и *Theory of Investment Value* (Теория стоимости инвестиций) Джона Берра Уильямса. В последней говорилось, что для оценки стоимости некоторых акций следует начать с прогноза размера дивидендов; затем сделать поправку на инфляцию, на упущенный банковский процент и другие факторы, которые изменяют прогнозную цифру. Простое, понятное правило. Однако, рассуждал Марковиц, реальные инвесторы наверняка не идут таким путем. Они смотрят не только на свою потенциальную прибыль; будь это так, большинство людей покупали бы только один вид акций, самый для них привлекательный, и ждали бы, когда на них прольется золотой дождь. В действительности же люди думают и о диверсификации, или разнообразии, своих вложений. Они оценивают рискованность каждого вида акций, размах колебаний их цены по сравнению с другими акциями. Люди думают не только о вознаграждении, но также о риске, ими движет не только алчность, но и страх. Поэтому покупают акции не одной компании, а разных, формируя свой портфель, или, если сослаться на упомянутую выше известную поговорку, “корзину” ценных бумаг. Идея диверсификации стара, как и сама инвестиционная деятельность. О ней, вспоминал Марковиц, знал даже Шекспир, и воспел разнообразие в I сцене I акта пьесы *Венецианский купец*:



Нет, верьте мне: благодарю судьбу —  
Мой риск не одному я вверил судну,  
Не одному и месту; состоянье  
Мое не мерится текущим годом:  
Я не грущу из-за моих товаров.\*

Итак, Марковиц размышлял: как воплотить две концепции, риск и вознаграждение, в пригодные для практического использования уравнения? Надежда на прибыль — ожидаемую отдачу — зависит от того, какой, по мнению инвестора, окажется самая вероятная цена акций в то время, когда он будет их продавать. “Самая вероятная”, если вернуться к знакомой нам кривой Гаусса, означает среднее из всех возможных значение цены на момент продажи. Риск определить сложнее. Возможно, думал Марковиц, риск зависит от того, насколько сильно цена акций колеблется вокруг среднего значения — или, говоря другими словами, от вероятности того, что догадка инвестора о последней цене окажется ошибочной. Для кривой Гаусса самыми обычными показателями изменчивости служат дисперсия и стандартное отклонение (второй показатель — это всего лишь квадратный корень из первого). Сделав такие промежуточные выводы, Марковиц вернулся к книжным полкам и нашел там учебник 1937 года *Introduction to Mathematical Probability* (Введение в математическую вероятность) Дж. В. Упенски. В этой книге он обнаружил все необходимые ему математические выкладки, написанные черным по белому, о чем и упомянул в своих записках: “Эти корреляции прямо бросались в глаза со страниц книги... Я ликовал”. Свои идеи он оформил в виде диссертации. Конечно, как и Башелье до него, Марковиц не избежал критики. На защите один из самых известных чикагских профессоров экономики, Милтон Фридман, заявил, что “нельзя присвоить степень доктора (Ph.D.) по экономике за диссертацию, темой которой не является экономика”. Но в своих воспоминаниях Марковиц добавляет, что профессор, видимо, пошутил, и защита прошла успешно.

Идеи Гарри Марковица начали распространяться в финансовом мире [24]. Они привлекали своей практичностью. Согласно Марковицу, перспективы любых акций можно описать всего двумя цифрами, вознаграждением и ри-

---

\* Перевод Т. Щепкиной-Куперник.



ском, или, на математическом языке, средним значением и дисперсией ожидаемой цены акций на момент продажи. Первую цифру, среднюю ожидаемую цену продажи, мы предсказываем с помощью стандартных инструментов фондового аналитика: можно сделать прогноз прибыли, оценить рост дивидендов или спросить у бармена в заведении, где председатель правления интересующей нас компании является завсегдатаем. Допустим, мы решили, что через год акции *General Motors* вырастут в цене на 10%, поскольку, как мы думаем, прибыль автогиганта вырастет приблизительно на столько же. Вторую цифру, дисперсию, мы предсказываем по кривой Гаусса. Она служит нам критерием при рассмотрении поведения акций в прошлом: две трети торговых дней в предыдущем году колебания курса акций GM не превышали 17%-ного стандартного отклонения, поэтому можно рассчитывать, что такая картина сохранится и в следующем году. Вывод: мы рассчитываем получить на акциях GM 10% прибыли, а шансы на то, что мы ошибемся не более чем на 17%, составляют два к одному; иначе говоря, маловероятно, что мы потеряем более 7%, но зато можем получить даже 27%-ную прибыль. Хорошая точность — или, по меньшей мере, таковой кажется. Данный подход позволяет нам систематически сравнивать различные акции, например GM с *Ford*, IBM с *General Electric*. Если нанести числовые данные на график, получим спектр средних цен и дисперсий, прибыли и риска, причем акции, в которых заложен риск понести убытки, расположатся в одном углу, а те, которые обещают нам надежную прибыль, — в другом. И заключительный шаг: скомбинировать акции, чтобы сформировать инвестиционный портфель.

Но как? Каждая возможная комбинация акций дает другую общую прибыль и другой общий риск, а оценить все комбинации — это не просто сложить все цифры для всех акций из одного портфеля. Портфельный риск представляет собой более сложное образование, в котором целое может быть больше или меньше суммы составляющих частей. Акции имеют тенденцию подниматься или уменьшаться в цене одновременно. Если в экономике наметился спад, то акции на всем фондовом рынке начинают падать; их движение в большей или меньшей степени согласованно. Марковиц связал это явление с подбрасыванием монеты. Если подбрасывать сотню подлинных монет, причем броски не связаны друг с другом, то результат, вероятно,



будет нулевым. Количество монет, на которых выпала решка, окажется приблизительно равным количеству монет, на которых выпал орел. Как видим, в данном случае ставки диверсифицированы. Однако бросающие монету вряд ли обрадуются, узнай они о скоррелированности монет. Как если бы, образно писал Марковиц, “монеты договорились между собой дружно выпадать орлом или решкой по примеру первой из них”. В таком случае игрок, в зависимости от “коллегиального решения” монет, в одно мгновение разбогател бы или обанкротился. Акции каждой компании в зависимости от того, в каком секторе экономики эта компания действует или какой стратегии придерживается, более или менее скоррелированы с другими акциями. Поэтому, — вот “изюминка” портфельной теории Марковица, — если скомбинировать акции, выпадающие орлом, с акциями, выпадающими решкой, можно снизить общий риск инвестиционного портфеля. И если сделать это правильно, то даже не придется жертвовать слишком большой частью прибыли. Акции *General Motors*, весьма зависящие от потребительских расходов, растут в периоды экономического бума и падают в периоды спада. Акции компании *Lilly* устойчивее, даже несмотря на некоторое скрытое в этой стабильности противоречие: ведь во времена экономических неурядиц могут заболеть больше людей, и они будут вынуждены тратить деньги на лекарства. Эти акции между собой не связаны. Значит, можно купить понемногу каждого вида и получить прибыль при любом развитии событий — когда экономика растет или когда она в стагнации [25].

Следующий шаг. Добавляйте все новые и новые акции в различных комбинациях и формируйте, по определению Марковица, “эффективный” портфель. Вообще, слово “эффективный” настолько жизнерадостно, что его используют в различных контекстах. Хороший насос эффективен, потому что перекачивает больше воды с меньшими затратами энергии. А инвестиционный портфель следует признать эффективным, если он приносит максимальную прибыль при минимальном риске. Используя предложенный Марковицем математический аппарат, инвестор может для каждого заданного уровня риска сформировать эффективный портфель, который принесет максимально возможную (при этом риске) прибыль. И наоборот: для каждого запланированного уровня прибыли существует эффективный портфель ценных бумаг с минимально возможным риском. Изображенные



на графике портфели образуют плавно восходящую кривую: смелые и рискованные расположатся вверху, а осторожные и безопасные — внизу.

Так какие же акции покупать? Это зависит от того, какой уровень риска приемлем для данного конкретного инвестора. Если вы очень любите деньги и не боязливы, то выбирайте “энергичный” портфель из верхней части графика. Если же вы человек робкого десятка, вам подойдет “сонный” портфель из нижней части графика. Выбор также зависит от общего состояния экономики, в частности, от того, насколько привлекателен основной конкурент фондового рынка — надежные казначейские векселя США. Если выплачиваемый по ним процент высок, то не стоит покупать акции, если только вы не рассчитываете заработать на них больше; и не надо забывать, что при желании получить большую прибыль вам, возможно, придется согласиться и на больший риск. С другой стороны, когда процент выплат по казначейским векселям мал, то можно сформировать инвестиционный портфель, а для надежности выбрать “спокойные” и надежные акции. Еще один экономист, Джеймс Тобин, уподоблял процесс формирования портфеля тустепу, т.е. двушаговому танцу. На первом шаге вы составляете оптимальный, эффективный портфель при данном экономическом и рыночном климате. На втором шаге следует определиться с тем, насколько азартный вы игрок. Вдове, не желающей рисковать своими скромными сбережениями, лучше большую их часть оставить в банке, а меньшую инвестировать в эффективный портфель ценных бумаг. Если же вы типичный инвестор, то половину своих средств пускайте на покупку эффективного портфеля, а вторую половину оставьте в банке. Наконец, если вы мот, не могущий жить без адреналина, смело вложите все свои деньги в акции, а затем возьмите в долг и... купите еще акций.

Итак, Марковиц и другие преобразовали инвестирование из интуитивной игры с акциями в калькуляцию средних значений, дисперсий и индексов “неприятя риска”. Действительно, с тех пор на Уолл-стрит непреходящей популярностью пользуется термин “финансовый инжиниринг”. Не обошлось, конечно, без проблем. Во-первых, как указывал сам Марковиц, нет уверенности в том, что кривая Гаусса — лучший способ измерения рисков на фондовом рынке; да, она проста и удобна, но мы до сих пор точно не знаем, верно ли она описывает риски. Во-вторых, для формирования



эффективных портфелей требуется много исходных данных: прогнозы прибыли, стоимость акций и изменчивость котировок тысяч различных ценных бумаг. А иначе, как говорят компьютерщики, “мусор на входе даст мусор на выходе”. Наконец, для каждого наименования акций следует выполнить трудоемкие расчеты их “ковариации” со всеми другими акциями, т.е. определить, как колеблется их стоимость относительно друг друга. В случае портфеля из 30 ценных бумаг — это приблизительно тот минимум, который необходим для успешного применения математического аппарата, — придется выполнить 495 различных вычислений среднего, дисперсии и ковариации. Для всей же Нью-йоркской фондовой биржи — 3,9 млн. вычислений. Поскольку цены меняются, процесс придется постоянно повторять. Пугающая перспектива, даже для дорогих универсальных компьютеров IBM, которые в 1960-х годах начали появляться на Уолл-стрит.

## Шарп: сколько стоит актив

Решение проблемы обработки столь большого количества информации впервые предложил в 1960 году молодой экономист, однажды постучавший в дверь Марковица [26].

Уильям Ф. Шарп много знал об экономике неопределенности. Он родился в Бостоне, в семье куратора студенческой практики Гарвардского университета. Когда началась Вторая мировая война, Уильям с семьей переезжал из города в город, следуя по местам военных назначений отца. Он также менял университеты и сферы интересов — от Калифорнийского университета в Беркли до студенческого городка в Лос-Анджелесе, от медицины до бизнеса и экономики. Его диссертация на такую классическую экономическую тему, как трансферное ценообразование, не получила положительных отзывов; один профессор даже порекомендовал Шарпу отказаться от нее. Другой предложил претенденту посетить Марковица, к тому времени уехавшего из Чикаго и работавшего близ Калифорнийского университета (Лос-Анджелес) в известной своими интеллектуалами *RAND Corporation*. “Я представился Марковицу и сказал, что являюсь большим почитателем его работы”, — вспоминал позже Шарп. Конечно, у известного ученого нашлась отличная тема для диссертации: упрощение портфельной модели. Марковиц также стал неофициальным научным руководителем Шарпа.



Новый подопечный тут же задал вопрос своему наставнику: что случится, если все участники рынка станут играть по правилам Марковица? Ответ его удивил. В таком случае мы получим не столько же эффективных портфелей, сколько присутствует на рынке людей, а всего один портфель на всех. И если колебания стоимости акций подскажут вторую, более выгодную инвестиционную палитру, то все дружно кинутся переводить свои деньги в акции из нового портфеля, отказавшись от первого. И вскоре вновь получится всего один “рыночный портфель”. Рынок сам проделал все вычисления Марковица. Он оказался мощнейшим компьютером, динамично выдавшим схему оптимального инвестиционного фонда. Так родилось понятие индексного фонда: крупного пула (фонда) денег тысяч инвесторов, держащих акции точно в тех же пропорциях, какие сложились на реальном рынке в целом. Конечно, детали не столь просты. Прежде всего следует определиться, что понимать под “рынком”: это акции только тех тридцати промышленных компаний, по которым исчисляется индекс Доу-Джонса, или же сотни, включенной в британский индекс FTSE? Учитывать ли облигации? А как насчет других рисковых активов, например кредитов под залог жилья? И к какому определению рынка мы ни пришли бы, мы по-прежнему вынуждены постоянно подстраивать наш фонд под изменения этого рынка. Стоит только продать или купить слишком много активов или неверно выбрать время операции, и убытки тебе обеспечены.

Но к Марковицу могли быть и другие вопросы. Если значение имеет только рыночный портфель, то стоимость акций одного наименования зависит только от того, как они соотносятся с остальным рынком. Конечно, работа рынка в целом отражает экономические колебания. Казначейские векселя надежны, малоприбыльны и “скучны”; с 1926 года по ним выплачивались 3,8% при очень низком риске как в хорошие, так и в трудные времена. В отличие от них, фондовый рынок рискован и “интересен”; в тот же период акции 500 компаний, котировку которых устанавливает компания *Standard & Poor*, приносили в среднем 13% прибыли, но их использование сопровождалось большими колебаниями вокруг среднего значения, игрой на повышение и понижение, днями биржевого краха и бума. Разрыв между средней прибыльностью фондового рынка и казначейских векселей экономисты называют рисковым вознаграждением капитала. Его также



можно рассматривать как цену, которую фондовый рынок должен заплатить людям, чтобы убедить их отказаться от надежных банковских депозитов и правительственных облигаций и вложить свои деньги в ненадежные ценные бумаги.

Теперь рассмотрим отдельный вид акций. Акции, следующие за рынком — точно коррелированные с ним, — принесут доход не больше и не меньше, чем рынок в целом. Акции, дешевеющие на 4% при падении рынка всего на 2%, непривлекательны для инвесторов. Они вдвое неустойчивее, чем рынок. Покупатель не обратит на них внимание, если только не решит, что, несмотря на риск в трудные времена, в хорошие периоды они могут удвоить его вложения. С другой стороны, акции, дешевеющие всего на 1% при 2%-ном падении рынка — или, что еще лучше, дорожающие, — весьма привлекательны. Их неустойчивость вдвое ниже, чем рынка; за них платишь больше и довольствуешься меньшей, но более надежной прибылью. Величину реакции акций на рыночные колебания принято обозначать (и в таком виде использовать в математических уравнениях) греческой буквой бета,  $\beta$ . Подытожим сказанное. При покупке акций инвестор ожидает, что они принесут ему больший доход, чем надежные и “здравомыслящие” казначейские векселя. “Большой доход” пропорционален степени следования акций за колебаниями рынка в целом. Для примера допустим, что коэффициент бета акций *Hot TechCo* равен 1,5; это означает их высокую чувствительность к состоянию рынка и экономики. Подставим исходные данные в формулу Шарпа. Сначала примем, что казначейские векселя имеют 2%-ную доходность. К этому числу (2%) прибавим рисковую премию рынка по сравнению с казначейскими векселями (9%), умноженную на  $\beta$ . Итак, отдача от денег, вложенных в покупку акций *Hot TechCo*, может составить 15,5% ( $2 + 1,5 \times 9$ ). Это довольно большая прибыль за один год, но вполне возможная, если считать заниженной текущую рыночную оценку перспектив акций компаний — разработчиков компьютерного программного обеспечения и верить, что вскоре рынок ее откорректирует [27].

Данная концепция проста и понятна. Согласно ей, чем больше вы рискуете, тем на большее вознаграждение можете рассчитывать. А самый большой риск, которому подвергается инвестор фондового рынка, обусловлен общим состоянием экономики, которое, в свою очередь, отражается в



упорно молчал. Проходила неделя за неделей, месяц за месяцем, но не было ни одного звонка. “Проклятье, — думал я. — Это, пожалуй, лучшая статья из всех, которые я когда-либо напишу, а никому и дела нет”. Я был разочарован. И напрасно: тогда я еще не понимал, сколько времени у людей уходит на прочтение свежего номера журнала. Пришлось подождать еще немного, и начали поступать первые отклики.

К счастью или к несчастью, но и другие ученые, включая гарвардского профессора Джона Линтнера, норвежского экономиста Яна Моссина и консультанта компании *Arthur D. Little Inc.* Джека Трейнора, независимо друг от друга разрабатывали подобные идеи. Поэтому вслед за публикацией статьи последовала вялотекущая научная борьба. И хотя первой свет увидела работа Шарпа, сегодня большинство экономистов считают, что модель CAPM — это совместное произведение Шарпа, Линтнера и Моссина [28].

В наши дни практически во всех бизнес-школах мира преподают эту модель, причем не только для оценки акций. Как упоминалось выше, она также оказалась весьма удобным инструментом оценки проектов компании. Допустим, вы являетесь финансовым директором компании — производителя электронных изделий, и вам нужно решить, строить ли новый завод для производства полупроводников. С помощью модели CAPM вы рассматриваете вопрос с точки зрения инвестора, решающего, включать ли ему эти акции в свой инвестиционный портфель или, другими словами, давать ли ему свои деньги на строительство нового завода. Пусть коэффициент бета вашей компании относительно невелик — 1,1 — и меньше  $\beta$  полупроводниковой промышленности в целом (1,7). Значит, строительство завода подвергнет вашу компанию определенному дополнительному риску. Чтобы его оправдать, планировщики проекта должны показать вам, что строительство обещает и некоторую дополнительную прибыль. Говоря коротко, CAPM помогает узнать “пороговое значение” ожидаемой отдачи от строительства нового завода. Если прогнозы показывают, что ожидаемая отдача превысит это пороговое значение, то можно давать “добро” на строительство. Если нет, проект следует отклонить. Подобным же образом принимают свои решения о размере оплаты коммунальных услуг многие регулирующие органы. Чтобы взять на фондовом рынке деньги, компании *ConEd* необходимо предложить инвесторам определенную минимальную



прибыль; ее конкретный размер отчасти зависит от коэффициента бета акций *ConEd*. Если предполагаемая прибыль компании недостаточна, то регулирующий орган может пообещать увеличение платы, чтобы оправдать ожидания рынка. Если же прибыль завышена, плату урежут. Конечно, так происходит только в теории. На практике при расчетах по модели CAPM учитывается масса других допущений, из-за чего кажущийся объективным результат использования модели может стать столь же субъективным, как и любой другой политический или узковедомственный процесс.

## Формула Блэка-Шоулза: сколько стоит риск

Следующий большой шаг в разработке современной финансовой теории был сделан в маленькой, без окон курилке Чикагской торговой палаты. На протяжении более чем столетия эта биржа оставалась центром американской торговли такими товарами, как пшеница, бекон, кукуруза, соя, ячмень и скот. Но 26 апреля 1973 года несколько ее членов учредили новый вид рынка. Это был рынок фондовых опционов.

Опционы того или иного рода существовали на протяжении многих поколений; в конце концов, даже диссертация Башелье была посвящена опционам. Они давали держателю опционов право купить или продать нечто по фиксированной цене. Фондовые опционы — контракты на покупку или продажу акций компании — это принятая во многих фирмах одна из форм оплаты труда руководителей, а для некоторых биржевых спекулянтов фондовые опционы выступают еще одним способом игры с акциями. В качестве примера рассмотрим опционы, выставленные на продажу в первый день торгов в Чикаго в 1973 году. Это были контракты на покупку в течение ближайших трех месяцев 100 акций компании *Xerox* по цене 160 долл. за штуку. Приобрели 39 таких контрактов. Каждый обошелся покупателю в 5,5 долл. за акцию. В Нью-Йорке в тот день акции *Xerox* стоили всего 149 долл.; значит, покупатель “колл”-опционов (контрактов на покупку) по 160 долл. рассчитывал, что в ближайшие три месяца эти акции вырастут довольно быстро. Если бы цена акций достигла в течение указанного срока, скажем, 170 долл., то владелец опциона по праву мог бы купить акции по 160 долл. и тут же продать их по рыночной цене 170 долл. Прибыль



составила бы 10 долл. на одной акции минус комиссионный процент, налоги и первоначальные 5,5 долл. опционной премии (или цены опциона). С другой стороны, если бы акции *Xerox* не выросли — или даже упали в цене, — то срок действия неиспользованного опциона истек бы и его держатель потерял бы 5,5 долл. на каждой акции. Именно так произошло в апреле 1973 года с первыми контрактами *Xerox*: они “сгорели” безрезультатно, поскольку акции компании так достаточно и не выросли в цене [29].

До появления нового чикагского рынка торговля опционами представляла собой неразвитый, дорогостоящий бизнес, которым занимались между собой брокеры по телефону или телексу во внебиржевом обороте. Однако новый рынок стал “открытым базаром” с публикуемыми для всеобщего обозрения ценами и низкими комиссионными. Для биржевого спекулянта опционы *Xerox* оказались новым и более дешевым способом игры с акциями этой компании. В Чикаго вступительный взнос для желающего поиграть с акциями составлял всего 5,5 долл. за акцию, тогда как в Нью-Йорке ему пришлось бы заплатить по 149 долл. К тому же использовать опционы вместо непосредственно акций безопаснее: даже если компания *Xerox* придет в упадок, держатель опциона потеряет не более начальной опционной премии, т.е. 5,5 долл. за акцию. Но почему установили именно такой размер премии? Как и на любом рынке, ее никто не регулировал; просто на такой цене сошлись покупатель и продавец. Однако возникает вопрос: существует ли способ рассчитать “разумную” цену?

И ответ был получен. Но не на шумной торговой площадке в Чикаго, а от мудреца из города Кембриджа, что в штате Массачусетс [30]. Ученая карьера Фишера Блэка началась самым обычным образом. Он закончил Гарвардский университет (в Кембридже, штат Массачусетс) как физик, затем получил докторскую степень в прикладной математике. Это был немногословный, высокий, худой человек. Жаловался на плохую память и потому выработал у себя привычку сразу же записывать свои идеи, где бы и когда они ни пришли ему в голову. Как лектор был известен тем, что мог оборвать речь на полуслове и начать что-то молча записывать. В 1965 году ушел из Гарвардского университета и там же, в Кембридже, поступил на работу в крупную консультационную фирму *Arthur D. Little Inc.*; хотел, как признался позже, поработать над практическими задачами, получая при



этом “оплату повесомее”. На новом месте работы познакомился с еще одним сотрудником фирмы, Джеком Трейнором, тем самым, который приблизительно в то же время, что и Шарп, разработал, но не опубликовал, модель оценки активов. Блэк начал изучать эту модель, и она его полностью захватила. “Понятие равновесия на рынке для рискованных активов показалось мне чрезвычайно привлекательным”, — вспоминал Блэк. Он попытался применить модель не только к акциям, но и к облигациям, наличности и, наконец, к варрантам, близким “родственникам” опционов.

Следует заметить, что и до Блэка немало умных людей пытались найти формулу оценки варрантов или опционов — включая Башелье и экономиста Массачусеттского технологического института Пола Самуэльсона. Все они сталкивались с общей проблемой: чтобы определить сегодняшнюю стоимость варранта или опциона, нужно, по их мнению, знать, сколько будет стоить базисная акция к окончанию срока действия дериватива, т.е. насколько “денежным” или “неденежным” окажется опцион к тому моменту. Однако это был тупиковый подход. Если бы некий бедный начинающий экономист действительно мог такое предсказать, то очень скоро стал бы далеко не бедным. Блэк посмотрел на проблему под другим углом зрения и понял, что, видимо, можно обойтись и без знания конечной стоимости акции. Он вывел сложное дифференциальное уравнение для описания своих идей, но сам не решил его, поскольку эта область математики не была его сильной стороной. “Поэтому я отложил задачу в сторону и занялся другими делами”, — вспоминал впоследствии Блэк.

Приблизительно в это же время молодой канадский экономист Майрон С. Шоулз прибыл в МТИ, чтобы преподавать финансы в Слоуновской школе управления этого института. Шоулз родился в золотодобывающем регионе далеко на севере США, а именно в Тиммонсе (штат Онтарио), куда его отец переехал в годы Великой депрессии, чтобы основать стоматологическую практику. Мать Шоулза умерла от рака, когда ему было шестнадцать; десять лет спустя молодому человеку пришлось перенести хирургическую операцию по удалению рубца на роговой оболочке глаза, после чего ему стало трудно читать. “По необходимости я научился внимательно слушать, — вспоминал Шоулз. — Также научился мыслить абстрактно и предлагать концепцию решения задачи”. Получив докторскую степень в



Чикагском университете, молодой ученый принял предложение преподавать в МТИ. Там вокруг таких известных ученых, как Пол Самуэльсон, Франко Модильяни и Пол Кутнер (первые двое впоследствии стали лауреатами Нобелевской премии), сгруппировалось несколько подающих большие надежды молодых экономистов. Они встречались вечерами по вторникам и обсуждали вопросы, связанные с финансами. На одном из таких собраний познакомились Шоулз и Блэк. Хотя они составили странную пару научных партнеров — суровый, замкнутый выпускник Гарварда и темпераментный, всегда готовый спорить канадец, — некоторое время спустя молодые экономисты уже вдвоем вернулись к отложенной до лучших времен задаче Блэка.

Они сосредоточились на ранней и противоречащей интуиции идее Блэка: при оценке опциона нам не нужно знать, с каким счетом закончится игра — т. е. сколько будут стоить базисные акции на момент завершения срока действия опциона. Нас интересуют всего лишь такие данные (которые всегда известны трейдерам): условия опциона (его цена и срок исполнения) и неустойчивость базисных акций. Если акции очень устойчивы, то их неденежные опционы ни для кого не будут представлять большого интереса. Слишком невелик шанс, что цена акций вырастет достаточно сильно и опцион принесет прибыль. И напротив: если акции рискованные и их цена значительно колеблется, то опционы сразу же становятся привлекательными, поскольку высок шанс в момент одного из скачков цены в сторону увеличения неплохо выиграть на теперь уже денежном опционе. Более того, со временем и при условии движения цены акций стоимость опциона на рынке тоже меняется. Формула Блэка–Шоулза позволяет выполнять те же частые повторные расчеты стоимости опциона, какие “делает” сам рынок [31]. Правда, формула работала лишь при допущении отсутствия любых возможных осложнений, как вспоминал Блэк. Так, авторы формулы допустили, по примеру Марковица, Шарпа и Башелье, что рискованность акций, или неустойчивость, можно измерять по кривой Гаусса.

Свои идеи Блэк и Шоулз обсудили с еще одним коллегой по МТИ, Робертом К. Мертоном. Высшее техническое образование он получил в Колумбийском университете, степень магистра прикладной математики в Калифорнийском технологическом институте, затем стал экономистом



МТИ. Присущий его натуре азарт находил выход на фондовой бирже. Еще аспирантом он с самого утра отправлялся в местную брокерскую контору, чтобы успеть к началу торгов, и лишь после нескольких часов наблюдений за информационной лентой и размещения своих заявок шел на занятия. В МТИ как ассистент Самуэльсона он также работал над проблемой опционов и дал несколько полезных математических советов Блэку и Шоулзу. Но для Мертона эти двое были одновременно коллегами и соперниками, поэтому подлинно плодотворного сотрудничества не получилось. Например, Мертон пропустил первое официальное представление уравнений своих коллег на конференции в Кембридже. Просто проспал.

Блэк и Шоулз не ограничились лишь теоретическими изысканиями. Свои наработки они опробовали на практике. Двое ученых начали с варрантов; с помощью своих формул они выделили несколько недорогих из имевшихся на рынке. Особенно привлекательными оказались варранты компании *National General*. В своей статье 1989 года *How we came up with the option formula* ("Как мы придумали нашу формулу для опционов") Блэк описал ситуацию с варрантами.

Шоулз, Мертон, я и другие сразу же купили пачку этих варрантов. Некоторое время нам казалось, что мы поступили правильно. Но затем компания под названием *American Financial* объявила тендер на акции *National General*... Это сразу же и значительно уменьшило стоимость варрантов.

Другими словами, экспериментаторы остались без штанов. Но не лишились оптимизма и веры в себя. Тот факт, что с помощью формулы им удалось выявить аномальные варранты, подтверждал правильность их математического подхода, даже если рынок и не дотянул до их интеллектуальной высоты. В октябре 1970 года Блэк и Шоулз подали в *Journal of Political Economy* статью. И получили от журнала отказ с такой формулировкой: статья слишком специализированная. Попытали счастья в другом издании. Там им сказали, что желающих напечататься слишком много, а места на журнальных страницах слишком мало. Блэк заподозрил "заговор академической элиты". Наверное, жаловался он, журналы не восприняли статью серьезно, потому что на конверте значился частный обратный



адрес, а не какого-нибудь солидного научного учреждения. Найти выход из тупика авторам статьи помогли их два друга из Чикагского университета – Юджин Фама и Мертон Миллер, уговорившие редакторов журнала еще раз прочесть предложенную для публикации статью. После долгих злключения статья, несколько переработанная, появилась на страницах *Journal of Political Economy*.

Практически одновременно с выходом статьи прозвучал гонг, возвестивший о начале работы Опционной биржи при Чикагской торговой палате, или сокращенно Чикагской опционной биржи (ЧОБ). Это произошло в 1973 году. Понятно, что статья сразу же нашла своих благодарных читателей. За нескольких лет опционные дилеры пополнили свой ежедневный словарь такими почерпнутыми из статьи экзотическими терминами, как “дельта” и “подразумеваемая неустойчивость (волатильность)”. Компания *Texas Instruments* рекламировала последнюю модель своих калькуляторов как идеально приспособленную для быстрых расчетов по формуле Блэка-Шоулза. На этой формуле выросла целая отрасль. Теперь с ее помощью и многочисленных последующих поправок корпоративные финансисты могли без проблем покупать страховку (или хедж) против нежелательных рыночных проблем, и не только фондовых. Например, если *General Electric* подписывает договор на поставку турбин какой-нибудь британской электроэнергетической компании, она одновременно покупает “пут”-опционы для защиты от колебаний курса фунта стерлингов, поскольку стоимость этих опционов вырастет при падении фунта. Аналогичным образом фондовые менеджеры могут воспользоваться портфельной страховкой – купить фондовые опционы, стоимость которых компенсирует колебания стоимости инвестиционного портфеля. Конечно, такие опционы – удовольствие дорогое; но это дешевле, чем наблюдать, как скукоживается твой портфель ценных бумаг при неблагоприятных тенденциях на рынке. Хеджирование, или страховка, – далеко не единственная сфера использования формулы Блэка-Шоулза. Тысячи руководителей обнаруживают ее присутствие в своей оплате: именно по этой формуле принято рассчитывать стоимость фондовых опционов, которыми компании вознаграждают своих лидеров. Формула сделала возможным совершенно новый вид биржевой торговли – не акциями или валютами, а их неустойчивостью. Трейдеры могут



составлять искусные комбинации опционов с таким расчетом, чтобы они становились “денежными” не при конкретной цене, а когда скачки цен (вверх или вниз) превысят нормальные размеры. Можно сделать и наоборот: подобрать пакет опционов, который приносит прибыль только в случае стабильности цен. В таком смысле формула Блэка–Шоулза позволяет назначить цену риску.

## Уолл-стрит учится новому

На некоторое время Блэк вернулся к преподавательской деятельности и стал читать лекции по финансам в Слоуновской школе управления МТИ. Он подготовил популярный курс, посвященный пятидесяти вопросам о финансах. Увы, к тому времени многие опытные финансисты и экономисты уже, как они полагали, не нуждались в дополнительном обучении; ответы на многие вопросы дала практика.

Идеи Блэка и других теоретиков уже стали догмой финансовой отрасли. Они, что называется, пришлись ко двору. В 1950-е и 1960-е годы на Уолл-стрит жилось легко. Большинство акций росли на гребне послевоенного экономического бума, и работа брокера заключалась всего лишь в “хорошем выборе”. Обычно под таким выбором подразумевались разрекламированные растущие акции компаний наподобие *Xerox*, *IBM* или *Avon*, входящих в группу 50 имеющих отличную репутацию и быстроразвивающихся корпораций, названных “крутая полусотня”. Но в 1970-х инфляция и экономическая неразбериха положили конец идилии: “медвежий” рынок 1973–1974 годов съел 43% стоимости акций, а отмена золотого стандарта для доллара превратила до этого дремлющий валютный рынок в крупнейшее в мире казино. Затем рынок опционов, который сначала игнорировали как эксцентричное хобби некоторых чрезмерно активных чикагских трейдеров, оказался крупнейшим инновационным финансовым направлением. Финансовая отрасль нуждалась в новых инструментах и новых теоретических предложениях. Несомненно, ученые с их сложными теориями не радовали участников фондового рынка, причем особенно раздражало утверждение первых о том, что рынок не проведешь. Но завсегда и Уолл-стрит не привыкли пасовать перед трудностями.



Так финансовая индустрия стала новообращенной в “современную” финансовую религию. Компания *Merrill Lynch* поставила метод САРМ “на промышленную основу”, начав выпускать периодическую “Бета-книгу” для своих брокеров и клиентов, желавших самостоятельно выполнять соответствующие математические расчеты. По всему миру финансовые фирмы стали формировать эффективные портфели ценных бумаг для своих клиентов. После нескольких “фальстартов” появился индексный фонд — предельное выражение пассивного инвестирования. Сегодня на него приходится более четверти фондовых инвестиций в США. Опционы уверенно заняли свое место под солнцем. Отрасль преобразилась. Она открыла для себя экономию за счет масштабов: если существует только один рыночный портфель и один размер устраивает всех, то одни и те же фонды и одни и те же аналитики могут обслуживать всех клиентов. Значит, “сливайтесь” и за счет этого экономьте. “Крупнее” — синоним “лучше”. Даже сами ученые превратились из сторонних наблюдателей рынка, мнением которых пренебрегали, в его ценных участников. Многие “академики” начали сотрудничать с крупными финансовыми фирмами или консультировать их, а некоторые — Шарп, Марковиц, Шоулз и Мертон — получили Нобелевскую премию.

Вся система взглядов выглядела прочной и основательной — если считать, что Башелье и его последователи правы. Дисперсия и стандартное отклонение, как постулировал Марковиц, выступают удобными показателями риска — опять-таки, если считать кривую Гаусса правильным изображением движения цен. Введенные Шарпом коэффициент бета и стоимость капитала разумны — если правы Марковиц и, опять же, Башелье. И, естественно, верна формула Блэка–Шоулза — при условии, что мы принимаем кривую Гаусса и соглашаемся с упорядоченным движением цен. В комплексе эта интеллектуальная доктрина является убедительнейшим доказательством человеческого разума и изобретательности.

Увы, на самом деле целое оказалось ничуть не прочнее своего слабейшего элемента. Биржевой крах 19 октября 1987 года многих застал врасплох. За один день индекс Доу-Джонса упал на 29,2%. Тщательно сформированные инвестиционные портфели лопнули. Не сработала портфельная страховка на основе опционов — мало того, она даже ухудшила ситуацию, поскольку



фондовые менеджеры поспешили дополнительно застраховаться и это привело к еще большему падению цен. Прекрасное здание дало трещину: теоретики говорили, что такое падение просто не могло случиться, что произошло редчайшее, абсолютно уникальное событие. Но несколько финансовых кризисов 1990-х годов лишь подтвердили подозрение: с теорией что-то не в порядке.

Как говорится в старой поговорке: у дурака деньги долго не держатся. Но Уолл-стрит больше привыкла быть в роли умника, к которому переходят деньги дурака. Поэтому начался поиск новых идей. И продолжается по сей день. Новые поколения экономистов и финансистов все еще изучают старые — хотя улучшенные, облеченные в другую форму, — модели. Их продолжают использовать, однако прежнего почтения к этим моделям уже никто не испытывает. И, как мы увидим далее, вполне обоснованно.



## ГЛАВА 5

# Дело против современной теории финансов

Если деньги — идол, то один из крупнейших “храмовых комплексов” этой современной веры раскинулся на крутом повороте реки Темзы, на несколько миль ниже центра Лондона. Там, в деловом районе Кэнэри-Уорф, возвышаются восемнадцать сделанных из стали и стекла башен, в которых каждый рабочий день 55 тысяч человек вносят свою лепту в функционирование международного денежного рынка. Все эти люди — последователи Башелье, Марковица, Шарпа, Блэка, Шоулза и других; это фондовые менеджеры, занятые поиском баланса между риском и вознаграждением, банкиры, рассчитывающие риск неплатежеспособности заемщика, валютные трейдеры, искусно играющие с опционами. Их коллективная интеллектуальная мощь, природная и усиленная компьютерами, поражает. Пожалуй, финансовая отрасль в целом покупает больше компьютеров, чем любая другая. Она привлекает в свои ряды значительную часть мирового сообщества “новоиспеченных” выпускников математических и экономических факультетов. Это колоссальная вычислительная машина, робот, наклеивающий электронные ценовые ярлычки на любой товар, услугу, компанию и страну, участвующие в глобальной торговле.

Именно здесь финансовая теория, от Башелье до Блэка, встречается с финансовой действительностью. Все академические модели находятся здесь, в компьютерах и деловых тетрадах профессионалов, но почти без исключений



не в исходном виде, а обновленные, измененные или скомбинированные с другими моделями. Результат подобен традиционным лекарствам: намешано много химических веществ, но нет явного “действующего ингредиента”. Но в мире финансов чистота или элегантность теории значения не имеет. Важен только один вопрос: что приносит деньги? Увы, простых ответов на него не существует.

Поборники теоретической чистоты легко обнаружили бы в любом реальном торговом зале фондовой биржи массу неправильного. Это подобно детской игре “найди ошибки”, когда в сложной картине отыскивают нарочно сделанные художником несуразности.

Международный банк *Citigroup* проводит в Кэнэри-Уорф одни из самых масштабных валютных операций. Обычно просторный, с высокими потолками и специальным освещением торговый зал *Citigroup* битком заполнен активными, поглощенными своим делом людьми. Здесь находятся сотни компьютеров; 130 валютных трейдеров и продавцов разместились за рабочими столами, по шесть в ряд. Флажки над столами — Юнион Джек, Звезднополосатый, Восходящее солнце — указывают, на какой валюте специализируется каждая группа трейдеров. Язык этих профессионалов колоритен и понятен лишь посвященным: “Ноки-Стоки” — это обменные операции между норвежской и шведской кронами (слово “Ноки” образовано от компьютерного кода норвежской денежной единицы, NOK, а “Стоки” — от названия шведской столицы, Стокгольм); термин “кабельные” используют на рынке доллара и фунта стерлингов, поскольку в давние времена курсы этих валют по телеграфу (“кабелю”) передавали через Атлантику; под “чистой ванилью” подразумевают самые обычные, стандартизованные валютные опционы. Каждый день этот многонациональный банк перемещает одну девятую всего объема участвующих в международной торговле долларов, иен, евро, фунтов стерлингов, злотых и песо; приблизительно треть глобального валютного бизнеса осуществляют на втором этаже лондонского офиса.

А теперь рассмотрим “ошибки”, совершаемые на этом втором этаже, с точки зрения поборников теоретической чистоты. Расположившись за рабочими столами одного ряда, пара аналитиков днями напролет изучает приказы собственных клиентов банка. Эти специалисты ищут убедительные



закономерности, о которых они могли бы сообщать клиентам в регулярных информационных бюллетенях. Они собирают внутреннюю рыночную информацию, которая, как утверждается в одном варианте гипотезы эффективного рынка, по сути, бесполезна, поскольку все потенциально выгодные тенденции колебаний торговых данных уже отражены в стихийно сложившихся ценах. Но аналитики на такие увещевания не покупаются. “Только зная, кто и что покупает, можно добиться конкурентного преимущества, — говорит один из них. — Мы не верим, что рынок эффективен”. Это — первая “ошибка”.

Вторая. Через несколько столов от наших двух аналитиков сидит выпускник Кембриджа со степенью доктора (Ph.D.) по математике. Значительную часть своего рабочего дня он посвящает изучению быстро меняющейся “поверхности неустойчивости” рынка опционов — воображаемого трехмерного графика увеличения и уменьшения ценовых колебаний при изменении условий каждого опционного контракта. Судя по формуле Блэка-Шоулза, в такой поверхности не может быть ничего интересного, поскольку, согласно чистой теории, она должна быть плоской, как блин. В действительности же поверхность имеет сложную, крайне рельефную форму. Отслеживать ее колебания и предсказывать следующие изменения — вот основной для опционных трейдеров *Citigroup* способ зарабатывать деньги. Приблизительно 10% мирового рынка валютных опционов относятся к так называемому “экзотическому” классу. Это крайне запутанные комбинации детально описанных условий опционов, которые принесут прибыль лишь при определенных обстоятельствах. Для большинства людей комбинация такого рода остается китайской грамотой, но именно она может потребоваться, к примеру, финансовому директору *General Motors*, чтобы застраховаться от определенного риска, присущего только этой, зависящей от курса иены, компании. Однако будь изначальная формула Блэка-Шоулза верна, столь сложные страховки не потребовались бы. Конечно, знаменитая формула все равно нужна; она служит своеобразной контрольной точкой, с которой сверяются все участники рынка — примерно так же, как люди зимой интересуются температурой на улице, хотя их индивидуальное ощущение холода зависит от ветра, снега, облачности, их одежды и состояния здоровья. Опционные аналитики *Citigroup* постоянно видят формулу Блэка-Шоулза



на экранах своих компьютеров, в биржевых электронных таблицах, но используют ее только как отправную точку.

Третья “ошибка”: исследовательское отделение. Ортодоксальная теория исключает потребность в исследовательском отделении. Рынок все равно не обмануть, поэтому, чтобы просто идти с ним в ногу, нужны всего лишь несколько трейдеров и компьютеров. Но Джессика Джеймс, вице-президент по исследованиям компании *Citigroup*, с ироничной улыбкой выводит на экран своего компьютера простую диаграмму, график обменного курса доллара и иены за последнее десятилетие. Кривая извивается на экране, и это “свободное блуждание” курса отражает непостоянные взгляды мира на относительные преимущества американской и японской экономических систем: вверх, вниз или в сторону, которое глаз воспринимает как беспорядочный рисунок, а стандартная финансовая теория называет это случайными флуктуациями (т.е. изменениями). Затем Джессика Джеймс выполняет элементарную операцию, подобную которой чартисты проделывают вот уже более ста лет. Она рассчитывает скользящее среднее, т.е. для каждого дня среднее значение обменного курса за предыдущие шестьдесят девять дней. Полученные данные автоматически отображаются графически, и вот на экране появляется более ровная и непрерывная линия, усреднившая все пики и провалы исходных “сырых” ценовых данных. Джессика Джеймс поясняет, что эта кривая подсказывает нам простой способ заработать на валютном рынке: каждый раз, когда фактический обменный курс поднимается над средней линией — вы продаете; когда опускается ниже линии — вы покупаете. Проще некуда.

Какого результата можно ожидать? “Следуя такой стратегии последние десять лет, — вычисляет Джессика, — мы зарабатывали бы в среднем 7,97% ежегодно” [32]. Но это же ересь. Просто невозможно. Гипотеза эффективного рынка безапелляционно исключает возможность таких предсказуемых трендов. “Действительно, — соглашается Джессика, — скептицизм оправдан”. Между открытием золотой жилы на старых ценовых диаграммах и добычей золота на живом рынке существует большая разница. В эти 7,97% средней прибыли входят и периоды катастрофических потерь, когда оставаться верным выбранной стратегии может только игрок со стальными нервами и глубокими карманами. Тем не менее существенная часть



накопленных к сегодняшнему дню результатов экономических исследований подтверждает, что стратегия “следования тренду” на самом деле позволит заработать. Вопросы о том, сколько именно заработать и стоит ли такой заработок связанных с ним риска и издержек, остаются открытыми. Однако профессионалы фондового рынка уже однозначно высказали свое мнение: более половины (по оценкам рыночных аналитиков) валютных спекулянтов в той или иной форме следуют трендам.

Чем же объяснить столь разительное различие между теорией и практикой? Для начала рассмотрим предположения, на которых базируется теория.

## Шаткие предположения

Все модели без исключения в той или иной мере искажают действительность. Скульптор, моделирующий в камне или глине, не стремится клонировать натуру; чтобы добиться определенного эффекта, он подчеркивает одни вещи, игнорирует другие, что-то идеализирует, а от чего-то абстрагируется. Причем разные скульпторы стремятся к разным эффектам. Точно так же ученый может включать в создаваемую им модель выбранные им же различные аспекты действительности. Экономист делает предположения о том, как работает рынок, как действуют компании, как люди принимают финансовые решения. Каждое из этих предположений, рассмотренное отдельно, абсурдно. Экономисты и их предположения даже стали темой многочисленных анекдотов. Вспомним хотя бы анекдот об инженере, физике и экономисте, которые попали после кораблекрушения на необитаемый остров. Из всей провизии сохранилась только одна консервная банка бобов. Но как открыть жестянку? Инженер предлагает разбить ее камнем. Физик — нагревать на солнце до тех пор, пока банка не взорвется. У экономиста свой подход: “Сначала предположим, что у нас есть консервный ключ...”.

Предположения ортодоксальной финансовой теории, если рассматривать их по отдельности, столь же абсурдны, как в этом анекдоте. Назовем лишь некоторые.



## Предположение 1. Люди рациональны и стремятся только разбогатеть

### Теория

При наличии всей необходимой информации об акциях или облигациях индивидуальные инвесторы могут и непременно сделают очевидный рациональный выбор, ведущий к максимально возможному личному богатству и счастью. Они ни в коем случае не проигнорируют важную информацию и не заплатят много за акции, падение которых предполагают. Инвесторы не будут поступать как филантропы. Они всегда ведут себя как рациональные, ясно мыслящие, эгоистичные индивидуалисты, своего рода современные адамы смиты. Благодаря им рынок работает эффективно, поскольку их аргументированные действия быстро выводят цены на “правильный” уровень. Их предпочтения можно выразить понятными формулами, экономическими “стандартными операциями”, которые при данной входной информации всегда дают на выходе один и тот же результат. Или, на языке экономики: полезно то, что приносит максимальное личное богатство и счастье. Говоря коротко, рациональные инвесторы создают рациональную модель рынка.

### Действительность

Люди просто не мыслят категориями какой-то теоретической полезности, измеряемыми долларами и центами, и они не всегда рациональны и эгоистичны. За последние двадцать пять лет опровержение этого предположения современной финансовой теории привело к появлению новой плодотворной области исследований, названной *поведенческой экономикой*. Она изучает, как люди неверно интерпретируют информацию, как их эмоции искажают их же решения и как они ошибочно определяют вероятность. Например, человеку предложено на выбор: при выпадении монеты решкой он получит 200 долл., а орлом — ничего или же, отказавшись от подбрасывания, просто заберет гарантированные 100 долл. Большинство людей, как выяснили исследователи, предпочитают надежный вариант. Теперь изменим условия игры: при выпадении монеты решкой человек теряет 200 долл., а орлом — ничего или же, просто уплатив 100 долл. “откупных” получает право отказаться от подбрасывания. В таком случае большинство



людей готовы рискнуть. Для воображаемого рационального человека два варианта — это зеркальные отражения друг друга; выбор между игрой или отказом от игры должен быть одинаковым в обоих случаях. Но для реального, иррационального человека, который поражение эмоционально переживает иначе, чем выигрыш, два варианта игры очень различны. Поэтому результаты на выходе различны и иррациональны.

## **Предположение 2. Все инвесторы одинаковы**

### **Теория**

У людей одинаковые инвестиционные цели, и они мыслят одинаковыми временными категориями: все хотят посчитать свою прибыль и выйти из игры по окончании одинакового для всех периода держания ценных бумаг, будь то несколько дней или лет. При наличии одинаковой информации они все примут одно и то же решение. Хотя индивидуальные уровни богатства разнятся, никто из инвесторов не настолько богат или могуществен, чтобы по своей воле влиять на цены. У них у всех, говоря языком экономики, гомогенные (однородные) ожидания. Они только воспринимают цены, но не создают их. Они подобны молекулам совершенного, идеализированного газа в физике: абсолютно идентичны друг другу, так что каждым в отдельности можно без каких-либо последствий пренебречь. Уравнение, описывающее одного такого инвестора, можно преобразовать таким образом, что оно будет описывать всех.

### **Действительность**

Очевидно, все люди разные, даже если отбросить различия в индивидуальном богатстве. Некоторые покупают акции и хранят их на протяжении 20 лет, заботясь о будущей пенсии; другие покупают и продают ежедневно, благо Интернет позволяет спекулировать на бирже, не выходя из дома. Некоторые относятся к “стоимостным” инвесторам, покупающим временно вышедшие из моды акции солидных надежных компаний; другие же — инвесторы “роста” — пытаются вскочить на быстрорастущие компании-“ракеты”. Стоит только отказаться от предположения о гомогенности, как в наших математических моделях рынка появляются новые осложнения. Например, предположим существование двух, а не одного типов инвесторов:



фундаменталистов, верящих, что каждый вид акций или валюты имеет собственную, внутреннюю стоимость, по которой их в конце концов и можно будет продать; и чартистов, игнорирующих принципы и выискивающих ценовые тренды, чтобы вовремя воспользоваться ими. В компьютерном моделировании, выполненном экономистами Паулем Де Грауве и Марианной Гримальди из Лювенского католического университета (Бельгия), две группы инвесторов начали неожиданным образом взаимодействовать между собой, что привело к самопроизвольному образованию ценовых “пузырей” и развитию биржевых кризисов [33]. Рынок превращается из упорядоченной “линейной” системы, в которой один фактор предсказуемо прибавляется к другому, в хаотическую “нелинейную”, где взаимодействуют различные факторы, что приводит к неожиданным результатам. И ведь исследователи предположили существование всего двух типов инвесторов. Насколько же более запутанным и неустойчивым оказывается реальный рынок, на котором типов инвесторов едва ли не столько же, сколько и самих инвесторов?

### Предположение 3. Цена меняется практически непрерывно

#### Теория

Котировки акций или обменный курс не скачут вверх или вниз на несколько пунктов сразу; они движутся непрерывно от одного значения к другому. Непрерывность характерна для всех физических систем, в которых действует инерция; например, именно таким, непрерывным, образом поднимается и опускается температура воздуха в течение дня. Положение о непрерывных изменениях уже давно вошло в экономическую теорию. Фраза “*Natura non facit saltum*” (“Природа не совершает скачков”) была девизом одного из первых справочников по этой дисциплине — книги Альфреда Маршалла *Principles of Economics* (Принципы экономики, 1890 год). Если принять предположение о непрерывности, то сразу становится доступным богатый математический арсенал непрерывных функций и дифференциальных уравнений — самых необходимых инструментов техники и физики последние два столетия (и в обозримом будущем). Мы также смогли бы сделать важные и полезные выводы. Например, центральной идеей Марковица (о ней говорилось в предыдущей главе) было сведение всех инвестиционных



решений к двум простым числам — среднему значению и дисперсии ожидаемых цен, которые служат математическими аналогами вознаграждения и риска. В 1970 году Самуэльсон из Массачусеттского технологического института предложил доказательство выдвинутого Марковицем упрощения, основанного на предположении о непрерывном изменении цен.

### Действительность

В реальной жизни цены, безусловно, скачут, как несущественно, так и весьма заметно. Несущественные скачки происходят довольно часто, когда брокеры округляют цены, пропуская промежуточные значения. Профессиональные трейдеры отмечают, что на валютном рынке около 80% котировок заканчиваются цифрами 0 или 5 и лишь 20% — промежуточными. Хотя, согласно простому подсчету вероятности, должно быть наоборот. Поскольку всего цифр десять, то котировки должны заканчиваться на цифры 0 и 5 приблизительно в двух из десяти случаев, т.е. в 20% случаев (а не в 80%). Однако гораздо важнее существенные скачки: почти каждый день на Нью-йоркской фондовой бирже возникает несбалансированность приказов относительно тех или иных акций. Как сообщала служба новостей *Reuters*, в один из дней, а именно 8 января 2004 года, несбалансированность возникла восемь раз. Рыночное “несварение” могут вызвать любые важные новости, например, одобрение какого-нибудь лекарства Управлением по санитарному надзору за качеством пищевых продуктов и медикаментов США, неожиданная попытка поглощения одной компании другой или непредвиденный выигрыш судебного дела. В таких случаях возникает количественное несоответствие приказов на покупку и продажу, и игроки рынка вынуждены поднимать или опускать цены, пока не установится равновесие. Некоторые биржи, чтобы справляться с подобными ситуациями, разрешают “специальным” брокерам-дилерам вступать в игру и поддерживать торговлю в то время, когда обычные игроки выжидают. Эти специалисты очень рискуют, но и выигрыш у них немалый. Разрывы, далеко не самая игнорируемая аномалия, выступают существенным ингредиентом рынков, помогающим отделить финансы от естественных наук.



## Предположение 4. Изменения цен подобны броуновскому движению

### Теория

Броуновское движение — термин, опять-таки заимствованный из физики; им называют движение отдельной молекулы в равномерно нагретой среде. Башелье высказал идею, что этот процесс описывает и колебания цен. Правда, было принято несколько важных предположений.

Первое предположение: *независимость*. Любое изменение цены — будь то подъем на пять центов или падение на 26 долл. — происходит независимо от предыдущего изменения, а колебания цен на прошлой неделе или в прошлом году никоим образом не влияют на сегодняшние цены. Это означает, что вся информация, которую можно использовать для предсказания завтрашней цены, уже содержится в сегодняшней цене, поэтому нет нужды изучать ценовые диаграммы прошлых периодов.

Второе предположение: статистическая *стационарность* колебаний цен. Это значит, что процесс генерации цен, если он и существует, с течением времени остается неизменным. Так, если допустить, что цены определяются подбрасыванием монеты, то в процессе игры монета остается неизменной — ее не подменяют и ее вес не перераспределяется. Все изменения цен определяются тем, сколько раз выпал орел или решка, но не самой монетой.

И третье предположение: *нормальное* распределение. Изменения цен следуют пропорциям кривой Гаусса, т.е. малых колебаний большинство, а крупные встречаются очень редко, причем частота появления вторых предсказуема и быстро убывает.

### Действительность

Жизнь сложнее. Третье предположение (о нормальности распределения) больше других противоречит фактам. И поскольку на нем основывается почти весь инструментарий современных финансов, мы в следующем “Дополнении к главе 5” рассмотрим его особенно внимательно.



# ДОПОЛНЕНИЕ К ГЛАВЕ 5

## Графический очерк. Примеры аномального

Изображения в науке недооценивают. Им не доверяют. Отчасти это объясняется 200-летним наследием французских математиков Лагранжа и Лапласа, скрупулезно сводившим всю логическую мысль к точным формулам и тщательно подобранным словам; небрежные диаграммы казались подозрительными. Мотивацию великих ученых, как мне кажется, в какой-то мере обусловили технологические причины: в их время рисунки были неточными и дорогими, каждый — результат ручной работы. Но в наши дни компьютеры изменили ситуацию. Мы можем получить диаграмму или график необходимой точности, и стоит это не дороже компьютера. Сегодня иллюстрации помогают ученым, а не вводят их в заблуждение. Изображения позволяют мгновенно сравнить и понять два процесса или явления. Поэтому мы и начнем нашу атаку на нормальность, вооружившись иллюстрациями, а не с помощью непонятных на первый взгляд цифр.

Рассмотрим подробнее реальные ценовые диаграммы, которые часто можно увидеть в газетах и на телеэкране. Из-за их узнаваемости можно легко упустить из виду их сложность. Во-первых, взглянем на график, публикуемый чаще всего — *индекс Доу-Джонса промышленных компаний*. Это простое среднее значение стоимости акций тридцати ведущих компаний США.



Существует множество других индексов, охватывающих больше или меньше компаний, использующих разные критерии для включения в индекс и разные системы весовых коэффициентов. Но мы начнем именно с индекса Доу-Джонса ввиду его почтенной истории, простоты и широты наследования. Этот индекс — “Мона Лиза” финансовых рынков. Мы последовательно, слой за слоем, снимем с него накопившуюся за многие годы краску и обнажим содержащуюся в нем подлинную информацию. И тогда мы раскроем тайну улыбки Джоконды (рис. 5.1–5.6).



Рис. 5.1. Работа старого мастера

Это индекс Доу-Джонса в его самой известной форме: фактические ежедневные значения с 1916 года до пикового значения 11 722 в январе 2000 года и несколько последующих лет “рынка медведей”.

Основное наблюдение: отличительных характеристик мало, за исключением широкого восходящего тренда. Заметен провал 19 октября 1987 года. Но в глаза бросается резкий подъем 1990-х годов. При таком способе изображения индекса Доу-Джонса создается впечатление, что история началась только приблизительно в 1980-х годах, когда индекс наконец-то превысил отметку в 1000 пунктов.

Чтобы увидеть больше, опробуем другой подход.



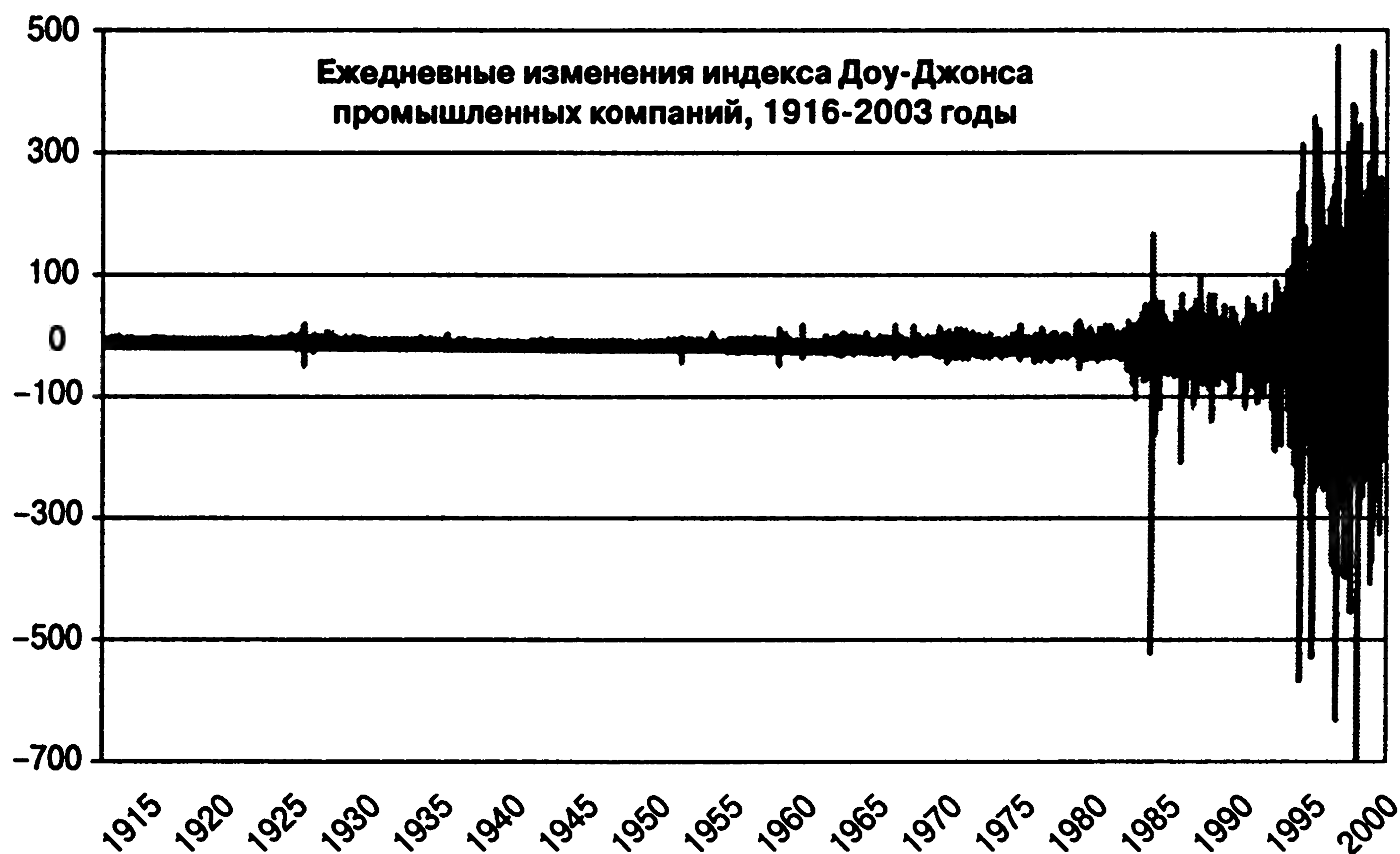


Рис. 5.2. Взгляд вблизи

Это те же данные, но изображены не сами значения индекса, а его ежедневные изменения.

Основное наблюдение: величина колебаний индекса выросла к концу XX века, что было ожидаемо, поскольку в тот период его значение быстро росло. Если в 1900 году увеличение на 1% соответствовало росту индекса Доу-Джонса на один пункт, то к 2000 году 1% соответствовал уже 100 пунктам. Но, как мы видим, даже при общем росте рынка достаточно часто происходили головокружительные однодневные падения индекса.

Мы опять меняем угол зрения, и нас ждут новые открытия.



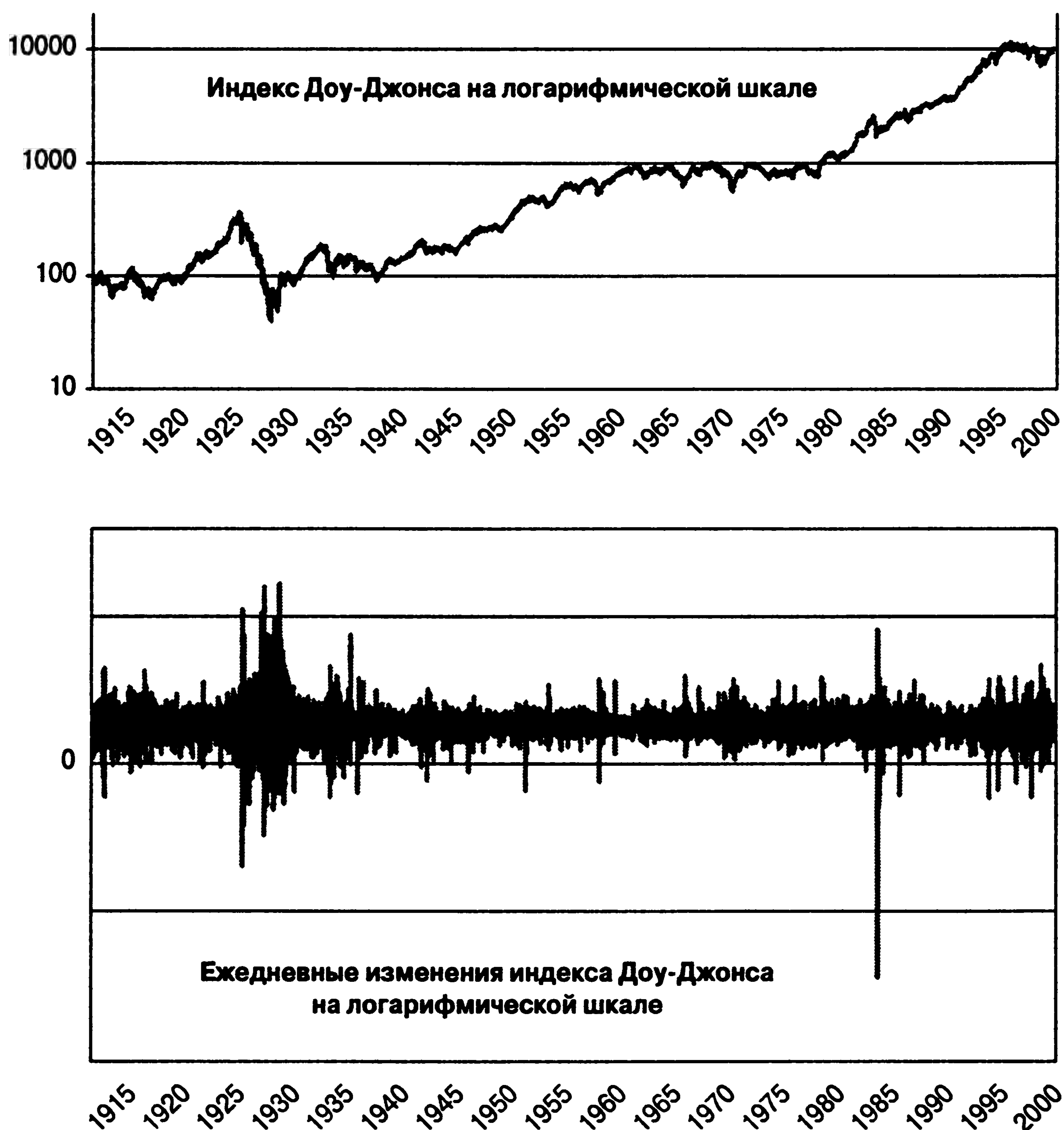


Рис. 5.3. Под лаковым покрытием

Здесь изображены прежние две диаграммы — ежедневные значения индекса (верхняя) и ежедневные изменения индекса (нижняя), но в этот раз обе отложены на более удобной логарифмической шкале. Логарифмическая шкала сводит разные масштабы к одному, т.е. однопроцентное изменение в 1900 году выглядит приблизительно так же, как однопроцентное изменение в 2000 году [34]. Это всего лишь несколько другой способ представления данных. Благодаря ему диаграммы передают фактическую рыночную ситуацию в разные годы.

Основное наблюдение: общее изменение величины индекса уже не выглядит столь грандиозным. На общем фоне выделяются биржевой крах 1929 года, Великая депрессия и Вторая мировая война — так же, как они доминируют в нашем понимании американской экономической истории XX века. Лишь крах 1987 года может поспорить с перечисленными бурными годами. Но большинство ценовых колебаний сливаются в полосу с неупорядоченными изменениями ширины.



Полоса то сужается, то расширяется, причем, как кажется, случайным образом, хотя большинство выбросов приходится на более широкие участки полосы.

Теперь отвлечемся от индекса Доу-Джонса и рассмотрим другие данные.

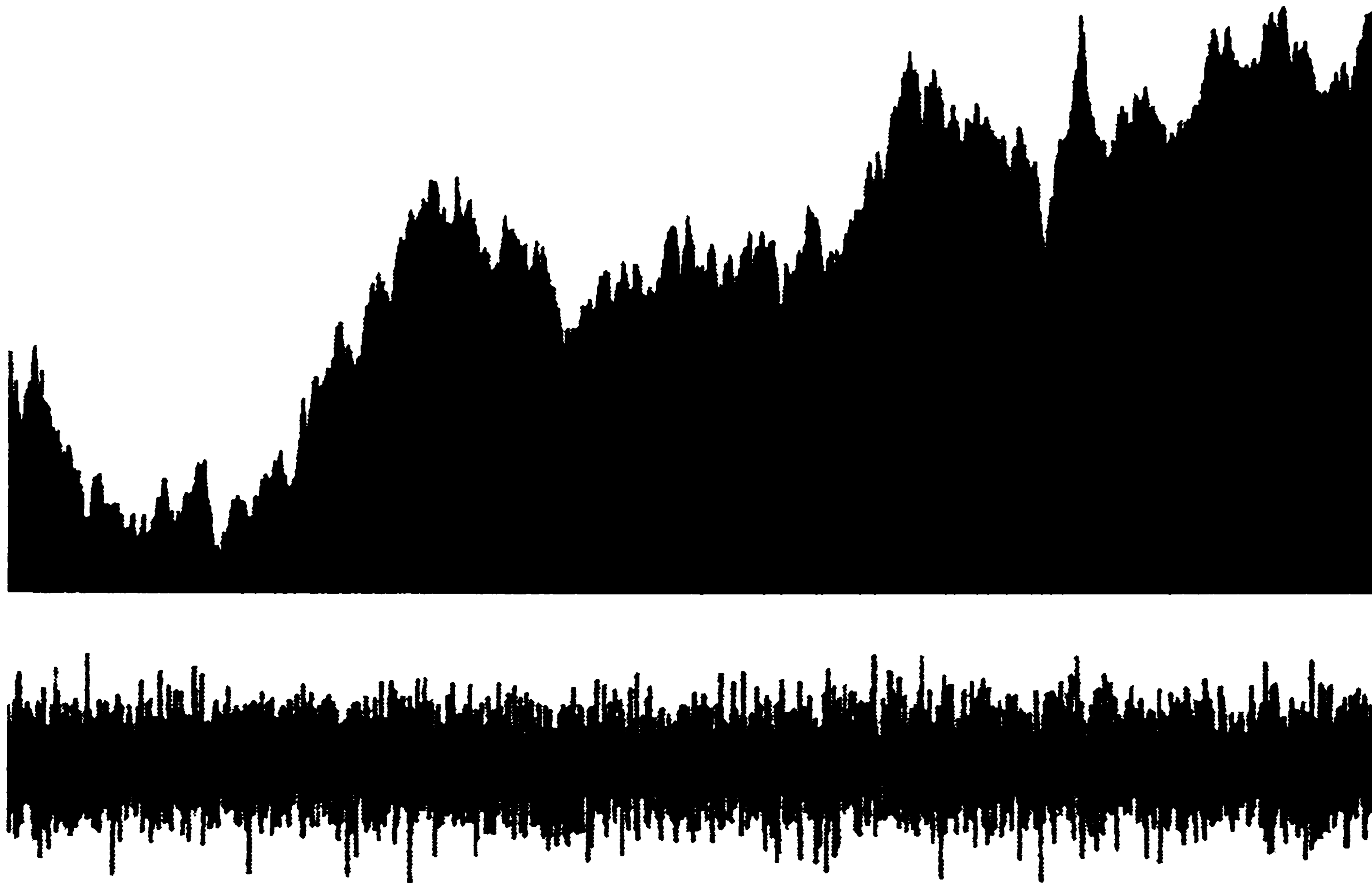


Рис. 5.4. Копия

Эти две диаграммы получены теми же способами, какие мы использовали для индекса Доу-Джонса, но картина совершенно другая. Ценовые диаграммы построены согласно предложенной Башелье модели броуновского движения. Как говорилось выше, она входит в свод правил ортодоксальной финансовой теории. Она предполагает, что ежедневные изменения цены не зависят от предыдущих изменений, но образуют “мягкую” случайную структуру в форме кривой Гаусса. На верхней диаграмме изображена полученная компьютерным моделированием броуновская ценовая последовательность — виртуальная версия предыдущей, обычной диаграммы Доу-Джонса. На нижней представлены изменения от одного броуновского мгновения к другому

Основное наблюдение: при сравнении “на глаз” с диаграммой Доу-Джонса видно, что смоделированная не просто отличается от реальной; она совершенно другой природы. Если верхнюю диаграмму еще можно принять за реальную, то нижняя явно сфабрикована. По сравнению с реальной диаграммой Доу-Джонса пики и провалы смоделированной не выходят за пределы неширокого диапазона, подобно тому, как отдельные травинки подстриженного газона несколько отличаются между собой по высоте. Самые высокие пики относительно



равномерно распределены по всей длине диаграммы, тогда как на реальной они сосредоточены в моменты высочайшего драматизма.

Перейдем к другой шкале и рассмотрим различия между реальной и смоделированной диаграммами в большем масштабе.

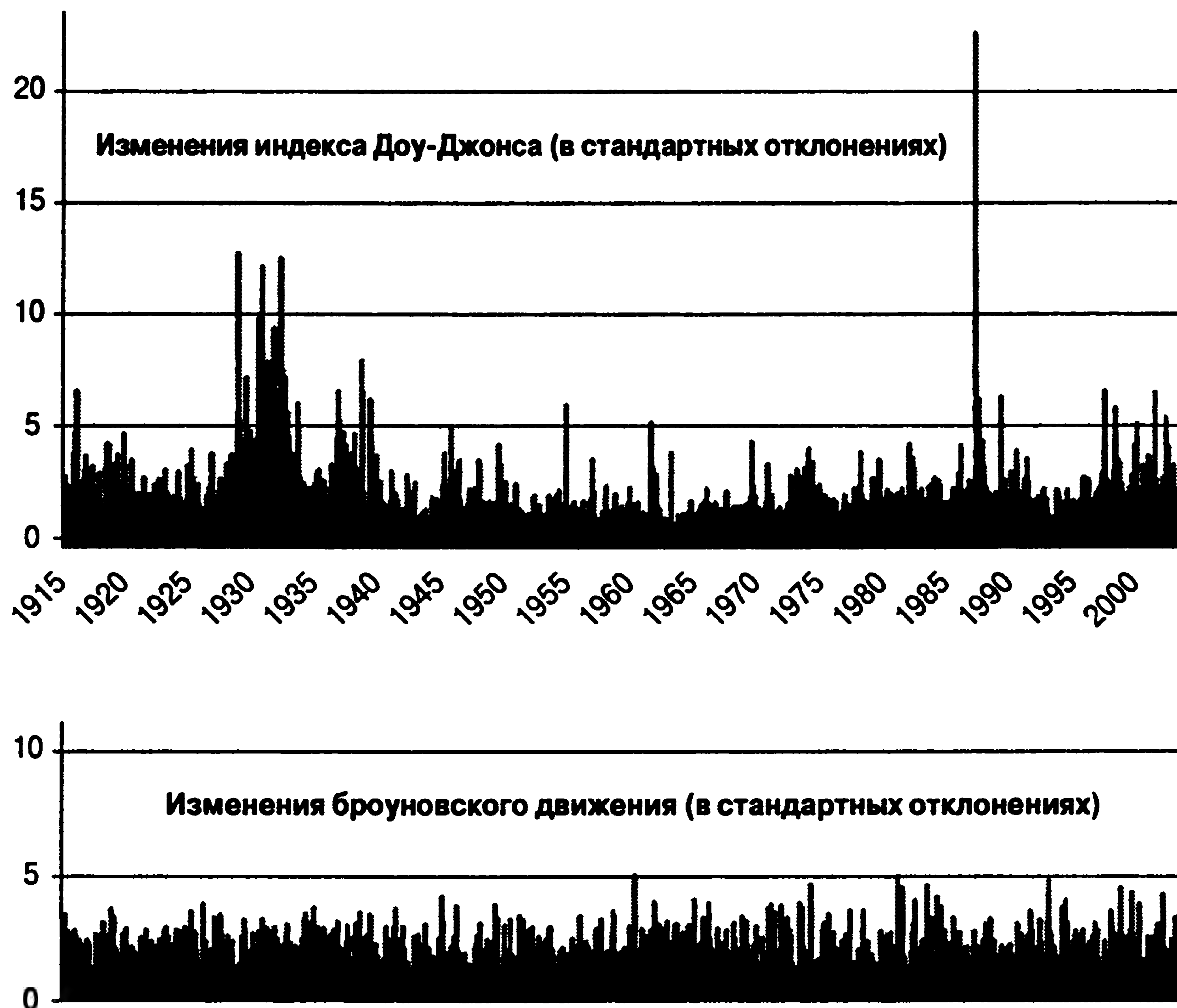


Рис. 5.5. Сравнение оригинала с копией с помощью анализатора

Здесь мы четче видим отличия диаграммы, полученной по броуновской модели (нижняя), от реальной диаграммы Доу-Джонса (верхняя). Мы пришли к этому, отказавшись от логарифмической шкалы и преобразовав каждое изменение индекса в количество стандартных отклонений от среднего изменения. Другими словами, эта величина показывает, насколько необычно каждое изменение. Очень большое и редкое колебание индекса отражено на диаграмме высоким вертикальным отрезком; обычным, небольшим колебаниям соответствуют короткие отрезки.

Основное наблюдение: на броуновской диаграмме большинство изменений — около 68% — малы. Они не превышают одного стандартного отклонения от среднего изменения индекса, которое равно нулю. Математики обозначают стандартное отклонение греческой буквой сигма,  $\sigma$ . Около 95% изменений не превышают  $2\sigma$ , 98% —  $3\sigma$ , и лишь очень и очень немногие изменения имеют еще большую величину. Теперь посмотрим на колебания индекса Доу-Джонса. Здесь пики огромны.



Некоторые достигают  $10\sigma$ , а одно, в 1987 году, было даже  $22\sigma$ . Вероятность такого скачка меньше одного случая из  $10^{50}$  — это столь малое число, что оно даже не включено в стандартные гауссовы таблицы. Другими словами, такой скачок практически невозможен. Однако в действительности он произошел 19 октября 1987 года.

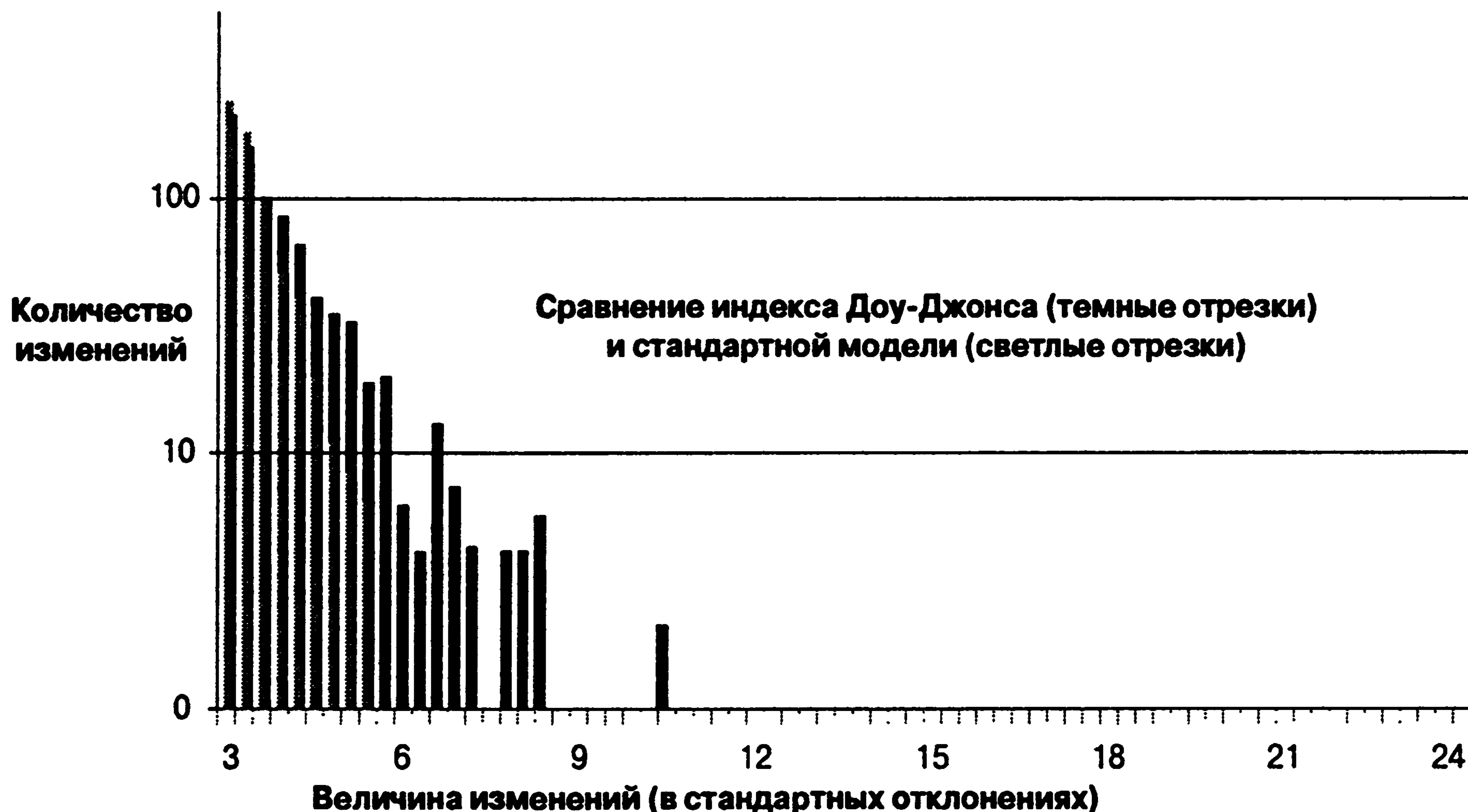


Рис. 5.6. Несовпадение оригинала с копией

На этом рисунке две предыдущие диаграммы наложены друг на друга и представлены в других осях. Ежедневные изменения ранжированы по величине, а не по порядку возникновения. Одинаковые приращения подсчитаны, и результат нанесен на диаграмму. Очень большие изменения изображены в правой части диаграммы, очень малые сгруппированы слева.

Основное наблюдение: броуновские данные (светлые отрезки) быстро убывают. Изображенное здесь конкретное моделирование не содержит изменений, превышающих  $5\sigma$  (поскольку речь идет о случайной игре, точные результаты разных вариантов моделирования разнятся между собой). В то же время реальные значения индекса Доу-Джонса (темные отрезки) появляются на горизонтальной оси там, где светлые отрезки уже давно закончились. Другими словами, реальные колебания индекса выходят далеко за пределы броуновской модели. Мы видим довольно много изменений индекса Доу-Джонса, превышающих  $5\sigma$ , и одно, равное  $22\sigma$ . Это тот самый «толстый хвост», о котором говорят статистики. И он означает, что стандартная финансовая модель ошибочна.



## Улики

Пример фондового индекса одного вида поучителен, но не стоит им ограничиваться. Для надежности мы должны проверить другие данные, индексы, рынки, инструменты. Именно этим и занимались последние четыре десятка лет многие экономисты. Ниже приведены некоторые результаты их работы.

## Товары

Годы спустя после диссертации Башелье несколько других исследователей начали самостоятельно проверять данные и замечать при этом тревожные тенденции. Но чаще всего они игнорировали выявленные несоответствия, считая их случайными отклонениями. Истоки гауссового анализа в астрономии вынуждали ученых, как уже говорилось выше, предполагать, что в этом беспорядочном реальном мире всегда окажется несколько аномальных бит информации, выбросов, которые подкинет нам капризная природа или экспериментальная ошибка, чтобы “из вредности” подпортить созданную ученым идеальную картину действительности. Обычно эти экстремальные значения просто игнорируют, отбрасывают как ошибки еще до начала основной обработки данных.

Так продолжалось вплоть до 1962 года, когда появился первый существенный массив противоречивых данных. Проанализировав информацию о ценах на хлопок в США более чем за столетие и изучив их дневные, месячные и годовые колебания, я получил недвусмысленные и неопровержимые результаты. Цены на хлопок скакали непредсказуемым образом, далеко не так правильно и нормально, как предсказывала стандартная на то время теория. Их дисперсия не была устойчивой, что соответствовало бы теории, а менялась в сотни раз и никогда не принимала какого-то постоянного значения. В мире финансов сообщение об этом открытии прозвучало, как гром среди ясного неба. Годом позже Кутнер из МТИ включил результаты выполненного мною анализа в свою книгу и сопровождал их личным комментарием: “Эти данные вынудили экономистов всерьез считаться с теми неудобными эмпирическими наблюдениями, которые до сих пор большинство из нас, в чем не приходится сомневаться, предпочитали убирать с глаз долой



так же, как нерадивая хозяйка замечает мусор под ковер” [35]. Статья, одна из самых широко читаемых и чаще всего цитируемых в экономике, многим открыла глаза на цены. Ввиду ее важности я еще вернусь к ней позже.

## Акции

Очень скоро стали исследовать не только цены на хлопок. Оказалось, что какой бы фондовый индекс, страну, ценные бумаги ни рассматривали, цены лишь изредка следовали прогнозируемому нормальному распределению. Мой студент Юджин Фама построил на этих исследованиях свою докторскую диссертацию [36]. Он изучил не обобщенный фондовый индекс, а по отдельности акции всех тридцати “голубых фишек”, включенных в индекс Доу-Джонса. И обнаружил все ту же тревожную закономерность: большие скачки цен случались намного чаще, чем позволяла стандартная модель. В частности, колебания, превышающие пять стандартных отклонений от среднего значения, происходили в две тысячи (!) раз чаще, чем ожидалось. По гауссовым правилам такие драмы должны случаться только раз в семь тысяч лет, но в действительности, как свидетельствуют данные, мы переживали их каждые три-четыре года.

Более поздние исследования выявили, что во многом подобное происходит и с фондовыми индексами. Статистики любят сводить множество сложной для понимания информации в один ясный, красноречивый факт, поэтому они придумали одно число, служащее мерой всего того, о чем мы говорим в этой главе — насколько реальные данные соответствуют идеальной кривой Гаусса. Назвали его *эксцессом* (в английском оригинале — *kurtosis*, от греческого слова *kyrtos*, что означает *искривленный*. — Примеч. ред.) [37]. Мы можем воспользоваться и более образным определением: эксцесс показывает, сколько “острой приправы” добавлено в наш статистический бульон. Идеальная, “без острых приправ”, кривая Гаусса имеет эксцесс, равный трем. “Острая”, с “толстым хвостом”, кривая, подобная обнаруженной нами при изучении реальных биржевых данных, имеет больший эксцесс, тогда как кривая, подобная “пресному” супчику для больных-желудочников, — меньший. Согласно книге, написанной в 2003 году Вимом Шоутенсом из Лювенского католического университета, ежедневные колебания другого известного в США индекса фондового рынка, Standard & Poor’s 500, в период 1970–2001 годов



имели эксцесс 43,36. На статистической кухне это назвали бы “огнедышащим чили”. Даже если отбросить самую “острую” точку графика, биржевой крах 19 октября 1987 года, блюдо все еще будет очень “острым”, с эксцессом 7,17. Высокотехнологичный индекс NASDAQ — 5,78; французский CAC-40 — 4,63. Как видно, все три превышают гауссову норму, равную трем.

## Валюты

О существовании аномальных валютных рынков свидетельствует множество фактов. В результате исследования, выполненного *Citigroup* в 2002 году, были обнаружены удручающе резкие ценовые скачки для нескольких валют — доллара, евро, иены, фунта стерлингов, песо, злотого и даже бразильского реала. Однажды доллар подорожал по отношению к иене на 3,78%. Это 5,1 стандартного отклонения, т.е.  $5,1\sigma$ , от среднего значения. Если бы обменные курсы подчинялись гауссовому распределению, тогда такое могло бы произойти раз в сто лет. Но очень большое падение, от которого перехватило дыхание у всех валютных трейдеров мира, составило 7,92%, или  $10,7\sigma$ . Нормальная вероятность такого события: даже если бы *Citigroup* меняла доллары на иены каждый день, начиная с Большого взрыва, который, согласно представлениям современной космологии, 15 миллиардов лет назад породил нашу Вселенную, то и тогда названное падение курса не должно было произойти ни разу.

Такое же явление обнаружили в дневных, недельных, месячных и годовых колебаниях обменного курса, хотя эксцесс (или степень отклонения от нормального распределения) уменьшается с увеличением рассматриваемого периода времени [38]. Заметим, что это не новое явление: ту же картину, или несовпадение распределения реальных ценовых данных с кривой Гаусса, мы видим в исторических данных об обменном курсе британского фунта и голландского гульдена за последние 400 лет (рис. 5.7).

## Зависимость

Конечно, “правильные” ценовые изменения — не единственное предположение, на котором базируется стандартная финансовая модель. Еще одно гласит, что каждый бросок монеты, каждое колебание цены должно быть независимо от предыдущего. Другими словами, не должно быть предсказуемой



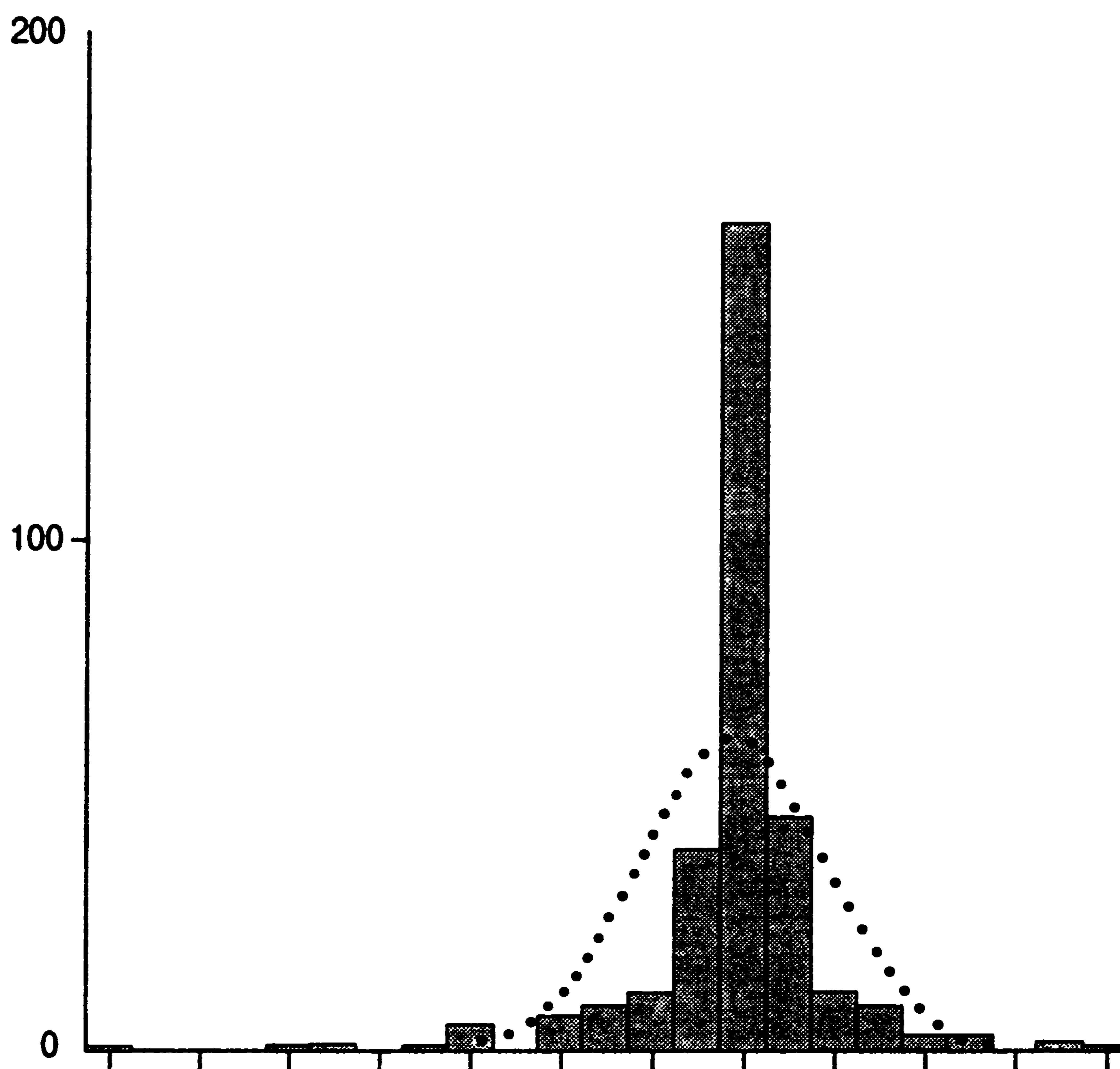


Рис. 5.7. Доказательство несовпадения с кривой Гаусса

В этих данных — частота различных по величине колебаний обменного курса фунта стерлингов и голландского гульдена (из *De Vries 2002*) — хранятся четыреста лет истории и биржевых волнений, с 1609 года по 2000 год. Как видно, они не соответствуют стандартной кривой Гаусса: имеется слишком много очень малых ценовых изменений и слишком много очень больших — отсюда слишком мало промежуточных точек.

схемы, которая позволила бы нам играть на бирже с гарантированной прибылью. Увы, финансовый истеблишмент и это положение воспринимает как сказку.

Глубже всего изучено такое противоречащее стандартной модели явление, как краткосрочная зависимость. Им занимались наибольшее количество экономистов. Этим термином обозначают влияние уровней или колебаний цены в один момент времени на уровни или колебания цены в достаточно близкий последующий момент времени — через час, день или несколько лет в зависимости от того, что мы понимаем под “достаточно близким последующим моментом времени”. Некоторые экономисты выдвигают теорию об “инерционном эффекте”: если уж цена акций начала расти, то есть



шанс, что этот рост продолжится еще какое-то время. Например, в 1991 году Кэмпбелл Харви из *Duke* – финансовый директор из числа охваченных упомянутым выше исследованием – изучил фондовые биржи 16 наиболее экономически развитых стран мира. Он обнаружил следующее: если индекс упал в одном месяце, то существует большая вероятность того, что он упадет и в следующем месяце, а если он вырос, то с большей вероятностью его рост продолжится и в следующем месяце. Как показывают данные, чем резче было движение в первом месяце, тем выше вероятность сохранения этого ценового тренда в следующем месяце, хотя и с меньшей скоростью. Некоторые другие исследования выявили подобные краткосрочные тенденции и в отношении курса акций [39]. Когда появляются важные новости о компании, это незамедлительно сказывается на курсе ее акций, причем движение курса в том же направлении может продолжиться еще несколько дней, пока новости распространяются все шире, их изучают аналитики, и все больше инвесторов начинают реагировать на эти новости своими действиями.

Однако в среднесрочной перспективе, от трех до восьми лет, происходит прямо противоположное. Акции, росшие в течение нескольких лет, с немного большей вероятностью будут падать в течение последующих нескольких лет. Такую закономерность в 1988 году обнаружили Юджин Ф. Фама и еще один экономист, Кеннет Р. Френч. Они проанализировали исторические данные о стоимости сотен наименований акций и сгруппировали их в портфели по критерию размера соответствующей компании. Как выяснилось, около 10% изменения курса акций за восьмилетний период можно объяснить его изменением за предыдущий восьмилетний период, т.е. существует небольшая, но вполне заметная тенденция к тому, что акции, дорожавшие в одно десятилетие, будут дешеветь в следующем десятилетии. При переходе к более коротким периодам – от трех до пяти лет – обнаруженный эффект ослабевал, но все еще оставался статистически значимым. Выводы Фама и Френча подтвердили и другие исследователи.

Еще говорят об “эффекте модного увлечения”. В течение нескольких лет инвесторы могут благоволить к определенной компании. Ее товары продаются, ее доходы растут, а инвесторы рассчитывают, что впереди их ждут еще более радужные времена. Но затем что-то ломается: либо ухудшается



положение компании, либо меняются вкусы инвесторов. Ценовой тренд сменяется на противоположный: наступает так называемая “коррекция”, т.е. обратное движение цены или индекса. Этот эффект невелик, но, как считают некоторые экономисты, временами он может проявляться достаточно сильно, чтобы на нем делать деньги. Итак, имеется второе грубое нарушение стандартных теорий. В 1993 году два экономиста, Нарашимхан Егадиш и Шеридан Титман, разработали на основе этих трендов сложный механизм проверки торговых стратегий. Используя рыночные данные 1965–1989 годов, они смоделировали возможное развитие событий в случае, когда инвестор следует такой упрощенной стратегии: покупать акции, выросшие за последние шесть месяцев, и продавать подешевевшие за то же время. Оказалось, что в последующий шестимесячный период можно было бы получить неплохую нереализованную прибыль — в среднем на 12,01% в год больше по сравнению с прибылью, которую принес бы простой рыночный индексный фонд. Однако, заглянув в более отдаленное, чем шесть месяцев, будущее, Егадиш и Титман увидели другую картину: по истечении двух лет их нереализованная прибыль исчезла, поскольку произошла “самокоррекция” стоимости акций.

Правда, полученные Егадишем и Титманом результаты, как и результаты других исследований, противоречивы. Критики утверждают, что авторы переоценили прибыль и недооценили затраты такой торговой стратегии. Лично я не верю им по другим причинам: когда статистик получает результат, на который рассчитывал, он не склонен рассматривать этот результат, как следовало бы, т.е. максимально критически, особенно если он считает окружающий нас мир гауссовым. В одной из следующих глав я изложу свое видение зависимости. С моей точки зрения, ее важнейшим эффектом выступает не краткосрочный, а крайне долгосрочный — теоретически, бесконечный — эффект. Из такого представления вытекает несколько необычных следствий. Как бы то ни было, на данный момент мы можем сделать такой предварительный вывод: стоимость акций не является независимой. Сегодняшние действия могут, пусть даже не очень сильно, повлиять на завтрашние. Мы вновь убеждаемся в ошибочности стандартной модели.



## Работает ли стандартная модель

Столь весомы улики против предположений стандартной модели, что и дальше их полностью игнорировать уже невозможно. Спустя сорок лет с того момента, как я начал свою борьбу с ортодоксальными представлениями, большинство экономистов уже признают, что колебания цен не описываются кривой Гаусса и что их движение не будет независимым. В то же самое время многие, признав это, спрашивают: ну и что из того? Независимость и нормальность, утверждают они, всего лишь предположения, помогающие упростить математический аппарат современной финансовой теории. Значение имеют только результаты. Правильно ли стандартные модели предсказывают общее поведение рынков? Может ли инвестор использовать *современную теорию формирования инвестиционного портфеля* (английская аббревиатура — МРТ) для разработки надежной и прибыльной инвестиционной стратегии? Поможет ли *модель оценки финансовых активов* (английская аббревиатура — CAPM) финансовому аналитику или финансовому директору компании принять правильное решение? Если ответ утвердительный, то стоит прекратить дальнейшие споры. Это так называемый *позитивистский аргумент*, впервые выдвинутый экономистом Чикагского университета Милтоном Фридманом.

Увы, даже такую проверку стандартные инструменты финансовой теории часто не выдерживают. Экономика — дисциплина, подверженная веяниям моды. В 1970-х годах, когда получили распространение модель CAPM и формула Блэка-Шоулза, сделать карьеру в экономической науке можно было, отыскав доказательства истинности новых инструментов. Кто ищет, тот всегда найдет, поэтому доказательства были представлены, а досадные расхождения между теорией и практикой проигнорированы. Но уже в 1980-х годах начались новые веяния, которые продолжаются и по сей день. Молодые экономисты стали рассматривать Шарпа и его поколение как ретроградов, бросить вызов которым престижно. Понемногу в научных журналах и информационных бюллетенях Уолл-стрит стали появляться новые доказательства, теперь уже того, что действительность сложнее, чем позволяет о ней думать старообрядческая религия.

Как мы помним, согласно модели CAPM инвестор рассчитывает получить от акций прибыль, равную проценту выплаты казначейских векселей



плюс некоторую часть общего финансового результата деятельности фондового рынка; эта часть и есть важный коэффициент бета, разный для разных акций. Ортодоксальная теория говорит, что ничего другого произойти не может. Поэтому и не стоит изучать основные характеристики рассматриваемой компании. Не стоит выпытывать у своих друзей и знакомых, входящих в ее правление, инсайдерскую информацию. Достаточно всего лишь рассчитать бету, посмотреть в газете доходность казначейских векселей и сделать широкий экономический прогноз относительно общих перспектив фондового рынка. Такой информации на входе достаточно.

В действительности все гораздо сложнее. Обнаружился целый ряд эффектов, не согласующихся с моделью CAPM или даже противоречащих ей (экономисты предпочитают обозначать их эвфемизмом “аномалии”).

**Аномалия 1. Эффект соотношения “цена–прибыль”** [40]. Финансовые аналитики часто сравнивают цену акций с другими числами, чтобы определить, дорогие или дешевые эти акции. Самым распространенным инструментом выступает соотношение “цена–прибыль”: цена акций, деленная на удельную прибыль компании (т.е. прибыль на одну акцию). Согласно ортодоксальной теории, рассчитывать это соотношение — тратить время впустую, поскольку на цену акций влияет лишь бета, степень повторения ими колебаний рынка, а соотношение “цена–прибыль” вообще лишено смысла. Однако на самом деле в ходе ряда исследований обнаружилось, что акции с высоким соотношением “цена–прибыль” менее выгодны для инвестора, чем акции с низким соотношением. Конечно, это согласуется со здравым смыслом: акции, за которые ты переплачиваешь с самого начала, вряд ли принесут тебе прибыль.

**Аномалия 2. Эффект “мелких фирм в январе”** [41]. Вскоре после изучения фактора “цена–прибыль” экономисты открыли упоминавшийся выше “январский эффект”: явную тенденцию к улучшению рыночных показателей в январе каждого года. Затем обнаружился еще один эффект — “мелких фирм”. Оказалось, что портфели, сформированные из акций мелких компаний, дают финансовый результат на 4,3% больший, чем акции крупных компаний. Дальнейшие исследования выявили комбинированный “эффект мелких фирм в январе”, перевешивающий каждый из двух эффектов по отдельности. Конечно же, ортодоксальная финансовая теория не признает



ни один из этих эффектов. Согласно ей, статистик, ищущий корреляцию между ценами и могущими влиять на них различными факторами, должен интересоваться только коэффициентом бета фондового рынка как вообще единственным имеющим значение фактором.

**Аномалия 3. Эффект соотношения “рынок–отчет”.** Еще одним общепринятым финансовым соотношением, которым руководствуются инвесторы при выборе акций, является “рынок–отчет”. Другими словами, это отношение рыночной стоимости акции к ее балансовой стоимости, указанной в финансовых отчетах компании. Выяснилась удивительная вещь: компании с низким соотношением, т.е. те, которые фондовый рынок оценивает ниже, чем собственная бухгалтерия, дают лучший финансовый результат по сравнению с компаниями, имеющими высокое соотношение. Правда, удивительным это кажется только апологетам стандартных теорий, поскольку практики Уолл-стрит давно заучили, как молитву: покупай дешевле, продавай дороже.

В экономических журналах сообщалось о многих других подобных аномалиях. Особенно успешной в деле подрыва устоев стандартной теории стала статья 1992 года, написанная Фама и Френчем. Они попытались создать экономический эквивалент двойной проверки лекарств вслепую, предложив тесты и контрольные операции, призванные предотвратить любое непреднамеренное искажение результатов. Всесторонне проанализировав эффекты соотношения “цена–прибыль” и соотношения “рынок–отчет”, они обнаружили, что именно эти два фактора отвечают за большую часть отличия одних акций от других по прибыльности. Знать коэффициент бета уже излишне. Свое открытие Фама и Френч определили как “выстрел прямо в сердце модели CAPM”, а экономисты начали сокращенно называть их статью “смерть беты”.

Таково нынешнее положение CAPM. Что же касается формулы Блэка–Шоулза, то общепризнанный прежде инструмент определения цены опционов ныне столь же широко считается в лучшем случае неточным, а в худшем — просто вводящим в заблуждение. Наконец, излюбленным развлечением экономистов наших дней стал поиск уязвимостей великой единой теории современных финансов, *гипотезы эффективного рынка*, утверждающей, что рынки рациональны, что цены отражают всю имеющуюся информацию



и что рынок не переиграть. Но факты говорят об обратном: иногда инвесторы могут одержать верх над рынком. К 1989 году Питер Линч, один из самых успешных инвестиционных менеджеров и руководитель созданного компанией *Fidelity Investments* паевого фонда “Магеллан”, обыгрывал рынок 11 из 13 лет. Вероятность добиться этого, полагаясь только на слепую удачу, что и предполагает модель Башелье, мала, но все же есть: примерно один шанс из 105, согласно одному исследованию. Однако удивляет не только частота, с какой фонд “Магеллан” добивался успеха; еще больше поражает масштаб этого успеха. За весь названный период средняя ежегодная доходность фонда составила 28%, тогда как средняя доходность акций, включенных в индекс Standard & Poor’s 500, равнялась 17,5%. Причем в первые семь лет деятельности, когда фонд был еще слишком мал, чтобы клеветники могли утверждать, будто существенно выросший со временем “Магеллан” добивался конкурентного преимущества на рынке благодаря только своему огромному размеру, средняя годовая доходность — 25% — тоже заметно превышала рыночный индекс. В эти первые годы добиться такого результата, полагаясь лишь на слепую удачу, можно было только в одном случае из десяти тысяч. “О такой невероятной удаче на якобы эффективном рынке даже мечтать не приходится”, — заключил автор исследования Алан Дж. Маркус, профессор финансов из Бостонского колледжа.

## Живучесть ошибочных представлений

Почему же при наличии столь многочисленных улик против ортодоксальных финансовых моделей большинство экономистов до сих пор преподают их, а многие финансисты пользуются ими? Будь это астрономия, то споры уже давно завершились бы. Представим себе, что некоторая обсерватория обнаружила новую планету там, где, согласно стандартной теории, ее быть не должно. Затем открытие подтвердила еще одна обсерватория, и еще одна, и еще одна. Астрономы, проверив свои приборы, вряд ли игнорировали бы эти сведения. Они бы поставили под сомнение свое понимание небесной механики, и с этого момента начался бы новый и плодотворный период в астрономии. Однако в экономике события почему-то по такому сценарию не развиваются, хотя уже имеются бесчисленные факты, эквивалентные свидетельствам существования новых планет. Отчасти нелогичная



реакция профессионалов объясняется природой финансов и статистики: не так уж часто экономисты получают свободный доступ к статистическим компьютерным базам данных. Да, на сегодня уже имеется несколько неопровержимых отдельных аргументов против стандартной модели: цены действительно аномальны и зависимы. Еще ряд аргументов, таких как “смерть беты”, сильны, но уязвимы: в научной литературе сказано немало критических слов по поводу известной статьи Фама и Френча.

Однако верховные жрецы современной финансовой теории продолжают гнуть свою линию. Как только появляется очередное сообщение о какой-нибудь аномалии, тут же предлагается “заплатка”, чтобы примирить аномалию с ортодоксальной моделью. Например, когда впервые подверглась атаке CAPM, ученые-экономисты придумали более широкую модель, назвав ее *Теорией арбитражного ценообразования* (общепринятая английская аббревиатура — APT). В нее включена не одна бета, а столько, сколько необходимо: бета для эффекта “рынок–отчет”, бета для эффекта “цена–прибыль”, бета для общего состояния экономики и бета для любого другого мыслимого фактора, могущего влиять на цену акций. Аналогичная история произошла с неустойчивостью цен. Когда стало очевидно, что моменты неустойчивости действительно группируются в кластеры и меняются со временем, чего не должно быть согласно стандартной модели, экономисты для ее спасения разработали несколько новых математических инструментов. Сейчас они, составляющие семейство статистических методов под благозвучным только для слуха статистика названием GARCH (Обобщенная авторегрессионная условная гетероскедастичность), широко используются на опционных и валютных рынках [42].

Такое “латание дыр” напоминает средневековье. Ученые не объясняют противоречивые факты, а обходят их. “Ремонтные” методы сродни тем бесчисленным корректировкам, к которым прибегали защитники старой птолемеевой космологии, чтобы примирить с ней новые докучливые результаты астрономических наблюдений. Апологеты древней модели многократно дополняли ее новыми деталями. Начали с планетарных “циклов”, затем подкорректировали их несоответствия “эпициклами”. Когда оказалось, что и последние не гармонируют с птолемеевой космологией, пришлось отодвинуть центр циклов от центра системы. Благодаря этим мерам удалось



достаточно правдоподобно объяснить все аномальные данные, но лишь на некоторое время. С появлением новых фактов пришлось вновь “улучшать” древнюю теорию. В общем, своих первых клиентов, астрологов, ученые удовлетворили. Но разве могли их представления привести к полету в космос? Вопрос риторический. Потребовались совместные усилия Браге, Коперника, Галилея и Кеплера, чтобы появилась более простая гелиоцентрическая система — вокруг находящегося в центре Солнца вращаются по эллиптическим орбитам планеты. Долгая и хорошо задокументированная история успешных наук содержит много таких примеров построения пирамид из корректировок, но все они были лишь временными мерами.

Еще раз спросим: почему сохраняется старый порядок? Ответ такой: привычка и удобство. Математический аппарат традиционных моделей, по существу, прост, но в то же время выглядит для всех, кроме ученых-естественников, впечатляюще. Бизнес-школы по всему миру продолжают преподавать ортодоксальную теорию. Они выучили тысячи финансистов и инвестиционных консультантов. На самом деле большая часть этих выпускников вскоре узнает из собственного профессионального опыта, что теория работает не так, как им говорили. И, чтобы выполнять свои профессиональные обязанности, им приходится разрабатывать неисчислимое множество специальных усовершенствований и корректировок. Так удается поддерживать видимость точности и работоспособности теории.

Конечно, это ложная уверенность. Проблема кроется в основаниях стандартной модели, в ее предположении, что о фондовых рынках лучше всего думать как о грандиозной игре с подбрасыванием монеты. Если уж моделировать финансовый рынок на основе вероятности, то следует выбирать правильную форму вероятности. Реальные рынки подчиняются “бурной” случайности. Здесь ценовые колебания могут быть ужасными — намного большими и гораздо разрушительнее, чем “мягкие” отклонения, о которых говорит ортодоксальная финансовая теория. Значит, отдельные акции и валюты рискованнее, чем обычно предполагается; портфели акций формируются неправильно — они не только не управляют риском, но могут даже увеличить его; некоторые стратегии биржевой торговли обманчивы, а опционы оценены неверно. Повсюду, где в финансовые расчеты включается предположение о кривой Гаусса, может появиться ошибка.



Людям постоянно приходится сталкиваться с иронией истории. Один из ярчайших примеров заключается в том, что подлинно “бурную” природу рынков открыли для себя, к тому же за свой счет, два самых горячих поборника ортодоксальной экономики — Шоулз и Мертон. В 1993 году эти два нобелевских лауреата совместно с несколькими ведущими на Уолл-стрит торговцами облигациями создали новый хеджевый фонд\* *Long-Term Capital Management LP (LTCM)*. Партнеры вложили в него 100 млн. долл., а всего собрали более 7 млрд. долл. Эксперты фонда следовали простой стратегии: они отслеживали, где в мире цена отдельных опционов, если судить по ортодоксальным формулам, не соответствует подлинной стоимости, и “ставили” по крупному — вплоть до 50:1 — на то, что рынок в конце концов исправит ошибку. Столь отважная игра на бирже оправдывалась высочайшей квалификацией экспертов фонда: одно время среди них было двадцать пять докторов (Ph.D.). Шарп, входивший в наблюдательный совет организации, так сказал в интервью газете *Wall Street Journal*: “LTCM был, вероятно, лучшим научным финансовым подразделением в мире”.

И все же фонд лопнул. После двух успешных лет (прибыль в 1995 году составила 42,8%, а в 1996 году — 40,8%) в 1998 он пережил бурный рыночный период. К тому времени фонд уже начал отходить от чисто научной стратегии, крайне рискованно играя на направлении движения цен облигаций, а не просто ожидая рыночных “ошибок”, чем весьма огорчал Шоулза. Но напряжение в мире нарастало, и цены облигаций скакали совершенно непредсказуемо. Ничего подобного ортодоксальные модели не предвещали. Фонд начал терять деньги. В августе 1998 года российское правительство отказалось от своих денежных обязательств, дав старт развалу рынка облигаций. LTCM был одним из крупнейших западных торговцев этими ценными бумагами, который вдруг оказался без покупателей. Ситуацию усугубляло и то, что вразрез с научными предсказаниями начали рушиться и другие инвестиции фонда. На глобальных рынках не было и признаков независимых ценовых изменений; напротив, все рынки внезапно стали маршировать строем в одном направлении, в пропасть. Такое же единство наблюдалось в отношении неустойчивости рынков: она везде усиливалась.

---

\* Взаимный инвестиционный фонд, использующий технику хеджирования для ограничения риска потерь. — Примеч. ред.



После всего этого несколько экономистов изучили ситуацию, и собранные ими данные о безумном состоянии рынка действительно поражают. Ученые проанализировали ежедневную прибыль и убытки четырех крупнейших глобальных банков, занятых инвестициями на валютных рынках. Для сохранения анонимности банков данные были объединены в одну серию. Тем не менее эффект поразительный. Скачки биржевых показателей вверх и вниз в самый разгар кризиса показывают, насколько бурными могут быть рынки (рис. 5.8).

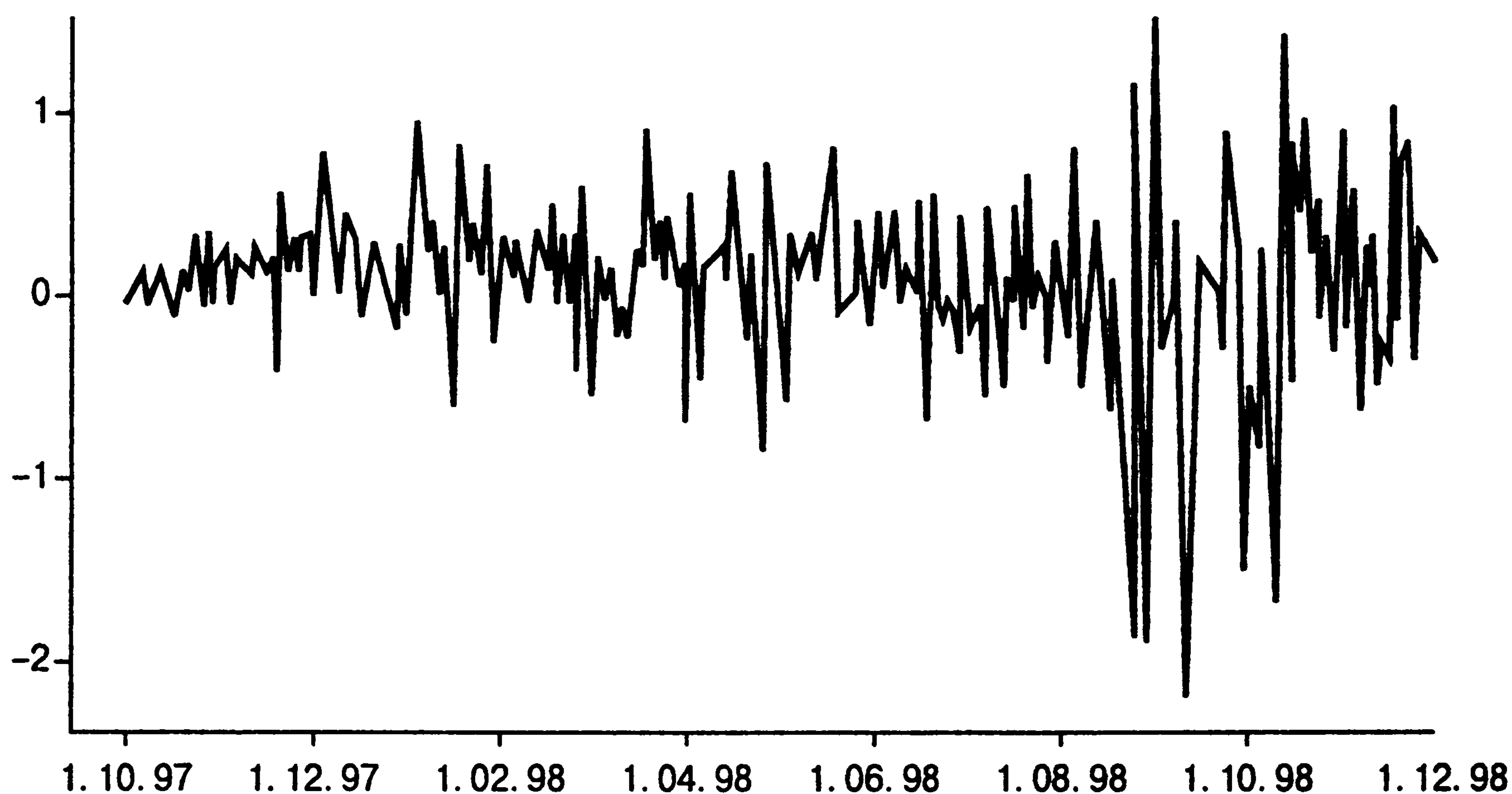


Рис. 5.8. "Бурный" рынок

В разгар российского дефолта 1998 года над глобальными рынками пронесся ураган. На диаграмме из *Medova 2000* показаны совокупные ежедневные прибыли и убытки четырех крупнейших банков мира в течение этого периода, когда они пытались обуздать вздыбившиеся валютные рынки.

В конце концов несколько банков нехотя согласились спасти фонд путем присоединения, к чему их настойчиво подталкивал Совет управляющих Федеральной резервной системы США, опасавшийся волны банкротств в случае краха *LTCM*. Сумма операции составила 3,625 млрд. долл. Впоследствии Шоулз категорически отрицал, что модели оценки опционов сыграли в этой катастрофе важную роль. Однако некоторые его партнеры отказались от своей прежней ортодоксальной позиции. Джон Меривезер, главное действующее лицо злополучного фонда и человек, потерявший больше всех, а именно 150 млн. долл., сказал газете *Wall Street Journal*: "Весь



наш подход был в основе своей ошибочен". Учреждая в 2000 году новый фонд (в чем людям с Уолл-стрит нельзя отказать, так это в умении не унывать), он заметил: "С ростом глобализации нас ждут новые кризисы. Теперь мы сосредоточим основное внимание на экстремальных ситуациях, на том самом худшем, что может с нами произойти, поскольку еще раз пройти через август 1998 года мы совершенно не хотим" [43].



# ЧАСТЬ II

• • • •

## Новый путь

*Классические теоретики напоминают евклидовых геометров в неевклидовом мире, которые, обнаружив, что на практике параллельные линии часто пересекаются, сваливают всю вину за это на сами линии — они, дескать, недостаточно прямы; таким виделся единственный способ объяснить их пересечения. Но, по правде, другого способа, кроме отвержения гипотезы о параллельности и разработки неевклидовой геометрии, не существует. Нечто подобное сегодня требуется и в экономике.*

Джон Мейнард Кейнс







## ГЛАВА 6

# Турбулентные рынки. Предварительный обзор

Итак, мы подходим к решающему вопросу: если теоретики в течение столь долгих лет ошибались в отношении финансовых рынков, то как же нам теперь исправиться? Я предлагаю ответ, позаимствованный из необычной области, где дуют ветры.

Ветер — это классический пример одной из форм движения газообразной среды, так называемой турбулентности. Ее изучают уже более ста лет, тем не менее теоретики и авиаконструкторы понимают турбулентность лишь частично. Облепив всевозможными датчиками аэродинамическую трубу в компании *Boeing* или *Airbus*, можно обнаружить сложное движение водяного пара, пыли или запущенных в трубу специальных люминесцентных частичек-маркеров. Когда винт на конце аэродинамической трубы вращается медленно, ветер внутри нее получается ровным и предсказуемым. Потоки воздуха движутся согласованно вдоль длинных устойчивых линий, прямых или кривых, и плоскостей, подобных параллельным листам фанеры. Такое движение воздуха называется ламинарным. Однако если увеличить обороты винта, ветер внутри аэродинамической трубы наберет скорость и энергию. То здесь, то там возникают вдруг порывы ветра — резкие, прерывистые. Так начинается турбулентность. Ветер внутри трубы рассеивает энергию винта. Формируются вихри, а на них, в свою очередь, накладываются другие, меньшие вихри. Спонтанно возникает каскад “водоворотов” убывающего размера. Но на этом сюрпризы не заканчиваются.



Столь же неожиданно то там, то здесь на какое-то мгновение возвращается ровное движение воздуха... затем вновь порывы и турбулентность... и опять ровный ветер... и снова буря... Находясь в реактивном лайнере высоко над землей, вы ощущаете это включение-выключение турбулентности как удары по корпусу самолета, когда он то и дело насккивает на восходящие и нисходящие потоки воздуха и вихри. Если же вы находитесь в небольшом самолете, более чувствительном к капризам ветра, то турбулентность дает о себе знать куда сильнее. Прерывистое движение воздуха, вызванное турбулентностью, показано на рис. 6.1. Эта иллюстрация взята из одной моей статьи 1972 года [44].

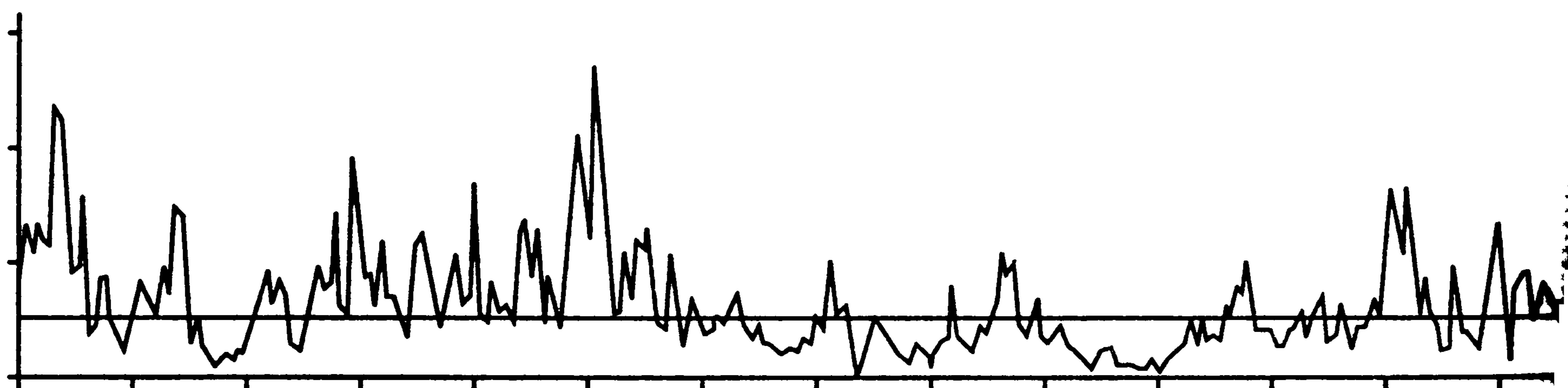


Рис. 6.1. Турбулентный ветер в атмосфере

Диаграмма подлинного мультифрактального моделирования (Mandelbrot 1972) переменной скорости ветра при его переходе в порывистое турбулентное состояние и возврате в исходное. Видно, что пики и провалы собираются группы (кластеры).

Об этом явлении ученые знают уже давно. Так давно, что его значение недооценивают. Мы наблюдаем турбулентность почти каждый день, когда взглянув на небо, видим плывущие по нему друг за другом кучевые облака. И, рассматривая через телескоп знаменитое красное пятно на Юпитере, тоже обнаруживаем турбулентность. Пропущенное через спектрометр излучение пятен на Солнце вновь дает нам пример турбулентности. В наши дни благодаря телесъемке с воздуха мы даже в новостях можем увидеть проявления турбулентности: если нефтеналивной танкер терпит аварию, то кильватере за ним разлитая нефть образует на поверхности воды ужасно, но одновременно прекрасную картину завихрений и водоворотов. Знакомые с проявлениями турбулентности и связисты, называющие прерывистые сигналы (или колебания энергии) электронным "мерцающим шумом" — это порывчатые и необъяснимые щелчки и потрескивания, которые, несмо-



на все предосторожности, вызывают ошибки передачи данных. В наблюдениях за турбулентностью художники опередили ученых. Мощь этого явления выразил Леонардо да Винчи.

Среди причин уничтожения имущества людей реки, как мне кажется, занимают первое место из-за вызванных ими мощных и яростных наводнений...

Против наводнений, к которым приводят переполнившиеся водой гордые реки, не помогают никакие ухищрения человеческой предусмотрительности; накатываются одна за другой бушующие и пенящиеся волны, которые вгрызаются в высокие берега, вода мутнеет от смывтой с вспаханных полей земли, разрушает дома и выворачивает с корнем высокие деревья. Вниз по течению, к морю, как в свою берлогу, разбухшая река несет добычу — людей, деревья, животных, дома и почву, — смывая по пути дамбы и другие препятствия. Легкие предметы увлекает за собой, а крупные и тяжелые разрушает и опустошает; небольшие расщелины в грунте превращаются в мощные оползни, заполняющие низкие долины и несущиеся вперед разрушающей и безжалостной массой.

*Записки [45]*

Подобную же турбулентность, часто разрушительную, мы наблюдаем на финансовых рынках. Это иллюстрирует диаграмма на рис. 6.2. Видно, насколько шаткой была сама неустойчивость фондового рынка на протяжении турбулентного двадцатого века. Сравнив эту диаграмму с предыдущей, для атмосферного ветра, мы видим все те же постоянные “удары по корпусу самолета”, резкую смену периодов бурного движения и тихой активности, прерывистость трендов, концентрацию крупных событий во времени. И невольно напрашивается сравнение небольшого самолета, “вибрирующего всем корпусом”, когда он пробивается через турбулентный воздушный поток, с инвестором, нервно сжимающим кулаки до белизны костяшек и с замиранием сердца наблюдающим за скачками цен.

## Турбулентные торги

Турбулентность стала обычной метафорой для финансовых комментаторов, и причину этого понять несложно. В поисках графического примера жернемся на Нью-йоркскую фондовую биржу, в день 27 октября 1997 года.



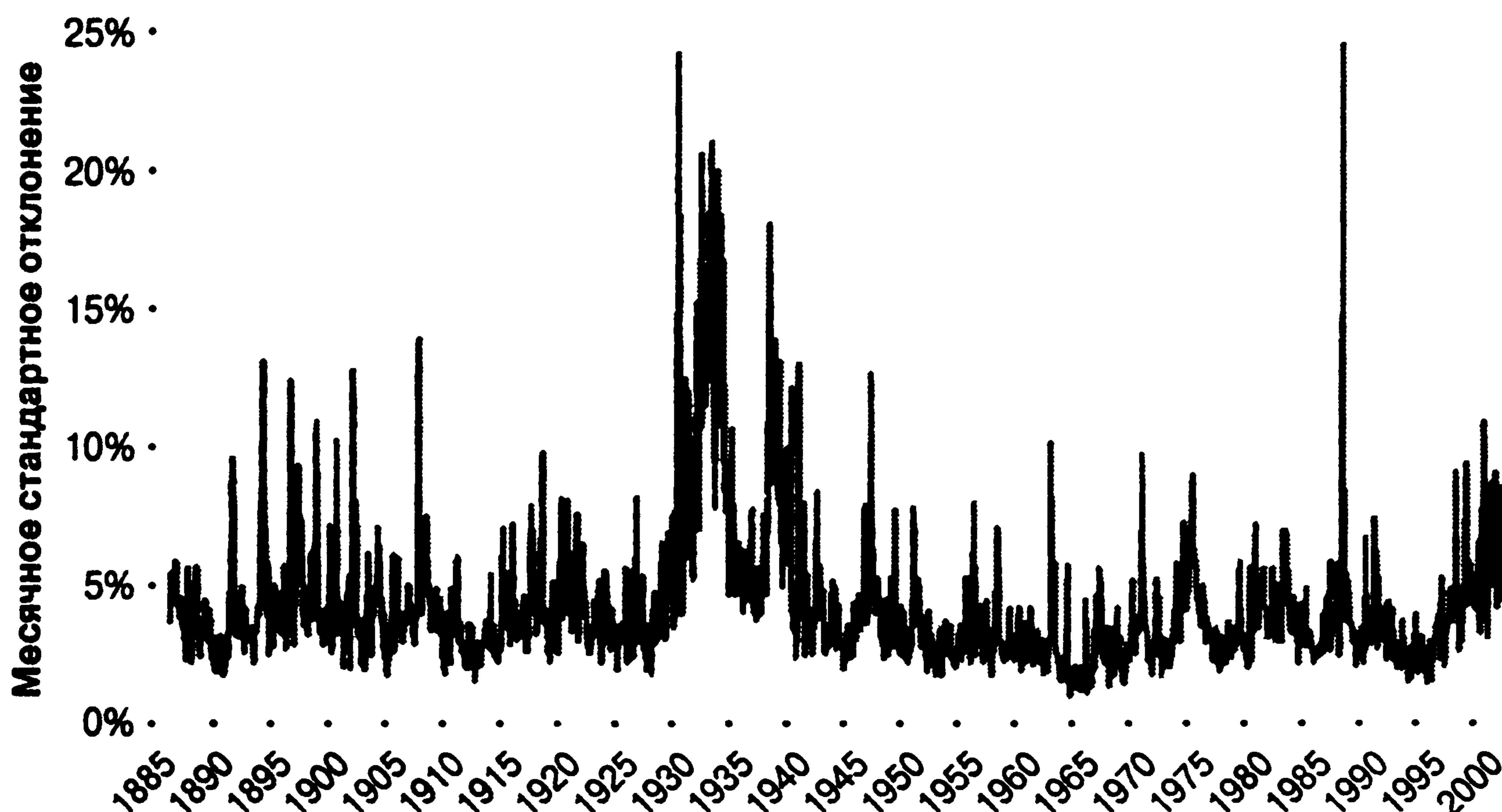


Рис. 6.2. Турбулентный ветер на фондовом рынке

Эта диаграмма, взятая из *Schwert 2004*, показывает переменную неустойчивость фондового рынка, когда величина ценовых колебаний бурно меняется с каждым месяцем. Пик активности пришелся сначала на 1929–1934 годы, затем на 1987 год. Сходство с диаграммой ветра кажется сверхъестественным, но в то же время ожидаемым, если бы мы сравнивали данные двух турбулентных систем.

Тогда промышленный индекс Доу-Джонса (DJIA) потерял катастрофически много — 554,26 пункта (или 7,18%). После этого, как часто бывает в подобных случаях, оказалось очень сложно определить фатальную пусковую причину, хотя сотрудники Комиссии по ценным бумагам и биржам (СБ) почти год пытались воссоздать события. В любом случае, удар был мнемым. По бирже прокатилась волна продаж, вынудившая руководство биржи приостанавливать торги в тщетной попытке успокоить людей. Вот сухим языком фактов описаны события того дня в заключительном отчете Комиссии по ценным бумагам и биржам.

27 октября в 14:36 индекс DJIA упал на 350 пунктов по сравнению с показателем на момент закрытия предыдущей торговой сессии. Это падение вызвало 30-минутную остановку рынков акций, опционов и индексных фьючерсов. Торговля акциями возобновилась в 15:06, но уже к 15:30 величина падения составила 550 пунктов, что влечет за собой автоматическую остановку торгов. Таким образом, фондовый рынок закрылся на 30 минут раньше срока.



Во вторник, 28 октября, рыночные цены сначала продолжили свое стремительное падение. К 10:06 величина падения DJIA составила 187,86 пунктов (2,62%). Впоследствии уровень активности быстро восстановился. К закрытию биржи индекс DJIA поднялся на 337,17 пункта (4,71%) до 7498,32 при рекордном на то время количестве акций — более миллиарда как на Нью-йоркской фондовой бирже, так и на Фондовом рынке NASDAQ.

Подразделение рыночного регулирования  
Комиссии по ценным бумагам  
и биржам, сентябрь 1998 года

Поистине яркий пример турбулентности. Звучит, как описание наводнения, сделанное Леонардо да Винчи. Одна за другой рушатся дамбы, пока стихия не успокоится. В то время когда бушевали финансовые воды, ценовые котировки скакали, как безумные. Разрывы (спрэды) между брокерскими ценами предложения и спроса резко расширились — на 19% больше отраслевой нормы (что означало значительную непредвиденную прибыль для одних брокеров и почти банкротство для других). Биржевая паника охватила весь мир: гонконгский индекс упал на 14%, лондонский — на 9%. В последние 24 минуты перед закрытием нью-йоркского рынка в 15:30 цены падали со средней скоростью 0,1% в минуту, или 6% в час, как высчитала позднее Комиссия по ценным бумагам и биржам. Эти цифры можно интерпретировать и так: стоимость американского бизнеса уменьшалась на 100 млн. долл. *в секунду*. Однако на следующее утро цены ринулись в обратном направлении с еще большей скоростью. Самое стремительное движение цен за весь 24-часовой период сконцентрировалось в трех минутах: с 15:12 до 15:14 и с 15:24 до 15:25 по нью-йоркскому времени. То была не просто финансовая буря. То был ураган.

“Интересно, — спросит читатель, — не служит ли этот термин “турбулентные рынки” всего лишь метафорой? Можно ли серьезно сравнивать ветер и финансовые рынки, бурю и резкое повышение деловой активности биржи, ураган и биржевой крах?”

С точки зрения основных причин, конечно же, нельзя. Но математически — можно. Одна из поразительных особенностей науки заключается в том, что для описания даже самых различных, внешне не связанных друг с другом явлений можно использовать один и тот же математический



аппарат. То же квадратное уравнение, с помощью которого люди в античные времена рассчитывали прямые углы при построении храмов, в наши дни пригодится банкиру для расчета суммарного дохода по новым двухгодовым облигациям. Технику расчетов, которую два столетия назад разработали Ньютон и Лейбниц для исследования орбит Марса и Меркурия, сегодня может использовать инженер-строитель для расчета максимального напряжения в конструкциях нового моста или объема воды, протекающей под этим мостом. Безусловно, это не означает, что мост, река и планеты “работают” одинаково; или что археолог на Акрополе сможет назначить цену облигации компании *Accenture*. Точно так же ветер и рынки весьма отличаются друг от друга; первый — это природное явление, вторые — творение человека. Но разнообразие явлений природы безгранично, тогда как количество имеющихся в нашем распоряжении действительно отличных друг от друга математических концепций и инструментов удивительно мало несмотря на их кажущееся многообразие. Если человеку нужно рассчитать участок джунглей, то у него имеется относительно мало инструментов: мачете для рубки веток и лиан, бульдозер для валки деревьев и огонь, чтобы выжечь все остальное. В науке схожая ситуация. Когда мы исследуем обширную сферу природных или порожденных человеком явлений, то обнаруживаем, что количество основных идей, на которых основаны самые полезные измерительные приборы и методы расчетов, удивительно мало. Если у человека есть только молоток, то ему на глаза постоянно попадаются гвозди — ведь только с ними он и может справиться. Поэтому нас не должно удивлять, что с нашим ограниченным набором эффективных математических инструментов мы обнаруживаем аналогии между аэродинамической трубой и табло агентства *Reuters*, на которое выводятся биржевые показатели.

Делом всей моей жизни стала разработка нового математического инструмента, который пополнит бы ограниченный арсенал человека. Я назвал этот инструмент фрактальной и мультифрактальной геометрией. Он предназначен для исследования неровного, неупорядоченного и зазубренного. Само название я придумал в 1975 году [46]. “Фрактальная” происходит от *fractus*, причастия прошедшего времени, образованного от глагола *frangere* “ломать”, о чем я узнал из латинского словаря одного из моих сыновей. Э



корень появляется во многих близких словах, включая “фракцию” и “фрагмент”. Результатом моих интеллектуальных блужданий на протяжении нескольких десятилетий стали мои оригинальные идеи; я собирал воедино множество случайных, забытых, недоисследованных и внешне несвязанных артефактов и вопросов математического прошлого, развивал их и создавал на их основе новый, согласованный раздел математики. Фрактальную геометрию стали рассматривать как “природную”. Сегодня ее используют для решения невероятно разнообразных задач: передачи цифровых изображений в Интернете, измерения характеристик процесса разрушения металла, анализа мозговых волн с помощью электроэнцефалографа, конструирования сверхмалых радиоантенн, изготовления оптических кабелей с лучшими характеристиками и изучения анатомии бронхов.

Метод фрактальной геометрии стал частью математического инструментария гидроаэромеханики, гидрологии и метеорологии. Ее эффективность объясняется уникальной способностью выражать большое количество запутанных, неупорядоченных данных несколькими простыми формулами. Эта способность особенно ярко проявляется в случае мультифрактальности — фундаментального понятия при изучении турбулентности и полезного инструмента на финансовых рынках. Поэтому я и другие ученые на протяжении последних нескольких десятилетий использовали понятия фрактальной геометрии для изучения и создания моделей работы рынков. Несмотря на 40 лет исследований, работа продолжается. Она не только не закончена — она едва началась. В следующих главах мы рассмотрим фракталы и их применение в финансах. Сейчас же я предлагаю краткий предварительный обзор того, что нам может предоставить фрактальная геометрия даже в ее простейшем, “карикатурном” варианте.

## Карикатурная модель Броуна–Башелье

Экономисты любят модели. Собрать ряд легко контролируемых входных данных в схожую с реальностью модель означает понять нечто фундаментальное об окружающем нас мире. Я предлагаю более простую и более легкую версию модели Башелье — столь простую и легкую, что я даже сомневаюсь, можно ли ее вообще назвать моделью. Во избежание недоразумений назовем ее карикатурой [47]. Легковесность термина устраняется, если



использовать слово “карикатура” в понимании живописцев фресок и мастеров гобеленов эпохи Возрождения: предварительный набросок, на котором художник опробует свои идеи и который впоследствии станет основой полноценного произведения. Наша карикатурная модель позволит понять, чего можно добиться с помощью всего нескольких фрактальных инструментов.

Фрактал — это структура или форма, части которой повторяют целое. Если пристально рассмотреть, например, лист папоротника, можно увидеть, что он состоит из меньших листьев, которые, в свою очередь, состоят из еще меньших групп листьев. Такой процесс мышления может быть направлен как вперед, так и назад. Можно анализировать папоротник, постепенно переходя ко все меньшим деталям, но мы также можем синтезировать укрупненное представление об этом растении, переходя от мелких деталей ко все более крупным. Допустим, начнем с крошечных листочков пробивающихся из почек; далее наблюдаем, как каждый побег растения выпускает новые побеги, так же растущие и выпускающие новые побеги, которые опять-таки растут и выпускают новые побеги... и так далее, пока папоротник не сформируется полностью. Это метод Природы. Его можно скопировать при использовании финансовых фракталов. Мы можем анализировать, так и синтезировать фондовую диаграмму. Ниже приведен пример синтеза (рис. 6.3).

Как видно из рис. 6.3, построение финансового фрактала начинается с одной клетки с единичными высотой и шириной (на нашем рисунке визуального удобства клетка растянута вширь). Внутри клетки мы проводим прямую линию из нижнего левого угла (точка с координатами 0; 0) до верхнего правого угла (точка с координатами 1; 1). Это базовая линия тренда, отражающая нашу уверенность в том, что окончательная диаграмма покажет прибыль независимо от величины промежуточных колебаний цены. Если бы мы хотели смоделировать падение рынка, то начали бы с нисходящей линии, проведя ее из верхнего левого угла до нижнего правого. Далее мы видим, что поверх прямого отрезка наложен зигзагообразный фрагмент — его еще называют *образующим*, или *генератором*. Он состоит из трех звеньев: восходящего, нисходящего (прерывание тренда происходит в критической точке) и вновь восходящего. Точное место расположения точек прерывания и частота их появления определяют результат.



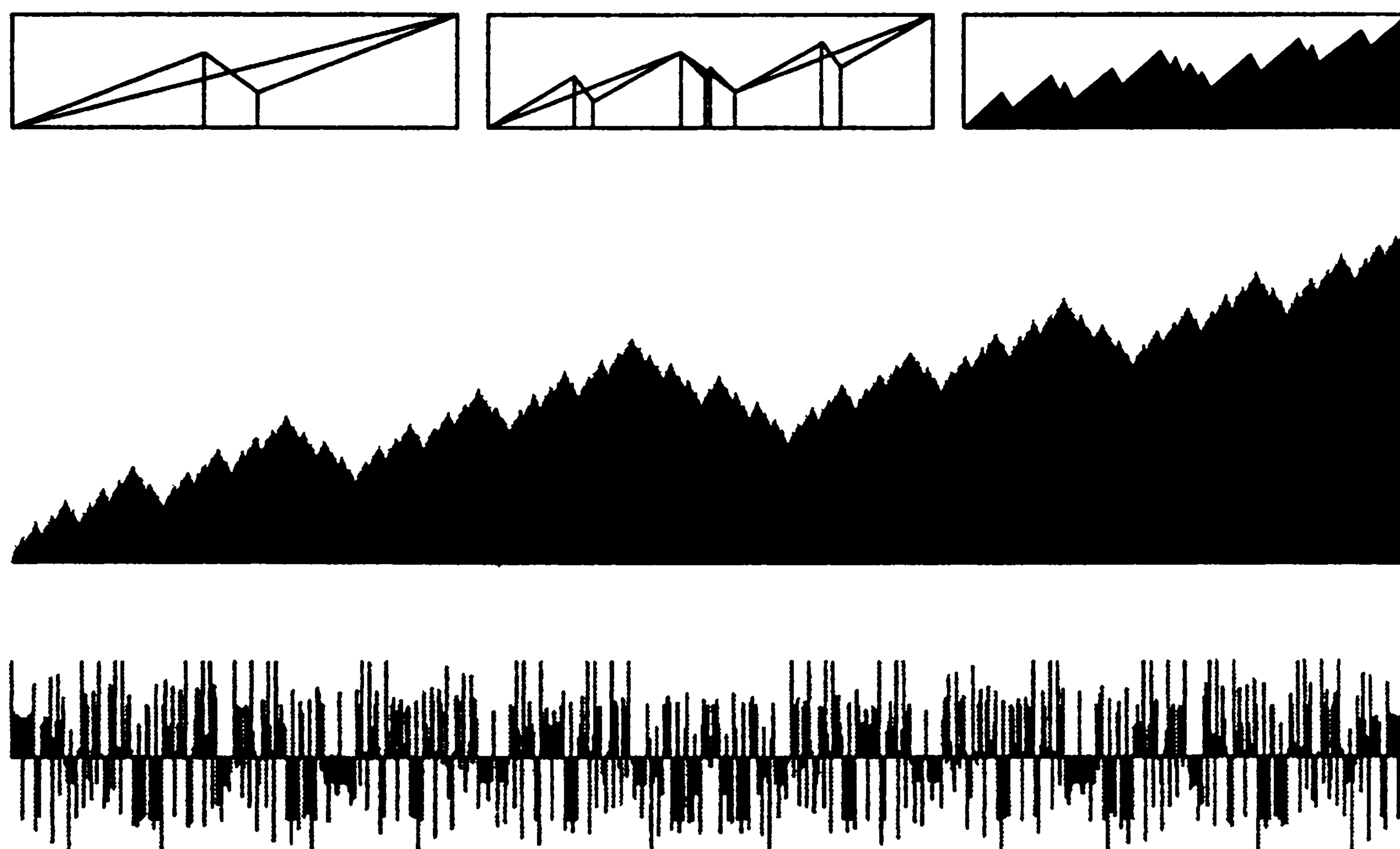


Рис. 6.3. Карикатурная фондовая диаграмма

Показан процесс создания неслучайной карикатуры фрактальной финансовой диаграммы в соответствии с моделью Башелье. Верхняя иллюстрация — расположенные слева направо изображения первых этапов. Средняя (выполненная в черном цвете) — это завершенная фрактальная диаграмма. На нижней иллюстрации изображены приращения от одного момента времени к другому. Это самый простой способ построения, однако результат получается не слишком реалистичным.

Теперь мы можем сформулировать инструкцию для построения фрактальной модели. Каждый восходящий прямой отрезок заменяем копией ломаного фрагмента — копией уменьшенной, но не повернутой (т.е. тренд всегда должен быть восходящим). Для подгонки следует больше ужать фрагмент по горизонтали, чем по вертикали. Однако нисходящие отрезки заменяем ломаными фрагментами, повернутыми на  $180^\circ$ . Продолжаем процесс, каждый раз заменяя ломаным фрагментом (размер которого все время уменьшается) все меньшие отрезки. С каждой итерацией (повторением процесса) кривая становится все более неровной, все более зазубренной. В конце концов мы получим диаграмму, очень похожую на реальную ценовую, но на самом деле далекую от реальности и слишком предсказуемую.

До сих пор звенья образующего ломаного фрагмента (генератора) строго следовали одному и тому же порядку: восходящий, нисходящий, опять восходящий. Понятно, что в реальной жизни такого быть не может.



Поэтому, чтобы повысить реалистичность нашей модели, мы откажемся от такой однообразной схемы и введем элемент случайности. Перед каждым шагом построения бросаем кости и определяем новый порядок следования звеньев ломаного фрагмента. Если раньше мы имели одну и ту же последовательность звеньев ломаного фрагмента, то теперь случайным образом получаем один из трех вариантов следования звеньев: (восходящее, восходящее, нисходящее), (нисходящее, восходящее, восходящее) или (восходящее, нисходящее, восходящее). Повторяя процесс, приходим к более реалистичной диаграмме (рис. 6.4).

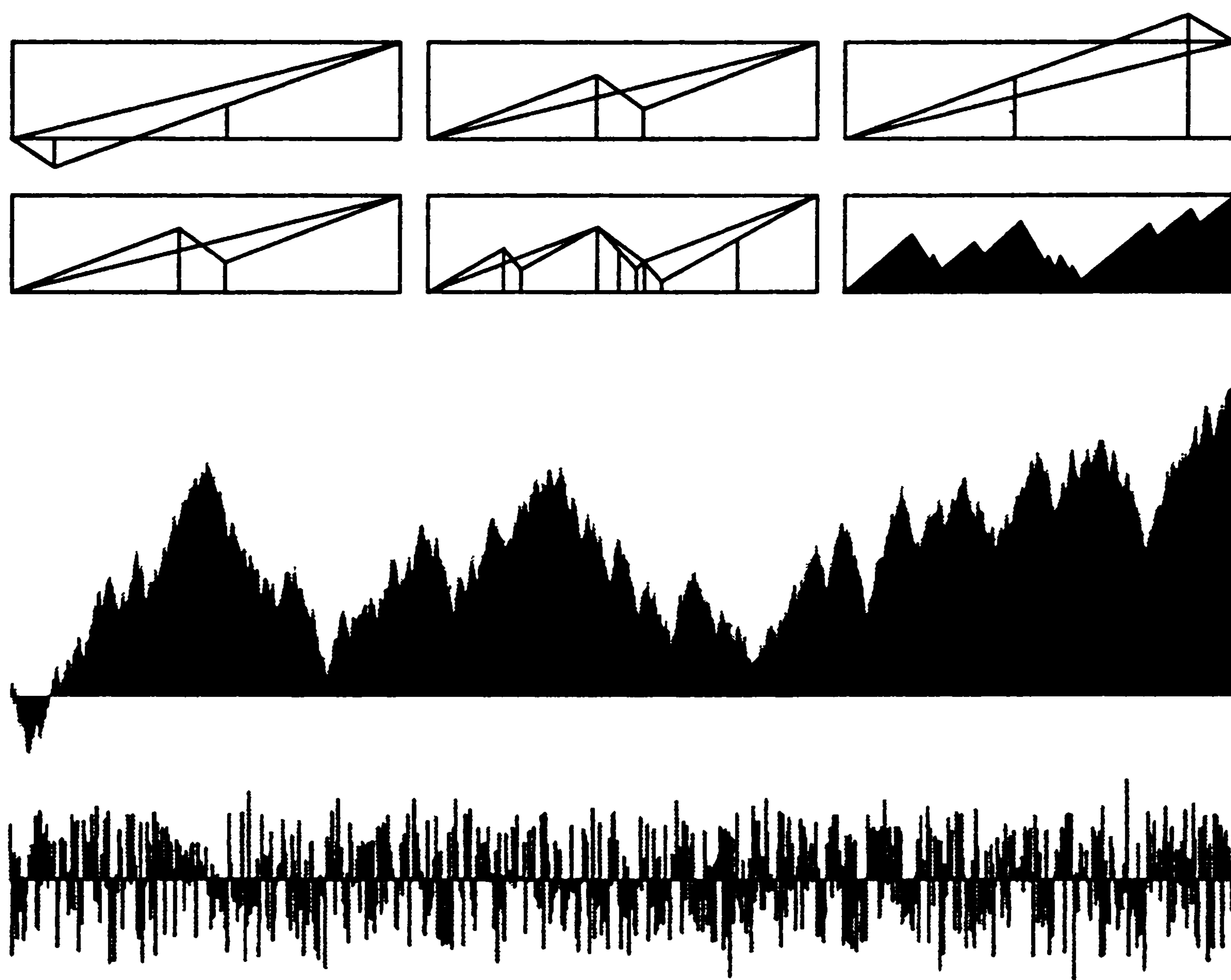


Рис. 6.4. Карикатурная фондовая диаграмма с элементом случайности

Эта диаграмма подобна предыдущей (см. рис. 6.3), но для повышения реализма звенья образующего ломаного фрагмента случайным образом переставлены местами. Как прежде, мы начинаем с простого образующего фрагмента, три звена которого следуют друг за другом слева направо в таком порядке: восходящее, нисходящее, восходящее (это средний рисунок в верхнем ряду). Но на каждом следующем этапе построения диаграммы мы случайным образом выбираем один из трех вариантов следования звеньев. Два других: нисходящее, восходящее, восходящее (верхний ряд, слева) и восходящее, восходящее, нисходящее (верхний ряд, справа). Второй ряд рисунков — это первые три этапа построения. Диаграмма, выполненная в черном цвете (третий ряд сверху), — окончательная. В четвертом ряду показана диаграмма изменений.



## Обзор лучше подогнанных карикатур

Карикатурный процесс (и его результат) можно еще больше усложнить, что мы сделаем в одной из следующих глав. До сих пор мы меняли только порядок следования звеньев образующего ломаного фрагмента. Однако мы еще можем менять и место перехода от одного звена к другому (или, иными словами, длину звеньев), и частоту появления этих переходов. Если “выпустить” диаграмму из прямоугольной рамки и позволить ей расти в любом направлении, то можно получить бесчисленное количество вариантов — и все это началось с прямой линии! Отказавшись от графики и перейдя к наборам цифр, мы еще больше усложним процесс. Можно опробовать различные статистические зависимости и другие абстрактные схемы. Вскоре диаграммы станут поразительно реалистичны. На них появятся описанные выше экстремальные бурные колебания. Появятся зависимости конечных структур диаграммы от начальных. Как мы увидим позднее, так можно с высокой достоверностью смоделировать любые финансовые диаграммы.

Конечно, реальные ценовые диаграммы появляются не так. Они представляют собой просто запись тысяч фактических биржевых операций. Но, как уже говорилось, невозможно проанализировать все причины, вызвавшие каждую из этих операций; такой “фундаментальный” анализ бесполезен. Вместо него лучше разработать математическую модель реальных процессов, т.е. смоделировать амплитуду колебаний цены и скорость ее подъема и падения. Эта модель не полностью отражает реальные изменения цены, но статистически будет “вести себя” так же. На ее основе мы разработаем мощный новый инструмент изучения рынка и работы на нем. Сможем сравнивать одну инвестицию с другой по показателю рискованности, разыгрывать на компьютере возможные сценарии развития событий для нашего портфеля ценных бумаг, определять стоимость нового сложного финансового продукта, “экзотического” опциона. И отслеживать — может быть, даже прогнозировать — периоды турбулентности рынка.

С появлением такой модели турбулентность — уже не просто метафора. Мультифрактальность делает турбулентность фундаментальным новым способом анализа финансов. Рынки уже не выглядят полностью рациональными, “добропорядочными” схемами, которыми оперировали финансовые теоретики прошлого. Их воспринимают такими, какие они есть на самом



деле: динамичными, непредсказуемыми, иногда опасными системами передачи богатства и власти, системами, которые нам так же важно понять, как ветер, дождь и наводнения. А от наводнений — природных или рукотворных — нужно защищаться. Макиавелли однажды метафорично назвал судьбу наводнением. Вполне уместно привести здесь цитату из его *Государя*.

Я сравниваю ее [Судьбу] с одной из тех бурных рек, которые, выходя из берегов, затопляют равнины, смывают деревья и разрушают здания, переносят с одного места на другое почву; люди бегут от них, покоряясь их мощи, не в силах удержать их стремительный бег. И хотя реки имеют столь неуправляемый нрав, это вовсе не означает, что люди в периоды затишья не могут предусмотрительно возвести дамбы и гати. Когда река вновь выйдет из берегов, она пойдет по подготовленному для нее каналу или уже не будет иметь прежней бессмысленно разрушительной силы.



## ГЛАВА 7

# Изучение неровности. Фрактальный букварь

Самые ранние и важнейшие инструменты науки были результатом наблюдений, измерений и усиления информации, полученной через органы чувств человека. Ощущение горячего и холодного привело к изучению процессов изменения температуры и возникновению термодинамики. Изменение громкости звука подсказало создание децибельной шкалы; высота тона и цвет легли в основу частоты волн. Ощущения тяжелого и легкого, понятия быстрого и медленного дали нам концепции веса и скорости и привели к изучению механики. Столетие назад об этом сказал великий математик Дэвид Гилберт: “Первые задачи в любой области математики возникли из опыта и наблюдений за внешними явлениями”.

Однако ученые почти полностью игнорировали ощущение неровности. Греческий геометр Евклид, чьи *Элементы* остаются древнейшим в мире трактатом с почти современными математическими рассуждениями, сосредоточился на противоположном ощущении, ощущении гладкого и ровного. Он и его бесчисленные последователи изучали гладкие и ровные предметы до мельчайших деталей. Линии, плоскости и сферы стали предметом евклидовой геометрии; дети и по сей день изучают их в школе. Мне нравятся эти геометрические концепции, но, увы, они существуют только в умах и трудах людей, а не в беспорядочной и сложной природе. Сколько естественных предметов вокруг нас действительно соответствуют этим древнегреческим



образцам? Поверхность пруда в абсолютно безветренную погоду и при полном отсутствии волн может казаться гладкой, как евклидова плоскость. Возможно, радужная оболочка глаза ребенка, если присмотреться, покажется очень близкой к идеальной окружности. Но сколько еще мы назовем ровных вещей в окружающей нас природе? В 1982 году я в своей книге-манифесте *Фрактальная геометрия природы* (*The Fractal Geometry of Nature*) написал: “Облака не представляют собой идеальные сферы, горы — идеальные конусы, береговые линии островов — окружности. Кора дерева не гладкая на ощупь, а свет движется не по прямой линии”.

Разговоры о фракталах и неровностях могут показаться отступлением от злободневных задач финансового анализа. Но взгляд на чрезвычайно широкую область применения и эффективность фрактальной геометрии позволит понять потенциал ее использования в финансах и подготовит почву для материала следующих глав.

## Правила неровности

В прошлом ученые добросовестно старались рассматривать неровности природы как мелкие дефекты идеализированной формы — например, как нежный пушок на в остальном идеально гладкой поверхности персика, или как небольшие углубления или выпуклости на в остальном идеально сферическом апельсине. Такое же предположение сделали десятилетия назад Гаусс и Лежандр, когда разработали метод наименьших квадратов для расчета “истинной” эллиптической орбиты астероидов на основе смешанных неточных данных, полученных с помощью телескопа. Как только стали известны математические инструменты, подобные методу наименьших квадратов, другие ученые сочли для себя возможным “что-то сумяшеся” взять их на вооружение. Например, металлурги измеряли шероховатость поверхности или характеристики разрушения металла с помощью все того же метода наименьших квадратов даже несмотря на то, с удивлением обнаружили: при измерении разных частей одного и того же металлического образца они получают разные показатели шероховатости. Аналогичное происходит и в финансах: “неровность” ценовой диаграммы общепринято измерять неустойчивостью (волатильностью), однако сама эта характеристика — неустойчивость, — как обнаружили аналитики



неустойчива. Мой вклад, в первую очередь, состоит в признании того факта, что в турбулентности и еще больше в реальном мире неровность — это не просто мелкие дефекты идеала, не просто мелкие детали глобального плана. Неровность относится к самой сути многих природных явлений, в том числе экономических.

Говоря конкретнее, я разработал специальную геометрию для неровности. Это математический аппарат, с помощью которого уже сегодня можно понять подлинную, отличную от пушка на персике, неупорядоченность, а со временем научиться ею управлять. Основная идея заключается в том, чтобы обнаружить порядок в беспорядочном, форму в бесформенном. Вопреки популярному мнению, математика призвана облегчать, а не усложнять нашу жизнь. Ребенок узнает, что, отсчитывая конфеты по одной, можно угостить всех друзей конфетами, никого не обделив; так проявляется способность к количественному мышлению. Далее он переходит к более абстрактному действию — делению пакета конфет на несколько равных частей, — а это уже арифметика. Затем ребенок учится рассчитывать необходимое количество какао и сахара, чтобы приготовить шоколад для пятнадцати друзей, и при этом пользуется алгеброй. Таким образом, математика решает всевозможные задачи, от простейших до самых сложных. Ускорить процесс можно, если обнаружить симметрию или инвариантность — фундаментальные свойства, одинаковые у разных объектов исследования.

Фрактал обладает особым видом инвариантности или симметрии, особой связью между целым и его частями: целое можно разбить на меньшие части, но каждая будет его повторением. Вспомним цветную капусту: каждый кочешок можно разделить на части, которые представляют собой всю капусту в миниатюре. Художники, привыкшие пристально наблюдать за природой, узнали об этом, не дожидаясь подсказки ученых. Эжен Делакруа отмечал в статье, написанной для *Le Revue Britannique*.

Сведенборг в своей теории природы говорит нам, что легкие сделаны из множества маленьких легких, печень — из малых печеней, селезенка — из малых селезенок и т.д. Не будучи столь искусным наблюдателем, как он, я тоже заметил это, и уже давно; я часто говорил, что ветви дерева — это сами по себе малые деревья, что камни подобны большим



камням, а пригоршня грязи — гораздо большим кучам грязи. Я убежден, что можно найти намного больше таких примеров. Одно перо сделано из миллиона перьев.

Задачи фрактальной геометрии включают поиск повторяющихся структур такого рода, их анализ и количественную оценку, манипулирование ими. Она выступает как инструмент и анализа, и синтеза. Искомая структура может принимать множество различных форм. В частности, это может быть конкретная форма, которая повторяется в меньшем масштабе, как случае папоротника или цветной капусты. Или абстрактная, статистическая структура — например, вероятность того, что определенная ячейка решетки будет черного или белого цвета или что в определенной точке космоса обнаружится звезда или вакуум. Структура может повторяться в сторону увеличения или уменьшения, шаблон накладывается или поворачивается (или обе операции выполняются одновременно). Повторение следует тому, детерминистическому правилу либо воле слепого случая.

Построение простейших фракталов начинается с какого-нибудь классического геометрического объекта: треугольника, прямой линии, шара. Он называется *инициатором*. В финансовой карикатуре модели Башелье, рассмотренной в предыдущей главе, инициатором была прямая восходящая линия тренда. Затем в процесс включается *генератор*, или *образующая*, то есть шаблон, по которому продолжится построение фрактала. Обычно это тоже простая геометрическая структура: ломаная (зигзагообразная) линия, изгибающаяся кривая или — на финансовых диаграммах — последовательность ценовых скачков: 2 долл. вверх на прошлой неделе, 37 центов вниз сегодня и 1,5 долл. вверх в следующем месяце. Наступает очередь *правила рекурсии*, определяющего процесс построения фрактала. Вспомним, как мы строили финансовую карикатуру Башелье. Начали с прямой линии (инициатор) и накладывали (но без поворота) ломаную образующую на все прямые участки, чтобы ее концы совпадали с концами инициатора, и повторяли эти шаги бесконечно. Как только на диаграмме появлялся прямой участок, мы заменяли его уменьшенной до нужного размера ломаной образующей. Правила построения таких фракталов точно сформулированы, а результат предсказуем, хотя он может оказаться достаточно сложным, если процесс построения повторять достаточно долго. В этом примере простая ломаная линия



в итоге трансформировалась в зазубренную кривую, которая неожиданно стала похожей на многие структуры, встречающиеся в природе, например на профиль горной цепи. В действительности моя работа убедила компьютерных аниматоров, что такие фрактальные процессы позволяют быстрее всего и самым реалистичным образом создавать искусственные ландшафты и лунные пейзажи.

Фракталы становятся еще интереснее, если разнообразить процесс построения. Например, случайным образом менять местами прямые звенья генератора. Или перейти от построения структур на бумаге к фракталам, полученным на основе абстрактных концепций. Рассмотрим социологию. Ритм периодов войны и мира, неравномерное распределение материальных благ в обществе, доминирование в промышленности крупных компаний — все это можно анализировать как беспорядочные фрактальные конструкции, в которых порядка оказывается больше, чем предполагалось раньше. Разнообразие фракталов огромно. Но все они имеют несколько общих характеристик. Во-первых, они *самоповторяются* в сторону увеличения или уменьшения на определенную величину. Другими словами, части повторяют целое в соответствии с точной, измеримой формулой.

Простейшие фракталы “развиваются” одинаково во всех направлениях, поэтому их называют *самоподобными*. Это, образно говоря, высококачественные линзы, одинаково расширяющие или сжимающие все, попадающее в окуляр. Состав изображения (предметы, которые мы видим) не зависит от фокусного расстояния; пропорционально меняются только размеры изображения. Однако карикатура Башелье “растет” в разных направлениях неравномерно, и это же мы будем наблюдать в других карикатурах ценовых колебаний, которые рассмотрим в следующих главах. Такие фракталы называются *самоаффинными* (*родственными себе*). Здесь можно предложить сравнение с ксероксом, настроенным на создание уменьшенной копии оригинала, но не пропорционально, а, например, сжимая оригинал в горизонтальном направлении больше, чем в вертикальном. Если фракталы повторяются по-разному и в разных точках, то они становятся *мультифракталами*, математические свойства которых запутанны и открывают много возможностей. Математика фракталов в ее полном виде действительно сложна, если углубляться в детали. Однако в более обобщенном, упрощенном



виде она уже включена в программу некоторых базовых курсов математики для старшеклассников. Фракталы чрезвычайно наглядны и потому весьма интуитивны.

Порой фракталы выглядят случайными, бессистемными. Часто они противоречат общепринятой геометрии и не поддаются классификации. Обычно фракталы скорее беспорядочны, чем гармоничны и предсказуемы, как параболы и окружности древних геометров. Но вот важное замечание: все фракталы начинаются просто, можно даже сказать — упрощенно. И это отрадный факт. Для любого научного исследования желательно, чтобы на первых этапах оно было как можно проще, иначе никогда не удастся добраться до сложного. Каждый фрактал — это логическое выражение нескольких простых и понятных идей, правил или математических зависимостей. В описанных здесь простых фракталах инициатор, генератор и правило построения составляют трехбуквенный код; это очень похоже на четыре буквы генетического алфавита. Фрактальный код подобен ДНК: из этого компактного описания информации получаются прекрасные и сложные “создания” — порой столь сложные, что лучшие математические умы нашего мира не в силах их разгадать.

Отдаленные истоки этой научной области разнообразны. Первые странности были замечены в 1875–1925 годах, в период неразберихи и анархии в математике. Их считали парадоксами: линия, которая могла полностью заполнить квадрат, создавала впечатление, что одно измерение может заполнить два; до смешного простой процесс превращения сплошной линии в пыль из лишенных размеров точек; неправильная, хотя и непрерывная кривая, к которой нигде невозможно провести касательную. Это были фантазии, специально придуманные для демонстрации логических несовместимостей в традиционной математике. Сначала их отвергали, называя причудами, созданными для того, чтобы подшутить над патриархами математики. Но я многократно увеличил разнообразие таких отдельных примеров. Я свел их воедино, в одну область математики, развил ее, дал название и начал применять в окружающем нас мире, как природном, так и рукотворном. Благодаря этой новой области математики многие ученые начали думать о нашем мире по-другому. И все же я должен признать, что пальма первенства принадлежит не мне и даже не другим ученым, а поэтам.



Джонатан Свифт в своем стихотворении “О поэзии: рапсодия” писал о блохе, на которой паразитируют другие, меньшие блохи, на которых, в свою очередь, “пасутся” еще меньшие блохи, и так до бесконечности.

## Измерение неровности

Возможно, самой поразительной идеей фрактальной геометрии выступает необычный взгляд на измерения. Со времен Эвклида воображаемая математическая точка не имела размеров, у линии было одно измерение, у плоскости — два, а у знакомого нам пространства, в котором мы живем, — три измерения. Эйнштейн добавил четвертое измерение — время. Правда, математики могут обобщить эту идею и вообразить измерения более высоких порядков; они чисто вымышленные, но с их помощью удастся решать определенные задачи в технике, экономике, физике. Топология — область математики, занятая изучением поверхностей, — подсказывает нам новые интересные идеи. С топологической точки зрения огурец по форме идентичен апельсину, потому что из первого можно получить второй, не разрезая поверхность; окружность, как и зазубренная береговая линия на морской карте, имеет одно измерение — ведь обе представляют собой непрерывные линии, которые можно преобразовывать друг в друга, не разрезая, а всего лишь сгибая, складывая или распрямляя.

Но только ли это можно сказать о таком понятии, как измерение? Обратимся к примеру. Сначала рассмотрим клубок шерстяных ниток с идеализированной точки зрения Евклида. Клубок 12 см в диаметре, а толщина нитки составляет, скажем, меньше миллиметра. С очень далекого расстояния мы вряд ли разглядим, что имеем дело с клубком: он будет нам казаться точкой — не имеющей размеров, как утверждает классическая геометрия. Взяв клубок в руку, мы увидим привычный трехмерный шар. Поднеся его близко к глазам, поймем, что это всего лишь спутанная одномерная нить. При еще большем увеличении мы заметим, как наша одномерная нить “превращается” в трехмерные пряди. Вооружившись электронным микроскопом, позволяющим рассматривать вещество на атомном уровне, опять возвращаемся к точкам с нулевым размером. Так что же из себя представляет наш клубок ниток? Это объект, лишенный размеров, или одномерный, или трехмерный? Ответ зависит от точки зрения. Для сложной природной



формы размер — понятие относительное. Он меняется для разных наблюдателей. Один и тот же предмет может иметь более одного измерения, в зависимости от того, как вы его измеряете и что вы с ним собираетесь делать. Причем измерение не обязательно целочисленное; оно может быть и дробным. Сегодня устаревшее понятие, размер, радикально осовременивается.

Подумаем о размерах не как о внутренне присущем предметам свойстве, а лишь как об измерительном инструменте. Вспомним, как мы вообще выполняем измерения. Если надо измерить прямую линию, мы пользуемся линейкой. Для измерения кривой линии придется взять меньшую линейку, например длиной в один сантиметр, и пройти вдоль кривой линии, подсчитав, сколько раз наша линейка уместается на всем протяжении кривой. Проявив больше усердия и взяв еще меньшую линейку, получим более точный результат: кривая линия в этот раз окажется длиннее, чем в случае грубого измерения сантиметровой линейкой. Используя каждый раз все меньшую линейку, мы в конце концов придем к какому-то определенному значению, которое и будем считать длиной нашей кривой линии. Но если кривая зазубрена и неравномерна? Если речь идет о береговой линии Шотландии? В таком случае мы для начала вооружимся геодезическим дальномером — “большой линейкой” — и будем замерять расстояние между мысами. Затем возьмем более точный инструмент, измерительную рулетку, и пройдем вдоль берега от точки к точке. Далее, по очереди, метровая планка, кронциркуль и микроскоп. Правда, в данном случае наши усилия тщетны: в отличие от случая с гладкой кривой линией, никогда не удастся узнать единственную “наилучшую” оценку длины скрученной береговой линии. Она зависит от масштаба карты, которую предстоит начертить, да и от политических мотивов тоже. Один ученый Льюис Фрай Ричардсон, который исследовал этот парадокс более века назад, изучил официальные данные о протяженности политических границ между государствами. Испанские власти считали, что длина их границы с Португалией равна 987 км, тогда как отважные португальцы насчитали 1214 км. Нидерланды решили, что их граница с меньшей и более бедной Бельгией равна 380 км, тогда как бельгийцы заявили о 449 км.



Так какова же длина? Мы убедились, что это бесполезный вопрос. Однако можно подойти к решению этой задачи с другого конца. Например, откладывая на графике результат измерения с помощью каждого нового инструмента. Чем меньше (точнее) становится “линейка”, тем большее число мы получим. Но — вот приятная неожиданность! — часто измеряемая величина увеличивается с почти постоянной скоростью. Рассмотрим простейший пример — прямую линию, вернее, прямой отрезок. Допустим, нам повезло, и первая взятая нами линейка имеет точно такую же длину, как измеряемый прямой отрезок. Теперь возьмем линейку вдвое короче первой; она уложится в наш отрезок дважды. Следующая линейка, вдвое короче предыдущей, уложится в отрезок четыре раза. Надеюсь, читатели уже поняли суть процесса. Теперь рассмотрим неровную береговую линию. Используя каждый раз все меньшую линейку, мы обнаруживаем нечто необычное: результат измерения растет быстрее, чем укорачивается линейка. Это явление измеряется величиной, получившей название *фрактальное измерение*. Начнем с простого. Для прямой линии фрактальное измерение равно 1. Это ожидаемая величина, ведь мы все знаем, что прямая линия — одномерна. Но, оказывается, английская береговая линия имеет фрактальное измерение, приблизительно равное 1,25. Есть ли в этом смысл? Конечно. Неровный берег сложнее одномерной прямой линии, но, несмотря на многочисленные утесы и заливы, очертания берега не столь сильно изогнуты, чтобы заполнить двумерный квадрат.

И это еще не все. Австралийская береговая линия, более ровная, чем корнуоллская, имеет фрактальное измерение 1,13, а ровный берег Южной Африки лишь немного извилистее, чем геометрическая прямая линия: фрактальное измерение этой береговой линии равно 1,02. Перейдем от берегов к рекам. Геологическое управление США при исследовании крупных рек обнаружило, что на востоке страны они, как правило, имеют фрактальное измерение 1,2, а на более “диком” западе — 1,4. Эти цифры подтверждают наши интуитивные оценки бурной реки Колорадо и мирно несущей свои воды реки Чарлз. Еще примеры. Если измерить площадь чрезвычайно запутанной внутренней поверхности человеческих легких, пронизанных разветвленной сетью бронхов, то получим огромную цифру, приблизительно равную площади теннисного корта. Однако фрактальное измерение



очень близко к 3. Внутренняя поверхность легких столь извилиста и складчатая, что имеет уже почти объемную (трехмерную) структуру.

Итак, что же мы получили? Новый инструмент измерения. Мы измеряем не то, насколько объект длинный, тяжелый, горячий или громкий, а насколько он извилистый и неровный. Наука получила свой первый критерий неровности.



# ДОПОЛНЕНИЕ К ГЛАВЕ 7

## Графический очерк. Фрактальная галерея

В случае со столь наглядным предметом, как фракталы, иллюстрации скажут больше, чем слова. Я предлагаю читателям графический очерк о природе и удивительном разнообразии фракталов, искусственных и реальных.

Уже обнаружено буквально сотни реальных фракталов. Фрактальность кажется обязательным инструментом в мастерской Природы; она определяет, как растут живые существа и как разрушаются скалы. Почему? Ответ зависит от контекста. Вновь рассмотрим неровную береговую линию. Физики утверждают, что сложные заливы, мысы, утесы и трещины — это всего лишь логический результат рассеивания энергии волн на скалистой поверхности. В случае роста органических объектов, таких как дыхательные пути в легких, процесс повторяющегося деления выступает логическим следствием генетических правил развития животных: несколько инструкций, исполняемых просто и многократно.

В пьесе Тома Стоппарда *Аркадия* (1993 год) фрактальная геометрия выходит на авансцену. Главная героиня пьесы, математик Томасина, говорит своему молодому учителю Септиму.

Каждую неделю я по точкам вычерчиваю ваши уравнения. Для всевозможных алгебраических зависимостей я добросовестно нахожу каждому  $x$  соответствующий  $y$  и каждую неделю получаю все те же избитые



геометрические образы, как будто весь мир форм состоит лишь из дуг и углов. Истинная правда, Септим, если существует уравнение для кривой, подобной колоколу, то должно же быть и уравнение для очертания лесного колокольчика? И почему не быть уравнению для розы? Мы правда верим, что природа записана в цифрах?

*Септим.* Да.

*Томасина.* Тогда почему ваши уравнения описывают только рукотворные формы?

*Септим.* Не знаю.

*Томасина.* С таким набором инструментов Бог не создал бы ничего сложнее шкафа.

На самом деле фрактальные структуры всегда присутствовали и в творениях человека: в узоре готических арок европейских кафедральных соборов, в лейтмотивах опер Вагнера, в вереницах красочных пятен Джексона Поллака и даже в частоте и накале военных сражений за пять столетий европейской истории. Великолепную панораму фракталов можно найти на Web-сайте Йельского университета, который мы упоминали раньше (<http://classes.yale.edu/fractals/Panorama/welcome.html>). Конечно, ни в одном из перечисленных примеров фрактальную геометрию не применяли осознанно. Но они подтверждают, что эта математическая дисциплина точно описывает некоторые фундаментальные принципы мышления и действий человека: использование иерархии, повторения и изменения масштаба. А после того, как я разработал для фракталов математический аппарат, их начали использовать целенаправленно. Ниже приведен ряд примеров фракталов (рис. 7.1–7.11). Композитор Дьердь Лигети, среди прочих, экспериментировал с фрактальной музыкой. О своем увлечении рассказал в интервью телеканалу *Discovery* в 1999 году.

Фракталы — это структуры, проявляющиеся на многих уровнях. Данную концепцию можно применять к любому музыкальному параметру. Когда в моем воображении возникает музыкальная тема, я создаю мелодические фракталы, в которых высота тона используется для определения мелодической формы на нескольких уровнях, в пространстве и времени. Я создаю ритмические фракталы, в которых группа звуков, ассоциирующихся с мотивом, растягивается, сжимается и, может быть, накладывается



на другую. Я также использую фракталы громкости, когда характерная громкость звука, его внешняя форма, обнаруживается в различные моменты времени. Даже из формы музыкального произведения я делаю фракталы, и из инструментовки, плотности и диапазона звучания и так далее. Только что я рассказал о различных параметрах музыки по отдельности, но в реальном музыкальном произведении они скомбинированы в единое целое, поэтому можно говорить о фрактале фракталов.

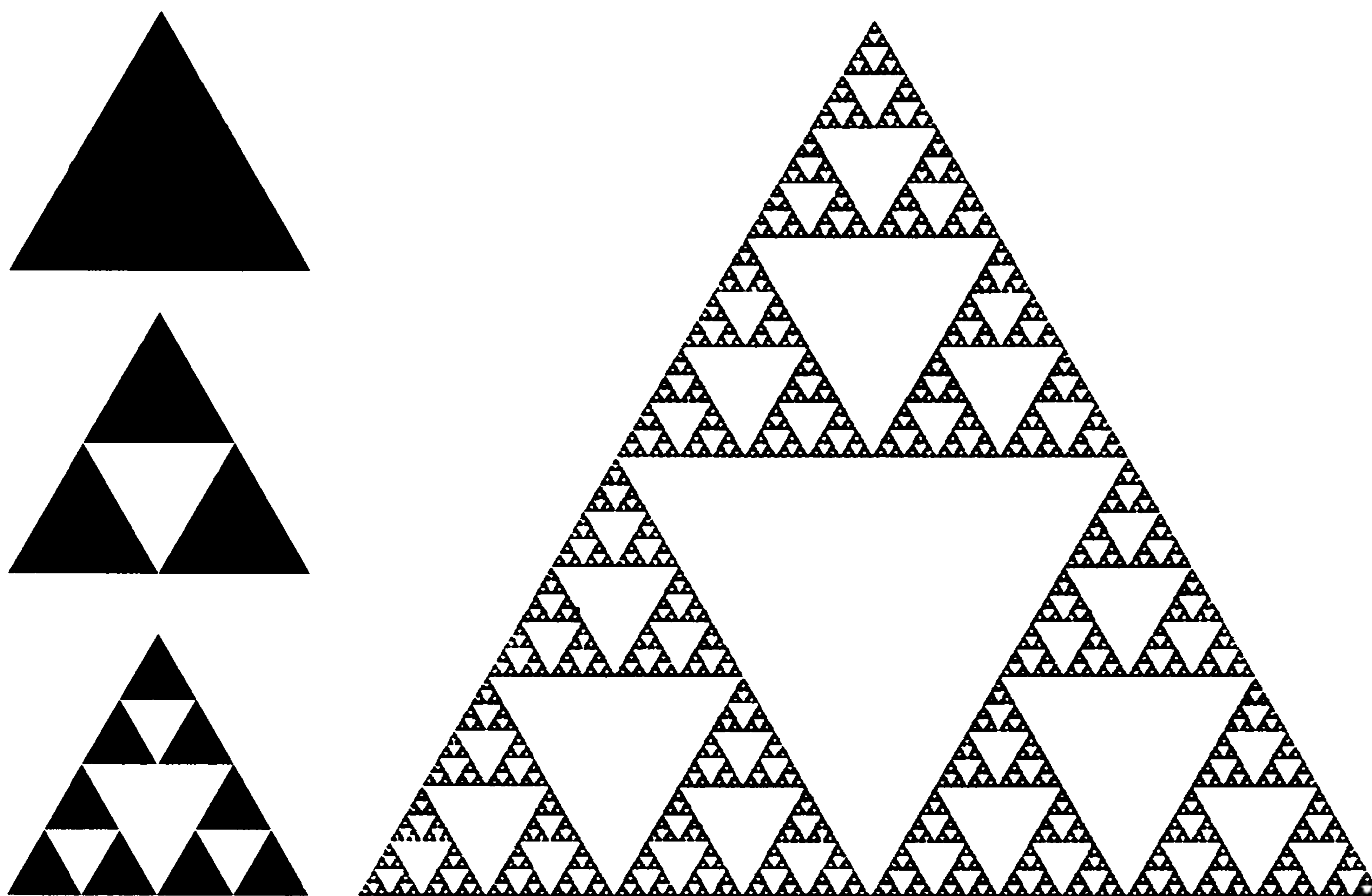


Рис. 7.1. Салфетка Серпинского

Польский математик Вацлав Серпинский столетие назад в числе прочих изучал некоторые необычные формы, причудливые конструкции, в которых бесконечно длинные кривые умещаются в конечных квадратах. Его интерес к этим конструкциям был чисто теоретическим: ему хотелось опровергнуть некоторые привычные, но ложные представления математиков. Обнаружил он эти конструкции случайно, возможно, в декоративных орнаментах. Когда я начал свои независимые исследования фракталов, то тоже наткнулся на этот орнамент. Благодаря мне он стал широко известен; я же дал ему и название — салфетка Серпинского.

Начинается конструкция с базовой формы, инициатора; в данном случае это черный треугольник в верхней левой части рисунка. Ниже изображен генератор, или образующая, — шаблон для построения фрактала. В нашем примере генератор представляет собой исходный треугольник, сначала ужатый вдвое по высоте и ширине, а затем “клонированный” трижды так, чтобы заполнить исходный черный треугольник. Третий рисунок в левом столбце представляет собой инструкцию для построения всей картины. Нужно заменять каждый сплошной треугольник соответствующим образом уменьшенной копией генератора. Если



повторять процесс достаточно долго, каждый раз переходя к все меньшему масштабу, получим кружевную и воздушную салфетку Серпинского (правый рисунок).

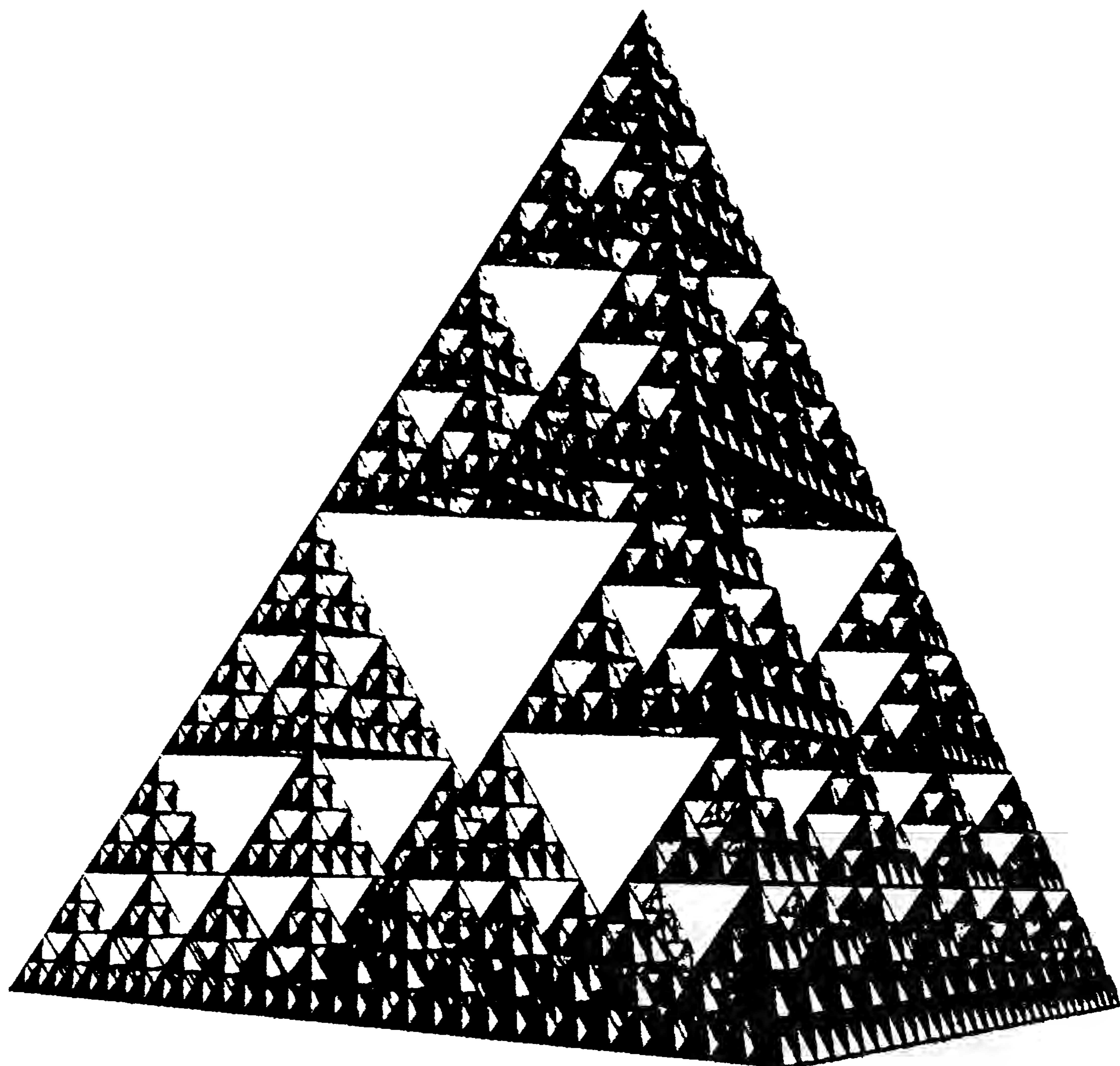


Рис. 7.2. Фрактальная скошенная паутина

Фракталы могут иметь любое количество известных измерений — одно, два, даже три. Данный фрактал (изображен в перспективе) начинается почти так же, как салфетка Серпинского. Но вместо треугольников использованы многоярусные тетраэдры или пирамиды. Эйфель в конструкции своей знаменитой башни в Париже расположил стропильные фермы по фрактальной схеме, как бы мы назвали это сегодня. Такая конструкция при наименьшем расходе металла обладает наибольшей прочностью.

Рис. 7.1 и 7.2 иллюстрируют *самоподобность* — свойство, присущее многим простейшим фракталам. На любом уровне каждый элемент диаграммы подобен по форме элементу на более высоком или более низком уровне; все элементы *подобны* друг другу, потому что имеют одну и ту же, без деформаций, форму, а отличаются только размерами. Однако в финансах требуются фракталы другого класса, так называемые *самоаффинные* (родственные себе) — у них изменение по горизонтали происходит быстрее, чем по вертикали. В более общем случае части фракталов могут систематически поворачиваться, изгибаться или испытывать другие деформации.



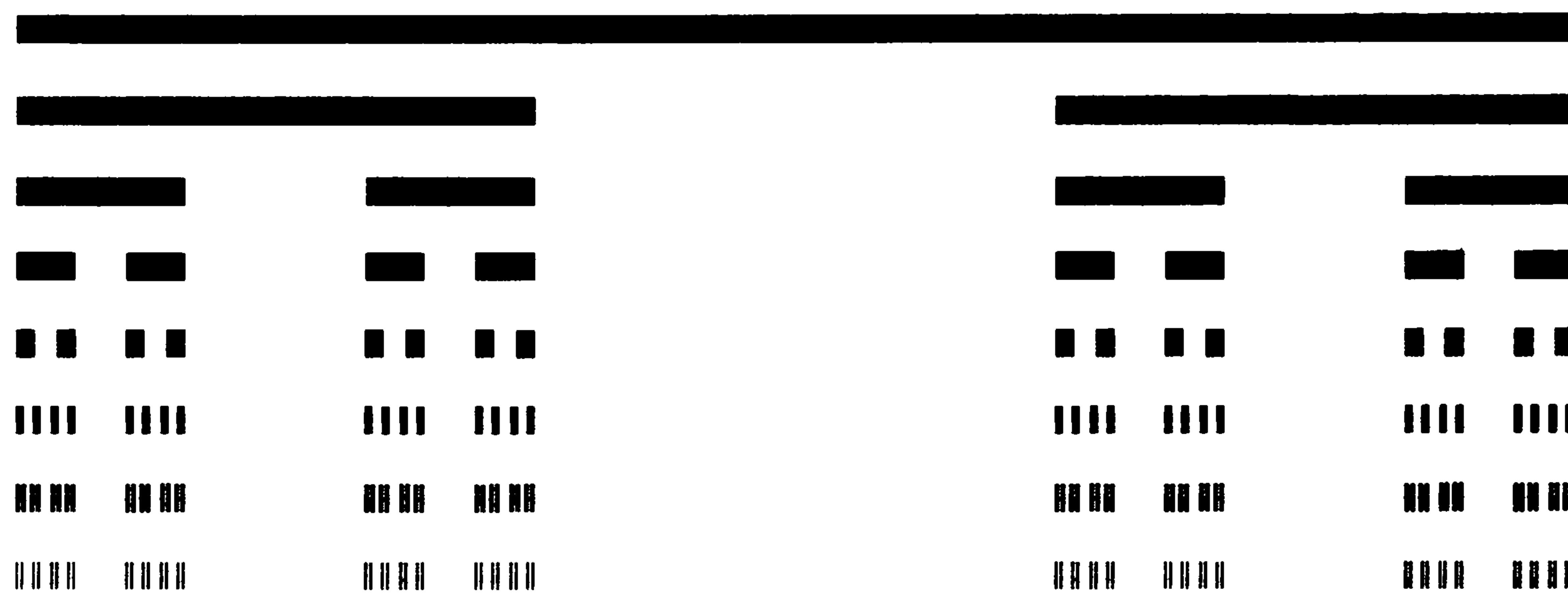


Рис. 7.3. Пыль Кантора

Это один из самых старых фракталов, названный по имени Георга Кантора, русско-немецкого ученого XIX столетия, в корне изменившего представления математиков о бесконечности, группах и многих других основных идеях, которые прежде считались само собой разумеющимися. Пыль Кантора — один из его типичных парадоксов. Этот фрактал начинается с простой линии: прямой, сплошной и одномерной (на рисунке для удобства линия изображена в виде толстой полосы, однако мы считаем ее одномерной). Генератором выступает такая же линия, в которой удалена средняя треть. Правило: заменять постоянно уменьшающиеся отрезки генератором. Если процесс продолжать бесконечно, то придем к совершенно неожиданному результату. Нигде не останется ни малейшего отрезка исходной линии. Мы получим всего лишь россыпь неравноудаленных друг от друга точек. Я называю этот процесс *фрактальным створаживанием*, поскольку он напоминает разделение цельного молока на комочки творога и сыворотку.

Кантор полагал, что удаляется от Природы, но, она, кажется, благоволит к его конструкциям. Кольца Сатурна — это набор концентрических и пропускающих солнечный свет овалов, очень близких к идеальной окружности. Они расположены на неравных расстояниях друг от друга, как будто конструкцией “пыль Кантора”, как гребнем со сломанными зубьями, провели по широкой окружности с центром в ядре Сатурна. Пыль с этого гребня осыпалась и заполнила образовавшиеся борозды. Еще пример. На Земле ученые обнаружили, что спектр (или энергетические “отпечатки пальцев” некоторых органических химикатов) напоминает “пыль Кантора”.



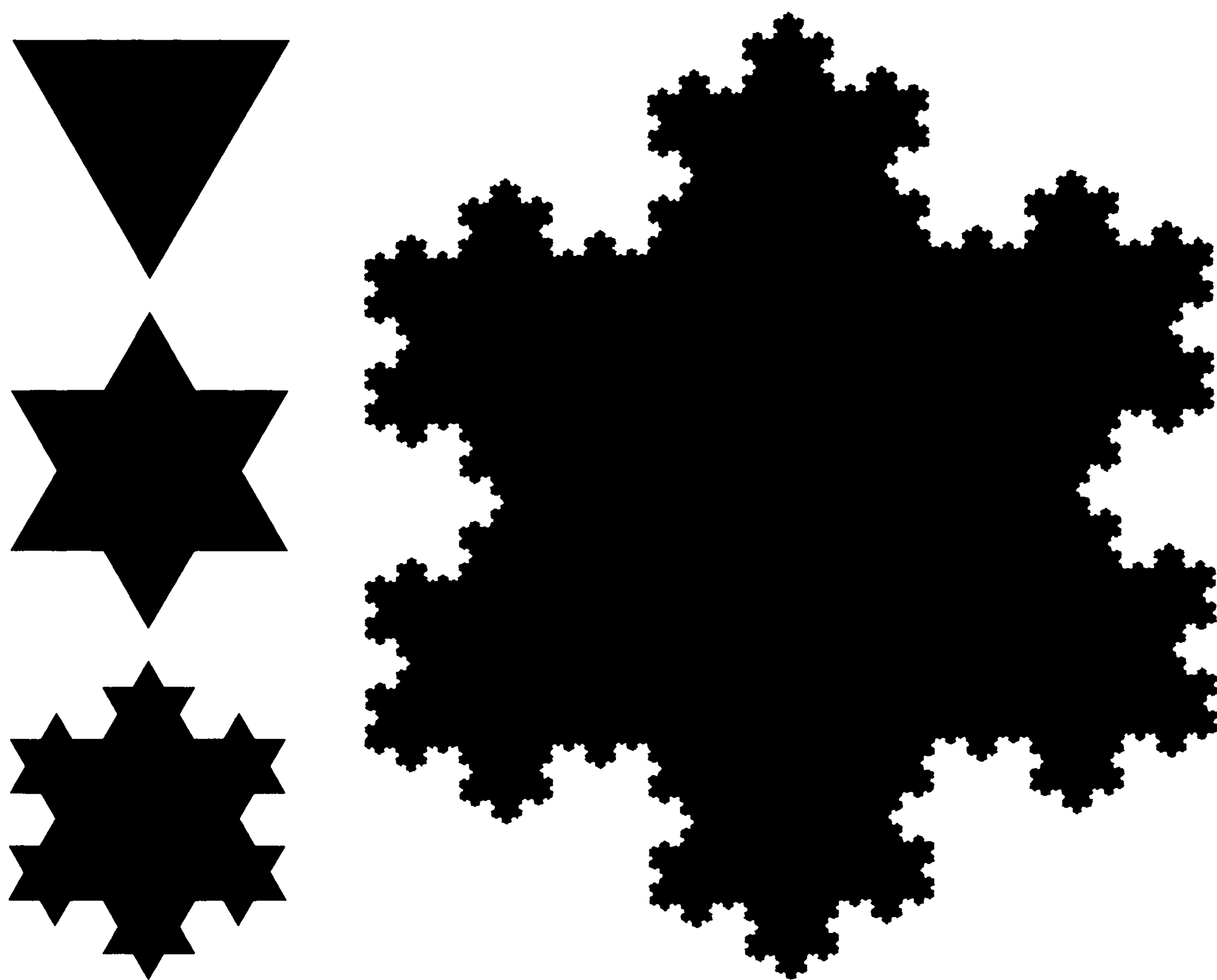


Рис. 7.4. Кривая Кох

В 1905 году шведский математик Хельга фон Кох описала конструкцию, напоминающую снежинку симметричной формы с зазубренными краями. Как и в случаях с пылью Кантора и салфеткой Серпинского, фон Кох хотела поставить под сомнение общепринятые математические понятия. Контурная линия этой снежинки поистине чудовищна: она сплошная, но в то же время бесконечной длины; на всем ее протяжении не существует ни единой точки, через которую можно было бы провести касательную. Такая математическая анархия раздражала многих современников фон Кох, продолжавших верить в идеалы непрерывности и порядка. Французский математик Шарль Эрмит в 1893 году писал, что он “в страхе и ужасе отворачивается от этих чумных функций, не имеющих производных”.

Собственно кривая фон Кох — это одна треть снежинки. Подобно пыли Кантора, кривая фон Кох начинается с прямой линии, которая на нашем рисунке выступает горизонтальной стороной верхнего черного треугольника. Но теперь мы не удаляем среднюю треть, а поднимаем ее вверх, образуя треугольный навес над серединой линии. Как видно из последующих рисунков, мы каждый раз заменяем все более короткие отрезки ломаной линии все меньшими версиями треугольного навеса (генератора). И вскоре возникает парадокс. При каждом повторении процесса появляется все больше навесов, из-за чего короткая прямая линия превращается в ломаную кривую, длиннее оригинала в соотношении  $4/3$ . Длина этой кривой растет все больше и больше.



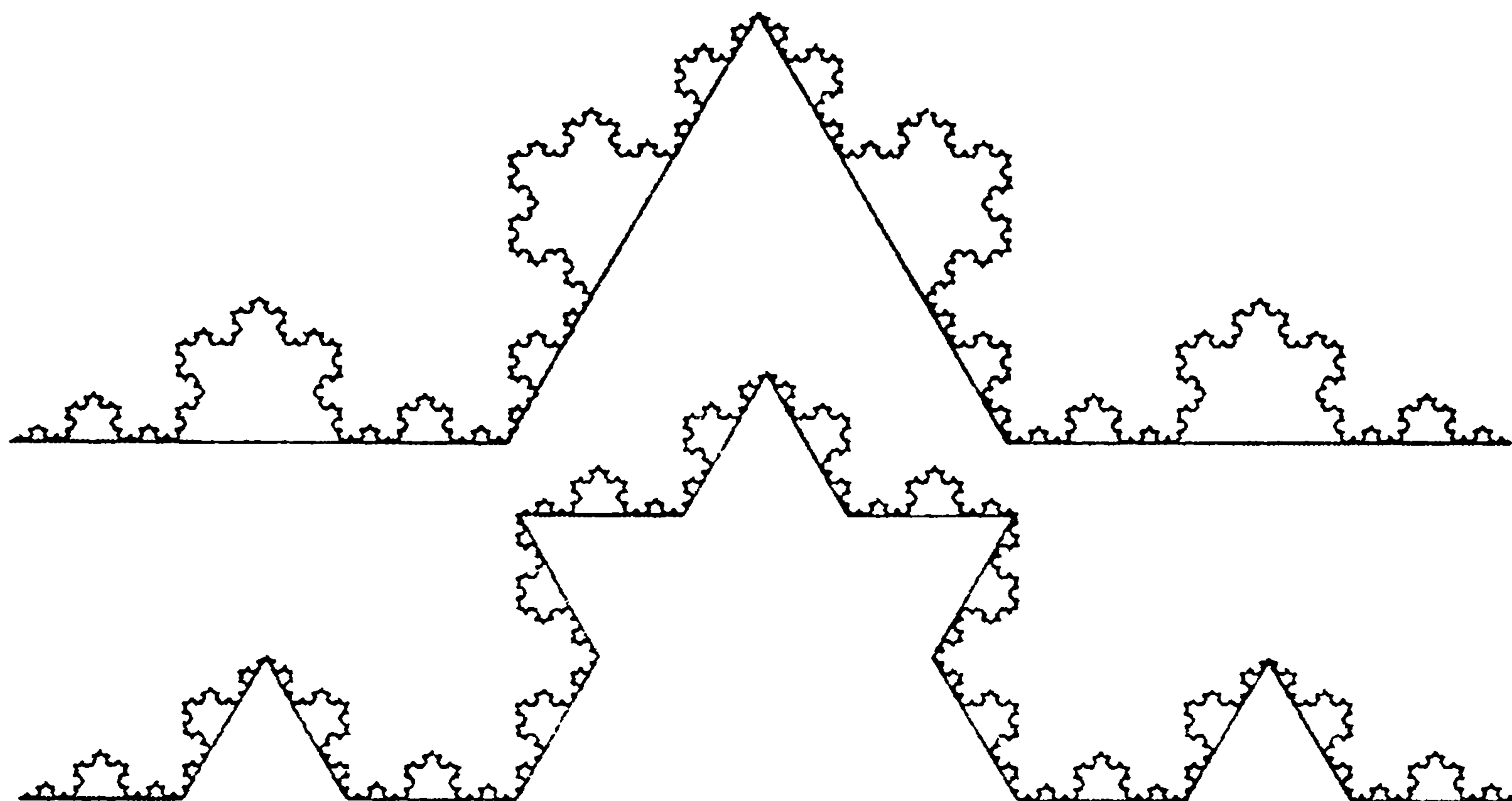
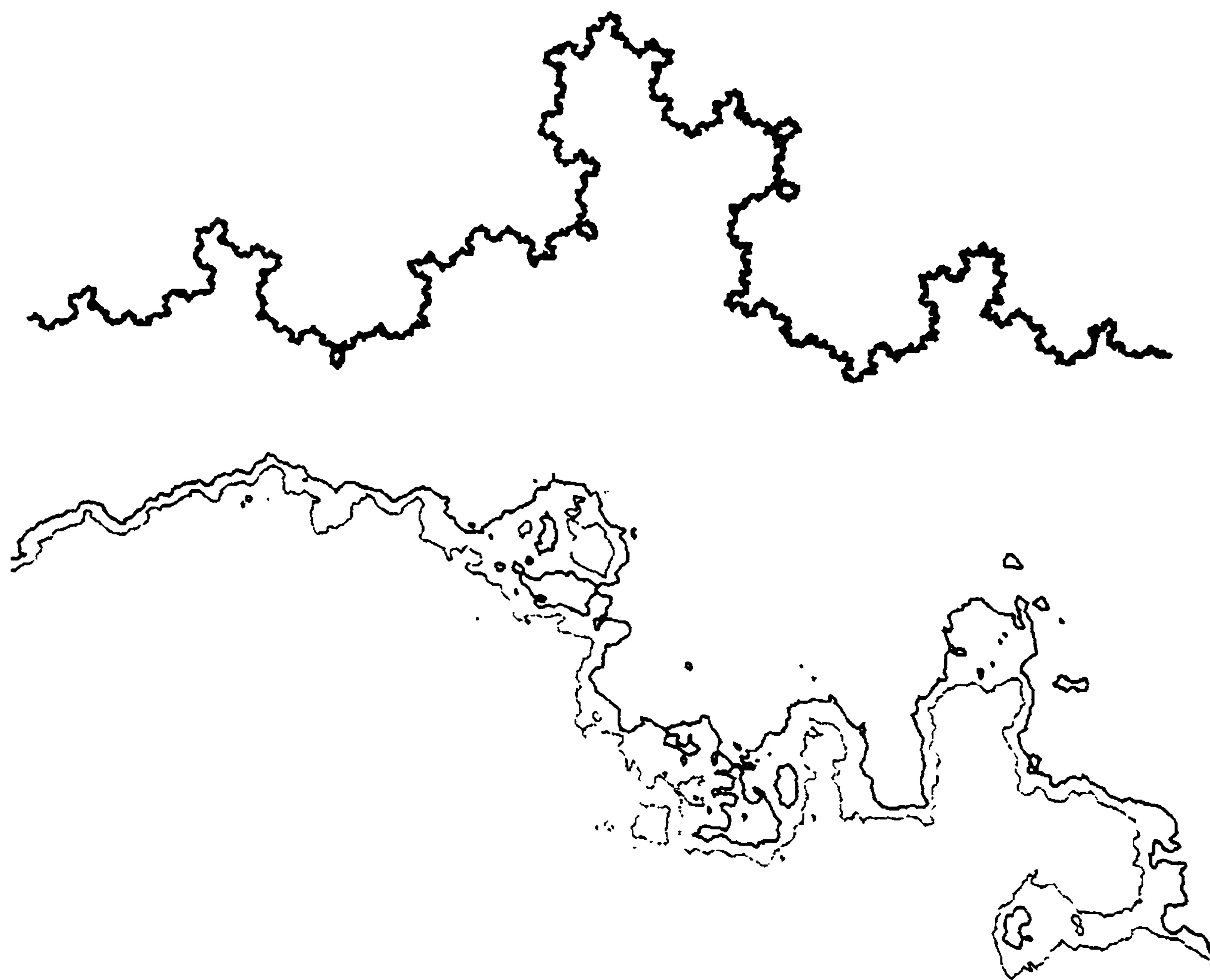


Рис. 7.5. Фрактальное измерение

Измерение является одной из самых значительных концепций фрактальной геометрии. Это количественная мера “неровности” объекта. Нам известно одно измерение прямой линии, два измерения плоскости, но что же собой представляет дробное измерение, промежуточное между двумя названными?

Попробуем измерить длину кривой фон Кох (верхнее изображение). Начнем с линейки длиной в одну треть ширины объекта. Она уместается внутри кривой фон Кох четыре раза (получилась четырехзвенная ломаная линия на верхнем изображении). Теперь укорачиваем нашу линейку на одну треть (нижнее изображение). Поскольку теперь линейка может уместиться в ранее недоступных углублениях кривой фон Кох (как видно, получилась 16-звенная ломаная), длина кривой оказывается больше предыдущего значения, причем в  $4/3$  раза. Продолжим укорачивать линейку и измерять ею длину кривой фон Кох. На каждом шаге измеренная длина оказывается в  $4/3$  раза больше предыдущего значения. Фрактальное измерение определяем как отношение логарифма 4 к логарифму 3 ( $\log 4 / \log 3$ ), что равно 1,2618... Интуитивно мы понимаем, что такое число имеет смысл. Кривая извилиста, поэтому она заполняет больше пространства, чем одномерная прямая линия, но в то же время она не заполняет полностью двумерную плоскость [48]. Поэтому фрактальное измерение больше 1, но меньше 2.





**Рис. 7.6. Фрактальные кривые с элементом случайности**

До сих пор все фракталы в галерее были правильными; это значит, что если мы знаем правило построения фракталов, то получаются точно воспроизводящие сами себя конструкции, а результат процесса предсказуем. Однако такие конструкции можно рассматривать лишь как аперитив перед основным блюдом. Поэтому я предпочитаю называть их карикатурами. Мы усложним процесс, если добавим к нему элемент случайности; теперь полученные конструкции будут больше походить на творения Природы, чем на дело рук человеческих.

Верхнее изображение — это уже знакомая нам кривая Коха, но с элементом случайности. Начинается она с тех же инициатора и генератора, что и прежде. Но если при построении макетной кривой всё меньшие генераторы на каждом шаге встраивались одним и тем же образом (в виде навеса над средней частью отрезка), то теперь мы бросанием монеты определяем, куда будет направлен наш навес — вверх или вниз (как “подвал” под средней частью отрезка). Результат выглядит неправильнее, но зато естественнее. На самом деле, кривая Коха теперь похожа на береговую линию. Нижняя диаграмма, при построении которой использовался более сложный компьютерный фрактальный процесс, уже поразительно похожа на природный объект — на фрагмент реальной морской карты.





Рис. 7.7. Фрактальная пыль с элементом случайности

Эти диаграммы иллюстрируют еще одну сторону случайности. Нерешенной задачей космологии до сих пор остается полное описание и объяснение беспорядочного распределения звезд и галактик



в пространстве. Конечно, известно, что звезды, как и галактики, объединяются в группы под действием силы гравитации. Но почему они сегодня занимают в космосе именно эти места, неизвестно. Я предложил фрактальный сценарий. Первым изображен случайный фрактал, полученный по методу фрактального створаживания. Следует начать с большого квадрата, затем разделить его на 125 меньших квадратов, а из них случайным образом выбрать некоторое количество, которое надлежит затемнить. После множества итераций (повторений процесса) получим россыпь черных точек (второе изображение), которая напоминает астроному изображение кластеров галактик.

Если иметь только второе изображение, то сразу и не обнаружишь, что это результат фрактального рекуррентного процесса. Однако с помощью компьютерного анализа это удалось бы. Такова сила совместной работы фракталов и случая: простые правила приводят к сложным конструкциям, а сложные конструкции указывают на простые правила.



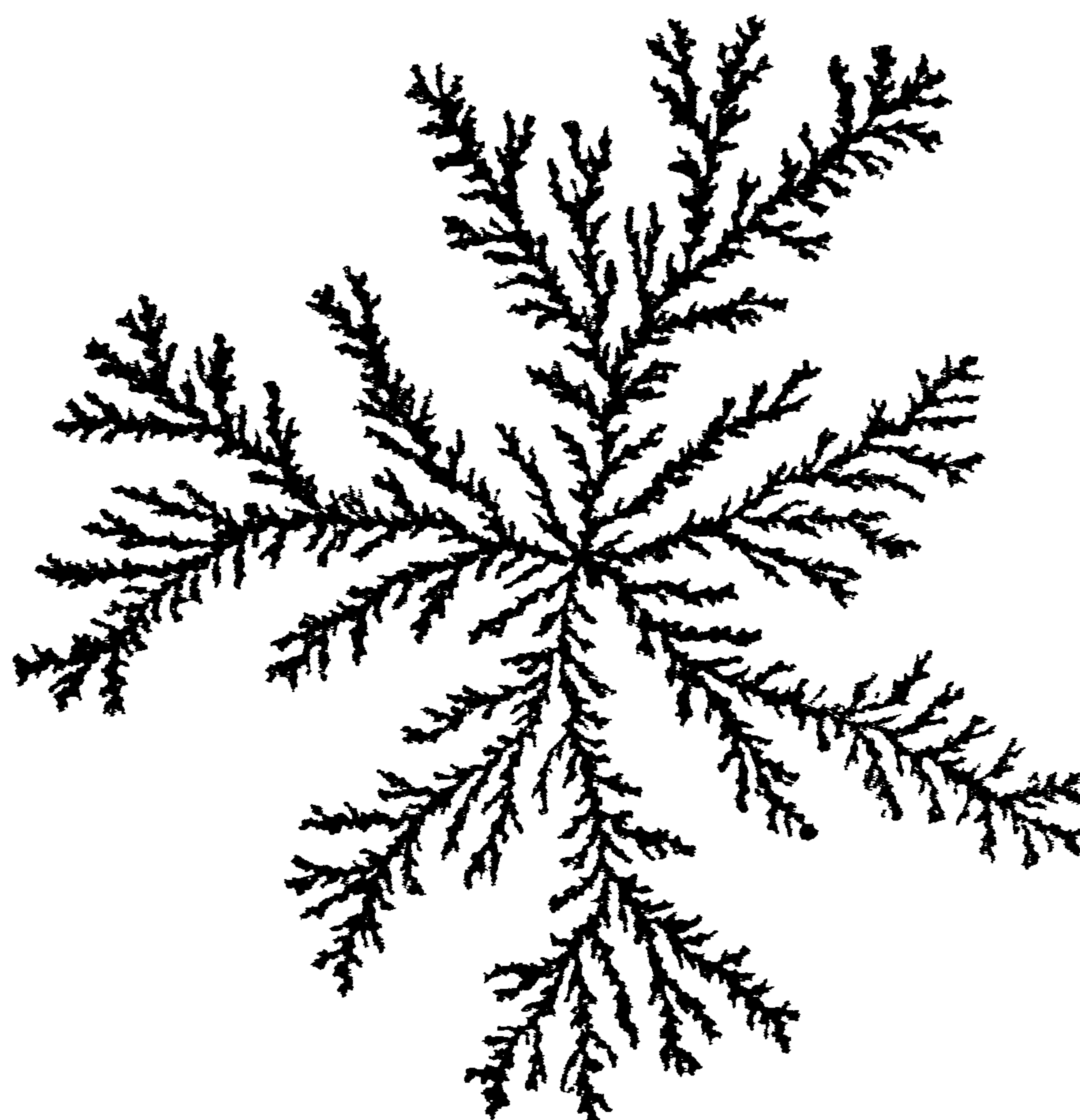


Рис. 7.8. Фракталы в физическом мире

Облака и растение. Добавив случайные процессы, мы начинаем замечать “руку Природы”. Фрактал на верхнем изображении создан компьютером: это абсолютно искусственное облачное небо, которое, тем не менее, не отличишь от настоящего. Нижнее изображение демонстрирует фрактальный рост, начавшийся с “семени” в центре. В ходе случайного фрактального процесса к семени на каждом шаге добавляются новые частицы; структуры, похожие на усики и ветки, постепенно образуют структуру, названную диффузионно-ограниченной совокупностью (английская аббревиатура — DLA) — один из самых удивительных, повсеместных и сложных объектов статистической физики.



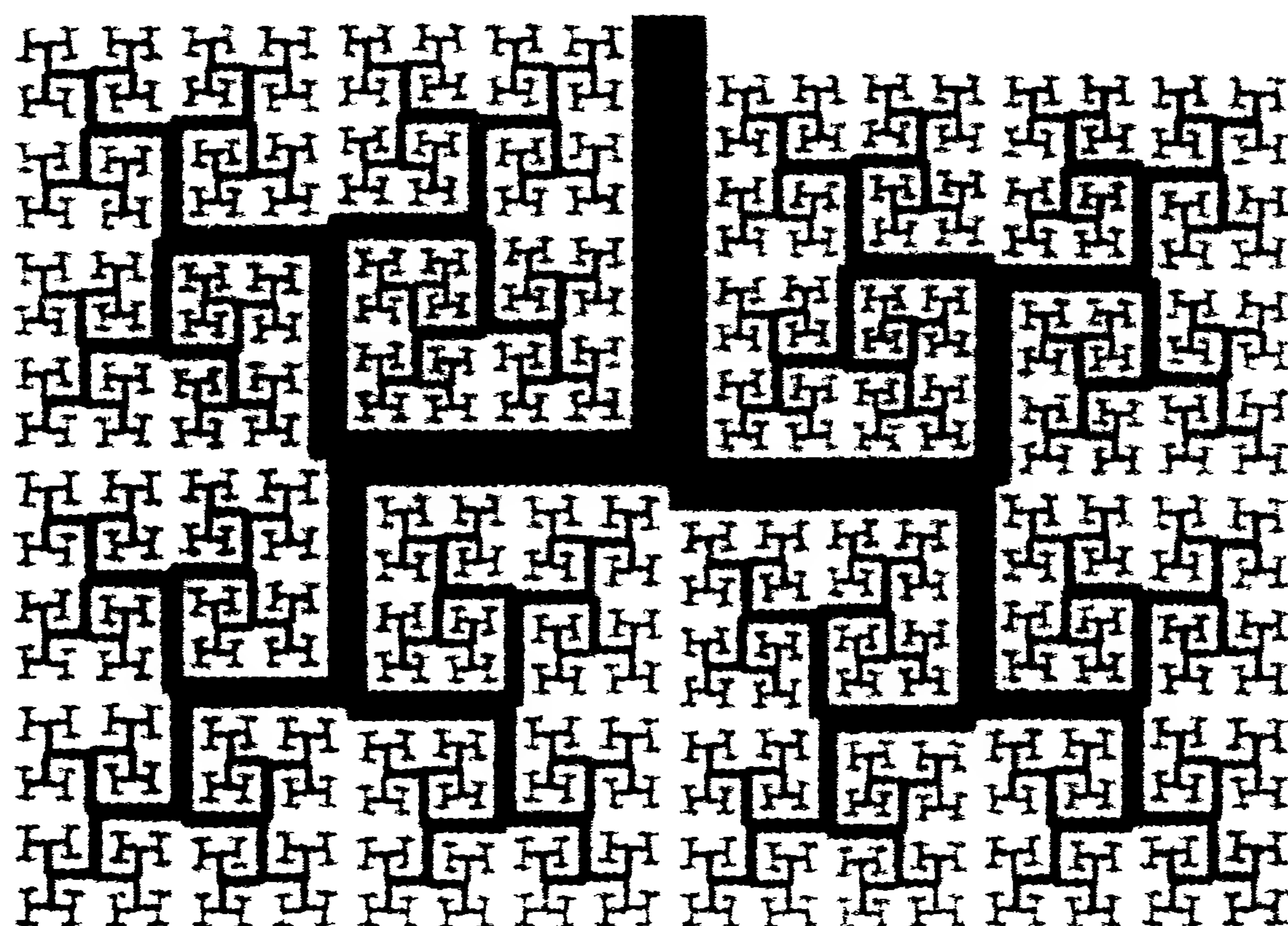


Рис. 7.9. Фракталы внутри нас

Первой изображена созданная компьютером фрактальная карикатура. В качестве генератора использована неправильная ветвящаяся структура. Ниже (Weibel 1963) — естественный прототип искусственного фрактала, а именно сложное ветвление бронхов человека. В процессе развития человеческого зародыша легкие формируются поэтапно: бронхиальные трубы разветвляются; эти ветви снова разветвляются; и так далее от крупных труб до самых мелких — всего приблизительно двадцать с лишним уровней, что подтверждается анатомическими исследованиями. Результатом внутриутробного развития становится фрактальная объемная губка легочной ткани, изогнутые, ветвящиеся дыхательные пути которой поставляют кислород в точно отмеренном количестве и с необходимой скоростью к миллионам крошечных воздушных полостей.





Рис. 7.10. Фракталы в обществе

Экономика, антропология, история, музыковедение, архитектура — список социальных и гуманитарных наук, в которых обнаружались фракталы, достаточно длинный. На фотографии, хранящейся в архивах Американского географического института, изображен вид с воздуха поселений на юге Замбии. Это огороженное место для домашнего скота. Оградой служат жилища, расположенные вплотную друг к другу и образующие кольцо. Чем больше жилище, тем более высокое положение в племени занимает данная семья; в центре находится дом вождя. А в каждом жилище имеется домашний алтарь. Взятые из *Eglish 1999* диаграммы наглядно подтверждают, что африканская деревня организована по фрактальной иерархии.



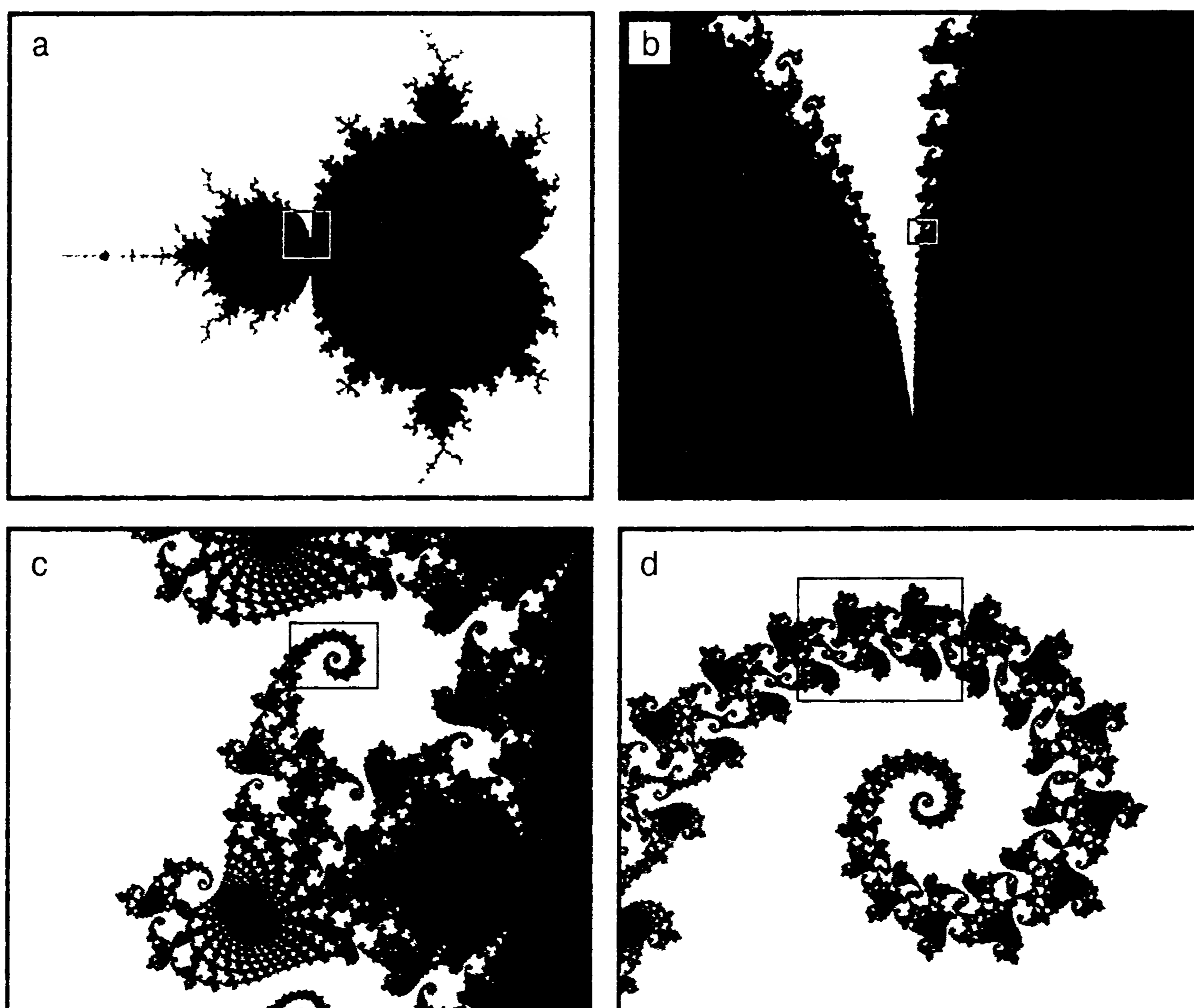


Рис. 7.11. Хаос и множество Мандельброта

В заключение нашего графического очерка приведем, пожалуй, самый известный пример. Это математическая химера, которую мои коллеги называли моим именем. С тех пор, как я открыл ее более 20 лет назад, она стала предметом бесчисленного количества математических исследований. Ее воспроизвели на миллионах теннисок, открыток, книжных суперобложек и экранных заставок персональных компьютеров. Читателей, желающих больше узнать об этом фрактале, я отсылаю к моей книге *Mandelbrot 2004a*.

Множество Мандельброта иллюстрирует глубокие связи между фрактальной геометрией и теорией хаоса. Здесь использована крайне простая математическая петля обратной связи, дающая, тем не менее, удивительно разнообразные и сложные результаты. Рассматривая любой элемент этого фрактала с большим увеличением, как будто под микроскопом, убеждаемся, что, вопреки ожиданиям, мы не переходим к более простой структуре. При каждом уровне увеличения “нормальные фракталы” остаются одинаково сложными. Но фракталы множества Мандельброта усложняются безгранично. Благодаря ошеломляющей комбинации простого и сложного множество Мандельброта стало математическим Эверестом, а два математика, так и не взойшедшие на вершину, но поднявшиеся достаточно высоко по одному из ее склонов, получили за свои старания медали Филдса, которые иногда называют математическим эквивалентом Нобелевской премии [49].



## ГЛАВА 8

# Хлопковое дело

Моменты открытия — моменты “эврики”, когда ученый выскакивает из ванны под впечатлением только что пришедшего ему в голову нового закона физики, — редки. Чаще открытия представляют собой долгий, мучительный путь, вдоль которого стоят указатели не с ответами, а с вопросами. Конечно, мои главные открытия нередко начинались с какой-нибудь загадки, причем загадки особого рода, интеллектуального тупика, возникшего из-за противоречия между традиционной теорией науки и новыми данными. Так произошло с одной из центральных загадок финансов [50].

Шел 1961 год. Я уже несколько лет работал в главной лаборатории IBM, расположенной недалеко от Манхэттена, если двигаться вверх по течению Гудзона. Это было удивительное место для ученого. Компания как раз занималась техническим перевооружением, чтобы сменить свой статус производителя механических табулирующих счетных машин на пионера электронно-вычислительных машин, или компьютеров. Для решения этой задачи создали большую лабораторию и набрали штат сотрудников; некоторые из них были блестящими чудаками-интеллектуалами, и им позволили заниматься любыми, самыми невероятными, темами на собственное усмотрение. Отдельные темы были явно связаны с компьютерами, но многие — нет. Недавно переехав в США из Франции, я работал над новой областью применения компьютеров — в экономике. Я изучал горы компьютеризованных данных, анализировал распределение дохода в обществе и старался найти количественные соотношения богатых и бедных, сверхбогатых и очень



богатых. Моя работа заинтересовала нескольких экономистов за пределами компании, поэтому в один прекрасный день меня пригласили в Гарвард прочитать лекцию.

В Гарварде меня ожидал сюрприз. На классной доске в кабинете профессора Хендрика Хаутеккера, от которого и поступило приглашение, я увидел диаграмму. Она была своеобразной выпуклой формы — похожа на латинскую букву V, опрокинутую набок острым концом влево. Меня удивило, что по форме она напоминает диаграмму распределения доходов, которую я собирался продемонстрировать на своей лекции. Каким образом, спросил я профессора Хаутеккера, у него на доске появилась моя диаграмма?

Он посмотрел на меня с недоумением: “О чем вы говорите? Я даже приблизительно не представляю, о чем вы собираетесь читать лекцию”. Оказалось, что его диаграмма относилась не к доходам, а к ценам на хлопок. Перед моим приходом он занимался с одним своим студентом и просто не успел вытереть доску.

Его ответ еще больше озадачил меня. Почему диаграмма распределения в обществе богатых и бедных похожа на диаграмму колебаний цен на хлопок? Может быть, это всего лишь чистое совпадение? Меня поразила общая для обеих диаграмм выпуклость. Не означает ли она некоторую глубинную связь между двумя диаграммами, какую-то необычную истину? Я выяснил, что Хаутеккер изучал цены на хлопок в течение уже довольно продолжительного времени, но ни к какому результату не пришел. Обычные экономисты к тому времени уже повторно открыли гипотезу Башелье о том, что колебания цен как бы управляются подбрасыванием монеты. И в поисках доказательств уже начали перелопачивать накопившиеся массивы данных об изменениях цен. Однако в то время надежной и собранной за длительный период информации о ценах на товары и ценные бумаги было не так уж много; за исключением цен на хлопок. На протяжении более ста лет этот важный товар доставляли с плантаций сельскохозяйственного Юга на мрачные фабрики промышленного Севера, и все это время Нью-йоркская хлопковая биржа вела строгий ежедневный учет цен на хлопок. Практически вся торговля между штатами сосредоточилась на одной бирже. Это был огромный, ликвидный рынок, оснащенный всем необходимым для учета. О таких собранных за долгие годы точных, централизованных ценовых данных



мечтал бы любой экономист. Но для Хаутеккера они стали кошмаром. Как бы он ни орудовал над цифрами, ему не удавалось вогнать их в модель Башелье. Мешало слишком большое количество крупных скачков и падений цен. А стандартная мера величины колебаний — неустойчивость (или стандартное отклонение) — тоже не оставалась неизменной во времени. В какие-то годы цены были стабильными, в другие регистрировались сильнейшие колебания. И ни одним статистическим инструментом Хаутеккеру не удавалось справиться с этой неразберихой.

“С меня хватит, — сказал он мне. — Я сделал все возможное, чтобы найти смысл в этих хлопковых ценах. Пытаюсь измерить неустойчивость, а она все время меняется. Все меняется. Нет ничего постоянного. Страшная путаница”. Мы немедленно договорились с ним, что я возьмусь за хлопковые цены. Хаутеккер передал мне несколько картонных ящиков с компьютерными перфокартами, на которые перенесли всю информацию по ценам, и пожелал удачи.

Вернувшись в Нью-Йорк, я выпросил для себя в компьютерном центре IBM программиста. Мой план был такой: используя графическую подсказку, которую я увидел на классной доске в Гарварде, проанализировать на компьютере хлопковые цены так же, как я анализировал данные о личных доходах. Сколько было крупных ценовых скачков, сколько небольших; сколько зарегистрировано крупных доходов, сколько небольших. Ждать результатов предстояло довольно долго, учитывая, что в очереди на машинное время в вычислительном центре компании я находился в самом хвосте. Поэтому я еще успел съездить на пригородном поезде на Манхэттен, где тогда располагалось Национальное бюро экономических исследований. В их библиотеке нашлось много покрытых пылью книг, заполненных таблицами с финансовыми данными, — настоящее сокровище по меркам 1961 года, хотя и скудный трофей по стандартам перенасыщенного информацией сегодняшнего дня. Позднее мне потребовались дополнительные данные о ценах на хлопок, и я письменно запросил их в Министерстве сельского хозяйства США в Вашингтоне. Взял у них все, что было, до последней цифры. Я свел все полученные данные воедино и получил своеобразную энциклопедию хлопковых цен более чем за столетний период в разбивке по дням, неделям, месяцам и годам. А компьютеры помогали искать закономерности.



Найденное оказалось чрезвычайно интересным. Статья 1963 года “Колебания определенных спекулятивных цен”, в которой описана моя работа, стала одной из самых часто цитируемых в экономической литературе. Она породила бурные споры. В ней изложена моя теория о первом из двух фундаментальных аспектов поведения финансовых цен; как будет показано ниже, последующие исследования углубили ее. Но извилисты путь, которым я пришел к этим открытиям, уже сам стал частью истории фрактальных финансов. Для решения хлопковой загадки потребовалось свести воедино по меньшей мере три теоретических направления: степенные (экспоненциальные) законы, распределение личных доходов и на то время казавшаяся совершенно другой вселенной — математику устойчивых распределений. В следующих главах мы покажем, что вторая загадка, о разливах реки Нил, привела к открытию, связанному с другим фундаментальным аспектом финансов. После первой попытки 1972 года я в конце 1990-х наконец-то объединил все три разных ключа в одно всестороннее решение загадки финансовой теории.

Однако, подобно всем хорошим детективным историям, эта тоже началась с самой мелкой подсказки, ключа, который большинство исследователей игнорировали. В действительности, его в свое время просто выбросили, причем буквально.

## Ключ № 1. Неожиданный степенной закон

В 1950 году я был молодым студентом-математиком Парижского университета, подыскивавшим тему для своей диссертации. Мой дядя Золе являл собою местный хрестоматийный образец профессора математики: глубокий теоретик, очень консервативный и, несмотря на то, что родился в Польше, столп французского научного сообщества. Уже в 31-летнем возрасте его избрали профессором на полной ставке престижного Французского колледжа.

То была эра Николя Бурбаки; за этим собирательным псевдонимом скрывался математический “клуб”, который, подобно Дада в искусстве или экзистенциализму в литературе, распространился из Франции и стал на некоторое время чрезвычайно влиятельным на мировой сцене. Абстракция и чистая математика, математика ради математики, были возведены в ранг



культы; члены “клуба” презирали прагматизм, прикладную математику и даже математику как инструмент науки. Такой подход был для французских математиков догмой, а для меня, пожалуй, причиной уехать из Франции и поступить на работу в IBM. Я был, к ужасу моего дяди, молодым бунтарем. Работая над своей докторской диссертацией, я часто в конце дня заходил к нему в кабинет поболтать, и нередко эти разговоры перерастали в дискуссию. Однажды, пытаясь как-то скрасить предстоящую долгую и скучную поездку на метро домой, я попросил у него в дорогу что-нибудь почитать. Он сунул руку в мусорную корзину и извлек оттуда несколько скомканных листков бумаги.

— Вот, возьми, — буркнул дядя. — Глупейшая статья, из тех, какие ты любишь.

То был обзор книги социолога Джорджа Кингсли Ципфа. Ципф, достаточно богатый человек, чтобы не думать о куске хлеба насущного, читал в Гарвардском университете лекции по им же придуманной дисциплине, которую он назвал статистической человеческой экологией. В его книге *Human Behavior and the Principle of Least Effort* (Поведение человека и принцип наименьших усилий) степенные законы рассматривались как вездесущие структуры общественных наук. В физике степенные законы вполне обычны и выступают формой того, что я ныне называю фрактальным самоповторением в масштабе. У сейсмологов есть математическая формула степенной зависимости количества землетрясений от их силы по знаменитой шкале Рихтера. Или, другими словами: слабые землетрясения обычны, тогда как сильные редки, а частота и сила землетрясений связаны точной формулой. В то время было немногих таких примеров, да и известны они были всего нескольким людям. Ципф, энциклопедист, был одержим навязчивой идеей, будто степенные законы действуют не только в физических науках; им подчиняются все проявления поведения, организации и анатомии человека — даже размеры половых органов.

К счастью, обзор книги, который мне дал дядя, ограничивался только одним необычно изящным примером: частотой слов. В тексте или речи некоторые слова, такие как английские *the* (определенный артикль) или *this* (“это”), встречаются часто; другие, *milreis* или *tomus*, появляются редко или вообще никогда (для самых любознательных: первое означает древнюю



португальскую монету, второе — синоним слова “критик”). Ципф предложил следующее упражнение: взять любой текст и посчитать, сколько раз в нем появляется каждое слово. Затем присвоить каждому слову ранг: 1 — для самых часто употребляемых слов, 2 — для занимающих второе место по частоте появления и т. д. Наконец, построить график, на котором для каждого ранга указать количество появлений этого слова. Мы получим удивительный рисунок. Кривая не убывает равномерно от самого обычного слова в данном тексте к самому редкому. Сначала она обрушивается с головокружительной быстротой, после чего начинает убывать медленнее, повторяя траекторию лыжника, прыгнувшего с трамплина, а затем приземлившегося и спускающегося по относительно пологому склону заснеженной горы. Образец классической неравномерной шкалы. Ципф, подогнав под свои диаграммы кривую, придумал для нее формулу [51].

Я был ошеломлен. К концу моей долгой поездки на метро я уже имел тему для половины моей докторской диссертации. Я точно знал, как объяснить математические основания частотного распределения слов, чего Ципф, не будучи математиком, сделать не смог бы. В последующие месяцы меня ждали удивительные открытия. Используя упомянутое уравнение, можно создать мощный инструмент социальных исследований. Улучшенный вариант формулы Ципфа позволял количественно оценить и ранжировать богатство словарного запаса любого человека: высокое значение — богатый лексикон; низкое значение — бедный. Имея такую шкалу, можно измерять различия по словарному запасу между текстами или говорящими. Появляется возможность количественно оценить эрудицию. Правда, мои друзья и консультанты были в ужасе от моей решимости заняться этой странной темой. Ципф, говорили они мне, человек с причудами. Мне показали его книгу, и я согласился, что она отвратительна. Подсчет слов — это не настоящая математика, убеждали меня. Занявшись этой темой, я никогда не найду хорошую работу; и профессором стать мне тоже будет нелегко.

Но я оставался глух к мудрым советам. Мало того, я написал диссертацию вообще без консультантов и даже уговорил одного из университетских бюрократов заверить ее печатью. Я был исполнен решимости пройти избранный путь до конца и применить идеи Ципфа в экономике, ведь не только речь можно свести к степенному закону. Богаты мы или бедны



процветаем или голодаем — все это тоже казалось мне объектом степенного закона.

## **Ключ № 2. Первые степенные законы в экономике**

Вильфредо Парето был итальянским промышленником, экономистом и социологом с бурной карьерой и несколько едким взглядом на человеческую предприимчивость.

Он родился в 1848 году в Париже. Образование получил в Турине и после того, как понес огромные убытки в результате спекуляций на лондонском рынке металлов, вынужденно покинул пост директора одной итальянской чугунолитейной компании. Его первой женой была русская графиня, ушедшая от него к молодому слуге. Парето не занимался экономикой серьезно до середины своего пятого десятка, но потом “взял быстрый старт” и стал профессором и ученым в швейцарской Лозанне. Он начал карьеру как пламенный либерал, превосходя вольнодумством даже страстных британских либералов и безудержно атакуя любые формы государственного вмешательства в деятельность свободного рынка. Закончил же он, если и не горячим сторонником идей социализма, то сочувствующим им. Он умер в 1923 году среди огромного количества котов, который вместе со своей французской возлюбленной содержал на вилле близ Женевы. Местные законы о разводе — Парето все еще был связан узами официального брака со своей легкомысленной графиней — не позволяли ему жениться во второй раз; такую возможность он получил лишь за несколько месяцев до своей кончины. Его наследие как экономиста очень весомо. Отчасти именно благодаря Вильфредо Парето эта дисциплина развилась из одной из ветвей социальной философии, которой занимался Адам Смит, в построенную на обширном фактическом материале и точных математических уравнениях область академических исследований. Его научные труды похожи на книги по современной экономике больше, чем значительная часть текстов, написанных за наши дни. Работы Вильфредо Парето испещрены таблицами статистических данных по всем регионам мира и различным возрастным группам, интегралами и уравнениями, сложными диаграммами и графиками.



Одно из уравнений Парето приобрело особую популярность, но оно же и вызвало бурные споры [52]. Ученого весьма волновали проблемы власти и богатства. Как люди получают их? Как они распределены в обществе? Как люди, облеченные властью и имеющие деньги, используют их? Пропасть между богатыми и бедными всегда была частью существования человечества, однако Парето решил измерить глубину и ширину этой пропасти. Он собрал горы данных о богатстве и доходах по разным столетиям и странам: суммы налогов в Базеле (Швейцария) за 1454 год и в Аугсбурге (Германия) за 1471, 1498 и 1512 годы; современные данные о рентном доходе в Париже; данные о личных доходах в Британии, Пруссии, Саксонии, Ирландии, Италии, Перу. То, что он обнаружил — или думал, что обнаружил, — поразило его. Представив собранную информацию в виде графиков, на одной оси которых он откладывал уровень дохода, а на другой — количество людей, имевших такой доход, Парето увидел сходную картину почти в любой стране и почти в любую эпоху. Общество, как оказалось, вовсе не представляет собой “социальную пирамиду”, в которой соотношение богатых и бедных плавно убывает при переходе от более высоких общественных классов к более низким. Скорее следовало говорить о “социальной стреле” — очень широкой внизу, где живет основная масса людей, и очень узкой вверху, где расположилась богатая элита (рис. 8.1). Также нельзя было признать этот эффект случайным: данные даже отдаленно не соответствовали колоколообразной кривой Гаусса, которая получилась бы при случайном распределении богатства в обществе. “Это общественный закон, написал Парето, — нечто внутренне присущее природе человека”.

По мнению Парето, это “нечто внутренне присущее природе человека”, хотя и выражается четким уравнением, жестоко и согласуется с дарвиновской теорией. Он писал, что в самом низу кривой богатства мужчины и женщины живут впроголодь, а дети умирают маленькими. В широкой средней части кривой нет покоя: люди “поднимаются” и “падают”, достигают успеха благодаря таланту или удаче и терпят жизненный крах из-за алкоголизма, туберкулеза или по другим причинам. Очень узкая вершина отражает элиту из элит, контролирующую богатство и власть в течение некоторого времени, пока их не свергнут оттуда в ходе революции или в результате подъема нового аристократического класса. Прогресс в истории



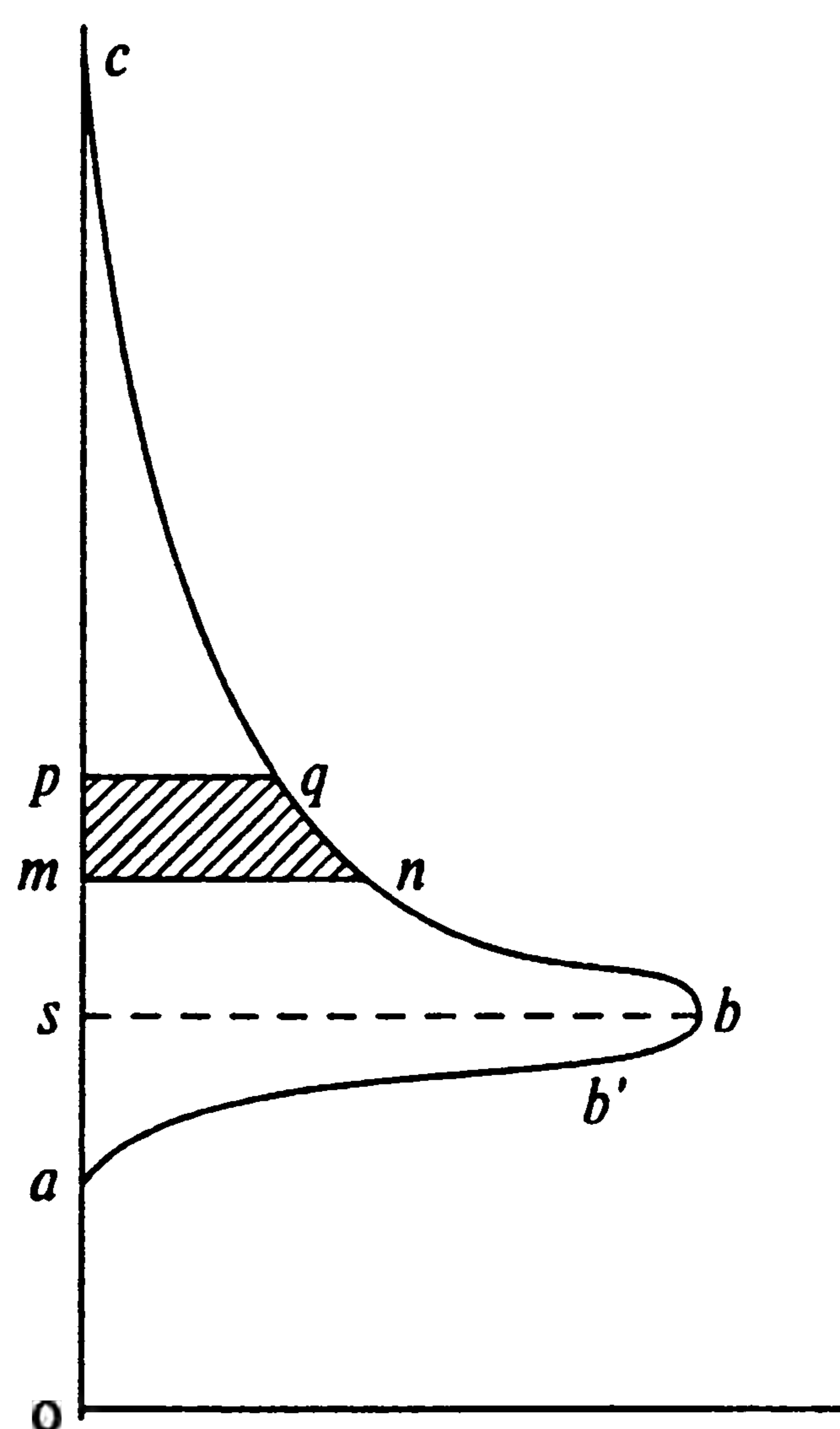


Рис. 8.1. Кривая доходов

На этой полученной Парето в 1909 году диаграмме показано, как богатство распределено в любом человеческом обществе, в любую эпоху и в любой стране. Рост богатства отложен на вертикальной оси, а численность населения — на горизонтальной (в наши дни экономисты предпочитают менять оси координат местами). Количество людей с доходом в пределах от  $m$  до  $p$  представлено заштрихованной областью. Основная масса людей попадает в широкую нижнюю часть кривой. Привилегированное меньшинство заняло узкую верхушку. Если кривая Гаусса симметрична, то кривая доходов — нет.

человечества отсутствует. Демократия — обман. Человек по своей природе примитивен, эмоционален и упрям. Более умные, способные, сильные и проникательные отбирают себе львиную долю. А слабые голодают и вымирают и этим спасают общество в целом от вырождения. Парето также писал, что “тело общества можно сравнить с телом человека, которое быстро погибнет, если из него не будут удаляться токсины”. Ученый предложил миру взрывоопасные идеи, и они не остались незамеченными. После кончины в 1923 году его возвели в ранг кумира итальянские фашисты, тогда как республиканцы подвергли резкой критике. Английский философ Карл Поппер назвал его “теоретиком тоталитаризма”.

К тому времени, когда я услышал о Парето, накал дискуссий значительно поутих. Большинство экономистов с готовностью восприняли его другие



плодотворные идеи, например относительно экономического равновесия. Однако кривую доходов обходили молчанием. Для меня же, человека, начавшего изучать экономику только на четвертом десятке жизни, формула Парето казалась чудом [53].

Он разбил людей на группы по величине личного дохода, подсчитал численность в каждой категории и представил результаты в виде графика. Между прочим заметим, что любые данные, подчиняющиеся степенному закону, имеют одну удобную для исследователя особенность: если их представить в виде графика в логарифмических осях, они образуют характерную, безошибочно узнаваемую прямую. Логарифмические оси называются так потому, что их деления образуют не обычную арифметическую, а логарифмическую шкалу: расстояния от начала оси координат до делений помеченных 1, 2, 3, 4 и т.д., равны не 1, 2, 3, 4 и т.д. единиц, а десятичным логарифмам этих чисел. Так,  $\log 1 = 0$ , поэтому деление с меткой 1 совпадает с началом координат;  $\log 2 = 0,301$ , значит, деление с меткой 2 отложено на расстоянии 0,301 единицы от начала координат;  $\log 3 = 0,477$  — деление с меткой 3 находится на расстоянии 0,477 единицы от начала координат. Понятно, что с делением "1" арифметической шкалы совпадает деление "10" логарифмической шкалы, потому что  $\log 10 = 1$ . В таких осях данные, подчиняющиеся степенному закону, образуют прямую наклонную линию, а любые другие — нет. Поясним сказанное на примере. Возьмем квадратную плитку квадратной формы, но разного размера. По горизонтальной оси (не забудем, что она логарифмическая) будем откладывать длину стороны плитки в сантиметрах, а по вертикальной (тоже логарифмической) — площадь плитки в квадратных сантиметрах. Плитка со стороной 2 см имеет площадь 4 кв. см; сторона 3 см — площадь 9 кв. см; и т.д. Мы видим, что точки образуют прямую наклонную линию, восходящую слева направо. С какой скоростью растет прямая (и соответственно площадь плитки)? Достаточно измерить наклон прямой. Поскольку при каждом увеличении горизонтальной координаты на одну единицу по арифметической шкале вертикальная координата возрастает на две единицы (тоже по арифметической шкале), то наклон равен 2. Интересное совпадение: 2 — это и значение степени, в которую требуется возвести длину стороны плитки, чтобы узнать площадь плитки. Другими словами, наклон прямой — это также значение



степени в степенном законе. Оказывается, данное правило действует и для других значений степени. Объем куба равен длине стороны куба, возведенной в третью степень. Наклон прямой составляет 3, поэтому она круче, чем прямая увеличения площади. Обнаруженное нами правило справедливо и для вычисления длины участка, выложенного плиткой. Чем больше длина стороны одной плитки, тем длиннее выложенный плиткой участок, поэтому здесь наблюдается прямая линейная (не квадратичная и не кубическая, как в двух других примерах) зависимость; это тоже степенной закон, просто степень равна 1 и прямая соответственно имеет наклон 1.

Конечно, кафельные плитки, коробки правильной кубической формы и выложенные в линию плитки дают нам простейшие примеры степенного закона. Более сложным данным соответствуют более крутые или более пологие прямые. Но в любом случае справедливо утверждение: если имеется степенной закон, то в логарифмических осях появится прямая линия. Это очень простой, детский тест, но он работает (рис. 8.2).

Когда Парето построил график, по одной логарифмической оси которого откладывал личные доходы, а по другой оси (тоже логарифмической) — количество людей, имеющих такие доходы, он получил прямую линию. Значит, здесь явно присутствует экспоненциальный закон. Прямая была не восходящей, а нисходящей, что свидетельствовало об отрицательной, а не положительной степени. И, по его мнению, альфа — так Парето назвал абсолютный (т.е. без учета знака) наклон прямой линии — равнялась  $3/2$ . О чем это говорит? Чем меньше наклон, тем равномернее распределены доходы. В случае словарного запаса Ципф тоже предполагал степенной закон, но с наклоном, равным 1: при таком небольшом наклоне средний человек очень часто использует небольшое количество слов, но все же имеет достаточно богатый общий словарный запас. (Ципф слишком большое внимание уделял роману Джеймса Джойса *Улисс*. Большая часть книг соответствует наклону, превышающему 1, т.е. у них лексикон беднее, чем у произведения ирландского писателя.) При наклоне  $3/2$ , о котором говорил Парето, основная часть общественного богатства сосредоточена в руках малочисленной элиты.

Рассмотрим несколько конкретных задач. Выберем определенную группу людей, допустим, зарабатывающих не менее установленного в США



минимума — 5,15 долл. в час, или 10 712 долл. в год. Вопрос: сколько процентов людей зарабатывают, по крайней мере, в десять раз больше этой суммы? По формуле Парето получается 3,2%. Переходим к еще более богатым слоям общества: какая часть людей зарабатывает больше 1,07 млн. долл. в год? Ответ: 0,1%. И третий вопрос: сколько людей зарабатывают больше 10,7 млн. долл. в год, или в тысячу раз больше минимума? По формуле получаем 0,003% — действительно очень малое количество людей.

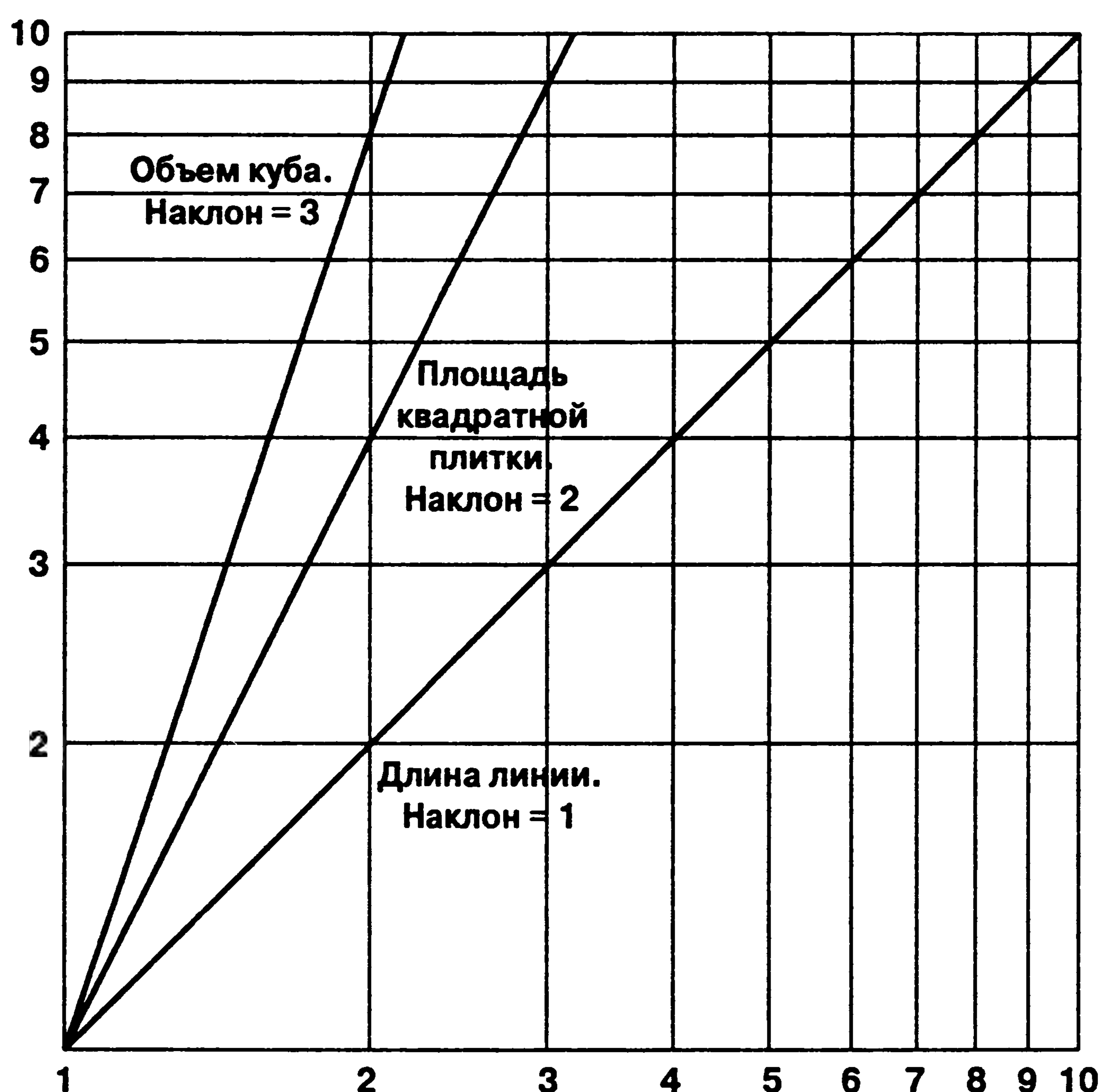


Рис. 8.2. Графическая демонстрация возрастающего степенного закона

Так выглядят графики степенных уравнений, построенные в логарифмических осях. Наклон прямой равен степени уравнения. Например, площадь квадратной кафельной плитки возрастает пропорционально квадрату (второй степени) длины стороны плитки. Объем коробки правильной кубической формы возрастает пропорционально кубу (третьей степени) длины стороны коробки. А длина выложенного кафельной плиткой участка линейно (в первой степени) зависит от длины стороны отдельной плитки. Фрактальная геометрия рассматривает бесконечный диапазон степеней — т.е. графиков, восходящих или нисходящих круче или более полого.



Рассмотрим наш пример с другой точки зрения, сквозь призму того, что математики называют условной вероятностью. Этот термин означает следующее: при данном исходном условии какова вероятность того, что произойдет некоторое событие? Шанс стать миллиардером очень мал; но, согласно формуле Парето, условная вероятность заработать миллиард долларов при условии, что уже заработано полмиллиарда, такая же, как вероятность заработать миллион при условии, что уже заработано полмиллиона. Деньги порождают деньги, власть порождает власть. Несправедливо, но факт, как социальный, так и математический.

Как впоследствии выяснилось, расчеты Парето были неточны из-за ограничений доступных ему исходных данных. Его формула работает только при рассмотрении очень богатых людей. Ему также помешало то, что он чрезмерно надеялся отыскать универсальный закон для всех стран и времен. Как Ципф считал альфу для частоты встречаемости слов всегда равной 1 (что не соответствует действительности), так и Парето полагал, будто альфа для доходов одинакова в любой стране (но и это ошибочное допущение). Он чаще всего недооценивал альфу, которая скорее ближе к 2, чем к  $3/2$ ; миллионеры попадаются реже, чем считал Парето. Несмотря на все эти недостатки, его основные наблюдения над степенными зависимостями между уровнем доходов и численностью населения были верны: в обществе очень немногие люди возмутительно богаты, малое количество очень богаты, а широкие массы населения живут сносно или бедно. Альфа в формуле Парето — это количественное выражение несправедливости общества.

Используя формулу, можно сделать интересные прогнозы. Например, некоторые экономисты обнаружили, что с ее помощью можно описать распределение доходов в отдельных отраслях: скажем, вывести шкалу зарплаты в электроэнергетике — от руководства электростанции до операторов машинного зала. Я на основании этого факта разработал математическую модель того, почему люди часто всю жизнь специализируются в однажды выбранной профессии, а не меняют ее на другую. Здравый смысл подсказывает, что так и должно быть, а математика дополнительно подтверждает этот вывод. Если вкладывать время и силы в свою однажды выбранную профессию — например, получить высшее образование, — то рост по кривой доходов в этой профессии будет быстрее, чем в случае перехода между



отраслями или одновременной работы в нескольких отраслях. Также становятся понятными чрезмерно высокие зарплаты в новообразованных отраслях, таких как электронная коммерция: новые компании вынуждены предлагать крайне заманчивые условия, чтобы потенциальные наемные работники рискнули и покинули свою привычную специализированную кривую Парето.

Степенные законы, подобные предложенному Парето, встречаются в экономике повсюду, хотя и в разных обликах. Например, данные говорят о том, что размеры фирм в одной отрасли изменяются по экспоненте. Чем крупнее компании, тем реже они встречаются, а доля компаний определенного размера в общем количестве компаний изменяется по формуле подобной предложенной Парето. То же можно сказать и о размере населенных пунктов в стране — он убывает по экспоненте от столицы до деревень. Особенно удачен и хорошо воспринимается пример из области страхования [54]. В Швеции заявления о возмещении убытков, вызванных пожарами, собираются государственным актуарным (страховым) агентством. Оно выяснило, что размер суммы возмещения, указанной в заявлении, колеблется почти так же, как размер доходов граждан, но только в страховании альфа ближе всего к  $1/2$ . Это означает, что требования крупной суммы компенсации встречаются относительно чаще, чем миллионеры. В примере Парето только 0,003% людей имели доход, превышающий минимальный в 1000 раз. Но среди шведских погорельцев желающих получить тысячекратную минимальную компенсацию набирается 3,2% от общего числа обратившихся после пожара в свои страховые компании. Для последних это существенная разница; она показывает важность экспоненты (показателя степени, т.е. альфы). Страховые компании по необходимости хорошо знакомы со степенными законами. Их отрицание создало бы дополнительный и совершенно ненужный риск. Та же формула, но другие результаты, и всего из-за одного измененного параметра. Разнообразие подобных примеров безгранично.

### Ключ № 3. Законы исключительного шанса

Последняя история, приключившаяся со мной в связи с хлопковым делом, относится к моим студенческим годам. После войны я попал в *École Polytechnique*, специализированную высшую Политехническую школу



входящую в аналогичное американской Лиге плюща французское объединение престижных учебных заведений *Grandes Ecoles*. Одним из моих профессоров был известный математик Поль Леви — тот самый человек, который неумышленно сыграл решающую роль в жизни Башелье.

Леви был богат и независим, отпрыск еврейского коммерсанта и дочери ученых. Студенты, сидевшие на его лекциях на задних скамьях аудитории — как я, — почти ничего не слышали, а его долговязая, серая и холеная фигура странно напоминала длинные знаки интеграла, которые Леви рисовал на классной доске. Это был плохо приспособленный к своей среде человек, не состоявший членом ни одного клуба, не примкнувший ни к какому движению и вообще не слишком “вписывающийся” в ученое сообщество. Я смутно чувствовал, что и меня ожидает подобная судьба. Хотя ныне Поль Леви признан как один из величайших ученых, внесших вклад в теорию вероятностей, в те времена другие французские математики по большей части его игнорировали. В какой-то степени то была его собственная вина: печально известны небрежность его письменных доказательств и научных публикаций и спешка, из-за которой он допускал много ошибок. Часть своих самых необычных идей Леви так никогда и не опубликовал; они казались ему, как он потом объяснял, слишком очевидными — хотя другие исследователи, обнаружившие те же концепции и опубликовавшие их, получили признание научной общественности. Из опасения, что Леви внесет разлад в стандартную учебную программу, ему очень неохотно позволяли время от времени читать лекции в Парижском университете. Помню, что к концу одной такой серии лекций я был единственным слушателем в аудитории; мы вполне могли бы перейти в кабинет лектора и побеседовать там с глазу на глаз. В 78 лет Леви получил запоздалое признание и был избран членом Академии наук Франции. Тем не менее он всегда оставался аномалией. Позднее один мой наставник, Джон фон Нейман, сказал мне: “Думаю, я понимаю способ действия любого математика, но Леви мне кажется пришельцем с другой планеты. Складывается впечатление, что у него имеются свои собственные методы поиска истины. От этого мне становится не по себе”.

Леви занялся теорией вероятностей, когда ему было уже под сорок. Вскоре после Первой мировой войны его попросили прочесть курс лекций о точности прицельной артиллерийской стрельбы. Это подтолкнуло его к



выполнению самобытной научной работы; начал он с неудачно названного им “устойчивыми” вероятностных распределений. Термин “устойчивые” подразумевает, что независимо от наших действий над объектом — например, мы можем поворачивать его, сжимать, добавлять к чему-то другому, — его основные свойства остаются неизменными. В этом смысле колоколообразная кривая Гаусса устойчива. Например, в теории ошибок предполагается, что распределение ошибок измерения любого вида подчиняется кривой Гаусса. И эта кривая устойчива: можно сложить ошибки измерения, полученные от двух независимых источников, и значения комбинационной ошибки тоже будут описываться кривой Гаусса. Среднее значение может измениться или стандартное отклонение расширится, но форма распределения останется, как и прежде, колоколообразной. К этому ни странно, много лет назад Коши заметил, что то же происходит и с его распределением (рассмотренный нами выше пример лучника, стреляющего вслепую). Если результаты стрельбы этого лучника суммировать с результатами стрельбы, скажем, артиллериста, также палящего из пушки вслепую, то объединенный набор данных тоже будет соответствовать формуле Коши. Значит, и это распределение “устойчиво”. На самом деле, существует целое семейство таких вероятностных распределений. Я назвал их “L-устойчивыми” в честь — а позднее и в память — Поля Леви.

“Члены семейства” отличаются друг от друга относительной важностью наибольших отдельных измерений. Вспомним: если просуммировать значения роста 1000 человек и рассчитать среднее, то добавление роста 1001-го человека не очень изменит среднюю величину. Однако при стрельбе вслепую 1001-й выстрел, если стрела вонзится в стену очень далеко от мишени, может полностью изменить среднее. Кривая Гаусса, образно говоря, базируется на принципах равноправия: каждое значение вносит свой вклад в общую сумму, но ни одно не может диктовать статистический результат другим. С другой стороны, кривая Коши несправедливая и диктаторская, поскольку большие значения доминируют над “толпой”. Эти две кривые представляют собой две крайности, которые Леви связал между собой целым спектром других “членов семейства” распределений. Все можно выразить одной базовой формулой. Разнятся только детали — параметры, если выражаться математическим языком. “Играя” с параметрами, получаем более приземистые



или более высокие кривые, с большим или меньшим количеством выбросов (значений, намного удаленных от остальных), смещенных влево или вправо в зависимости от значения медианы, симметричных или скошенных. Ключевой параметр — альфа; это та же переменная, что и в формулах Парето и Ципфа [55].

Таким образом, многие, на первый взгляд несвязанные, идеи сошлись в единую концепцию [56]. Для математика подобное озарение желаннее, чем выиграть в лотерею на свой день рождения. Конечно, интерес Леви к этой теме был строго теоретическим; в своих ранних работах он называл устойчивые распределения “исключениями”. Просто он взялся за то направление математики, которое начали разрабатывать как прикладное Гаусс, Пуассон, Коши и возродили в “очищенном” виде Джордж Пойа, Колмогоров и сам Леви. Прикладной математики Леви всегда избегал. Когда я начал изучать распределение доходов, мне пришло в голову, что эти математические игры могут и пользу еще принести: альфа и все другие элементы теории устойчивого распределения станут удобными инструментами для анализа реального мира. Так и получилось, о чем я написал в нескольких статьях о распределении личных доходов. Однако ученый мир — как сторонники прикладной математики, так и чистые теоретики — не сразу принял мою работу. “Прикладники” сочли математический аппарат L-устойчивых распределений чрезмерно сложным, особенно потому, что он не согласуется с легко определяемой дисперсией. В качестве аргумента они приводили сложность расчета результатов стрельбы из лука вслепую. Теоретиков же эта тема просто не заинтересовала. Когда я позже рассказал Леви о том, как развил его идеи и применил их к экономике, он поразился и, возможно, даже рассердился. По его мнению, “настоящие” математики просто не занимаются такими прозаическими вещами, как личные доходы или цены на хлопок.

## Хлопковое дело — считать закрытым

Еще раз перечислим три ключа: степенные (экспоненциальные) законы, распределение богатых и бедных, математический аппарат исключительных устойчивых вероятностных распределений. Первый — это общий метод изучения окружающего мира; второй — практический пример использования



общего метода в экономике; и третий — набор математических соображений, которые никто не считал полезными. Почему их объединило хлопковое дело?

Вычислительный центр IBM, как я и просил, обработал тысячи значений хлопковых цен и подтвердил взгляды Хаутеккера: дневные, недельные, месячные и годовые колебания цен не следовали модели Башелье. Это же справедливо и в отношении дисперсии. Всякий раз, когда я вводил в набор данных дополнительное изменение цены, оценка дисперсии менялась. Мне так и не удалось прийти к какому-то одному простому числу — скажем, 1%-ной неустойчивости. Значение колебалось от приблизительно 0,4 до 3%, т.е. менялось почти в десять раз. Учитывая, что качество исходных данных сомнений не вызывало, такой разброс выглядел удивительным. Более того, было слишком много крупных ценовых скачков, не согласующихся с кривой Гаусса.

Проблема была налицо. Я предполагал, что здесь действует некий степенной закон, так же как в случаях частоты слов Ципфа и кривой доходов Парето. Величина ценовых колебаний менялась таким же образом. На одном и том же хлопковом рынке наряду с большим количеством малых ценовых изменений наблюдается малое количество грандиозных скачков; один и тот же словарь включены и большое количество редких слов, и малое количество общеупотребительных; в мире сосуществуют легионы бедняков с кучкой привилегированных плутократов. Распределение неравномерно. Возможно, несправедливое. Но, тем не менее, бесспорное.

Это была часть моей гипотезы. Как ее проверить? Если я прав, то можно бы найти конкретное значение альфы для кривой хлопковых цен — так же, как Парето, по его мнению, нашел альфу, равную  $3/2$ , для личных доходов. Я последовал примеру Парето и построил диаграмму для хлопковых цен в двух логарифмических осях. Результат меня наконец-то удовлетворил. На графике все данные о хлопковых ценах образовали прямые линии, которые я назвал “хлопковыми рядами” (рис. 8.3). Конечно, это не идеальные прямые линии, но в статистике ничего идеального не бывает. Тем не менее, приложив линейку к этим линиям, легко определяем наклон. Он равен  $-1,7$ . Число отрицательное, поскольку линии нисходящие, а не восходящие (в том случае альфа равнялась бы  $+1,7$ ). Распределения Коши и Ципфа имеют



меньшую альфу, 1, Парето — 1,5, а распределение прибыли при игре в подбрасывание монеты — 2. Значит, колебания хлопковых цен находятся где-то посередине между доходом работающего человека и трофеем азартного игрока. Есть в этом факте что-то поэтическое...

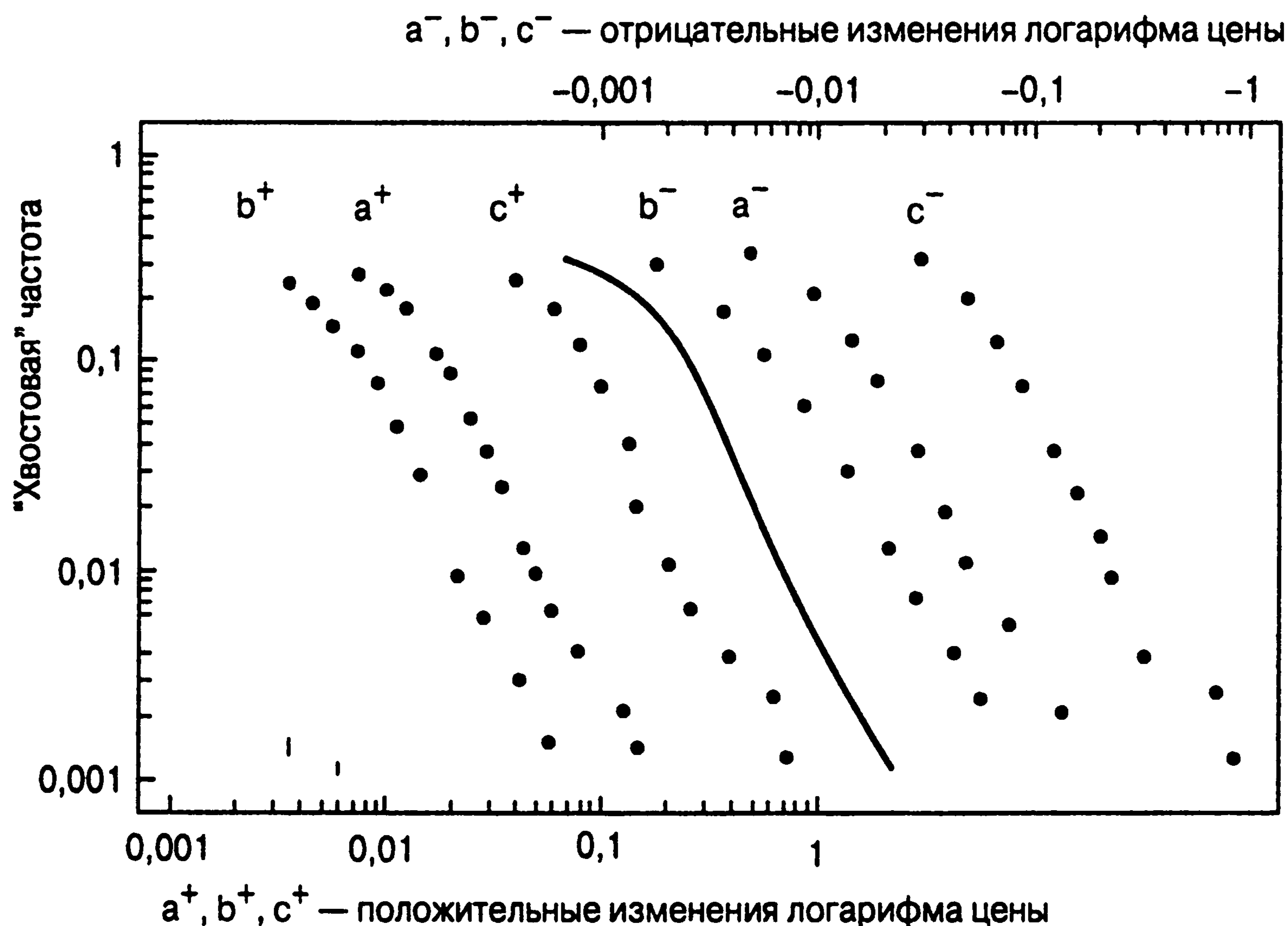


Рис. 8.3. Хлопковые ряды

Проще всего определить, подчиняются ли исходные данные степенному закону, — построив график в двух логарифмических осях. Прямая линия служит доказательством, что действует некий степенной закон. Рассмотрим диаграмму из моей статьи 1963 года с анализом цен на хлопок в США за сто лет. Для каждого из трех наборов данных о хлопковых ценах я отдельно проанализировал положительные и отрицательные изменения. Результаты представлены шестью пунктирными линиями. По горизонтальной оси отложены изменения цены (большие — справа), а по вертикальной — частота каждого изменения (самые обычные, т.е. самые частые, — вверху). Большая часть точек ниспадает с тем же наклоном, что и средняя сплошная линия. Это и есть первичное доказательство существования экспоненциального закона и (если копнуть глубже) L-устойчивого распределения.



О хлопковой диаграмме можно сказать гораздо больше. Следует рассмотреть такое важное измерение, как время. Если мы говорим, что цена кип хлопка упала на один доллар, то какой отрезок времени мы имеем в виду? В случае кривой доходов время значения не имело; Парето анализировал “фотографию” никак не упорядоченных годовых доходов группы людей. Однако хлопковый рынок — это скорее “кинофильм”, события в котором меняются со временем. Обычно мы говорим об изменениях от кадра к кадру или от одного торгового дня к другому. Однако при желании кинофильм можно смонтировать так, чтобы мы видели только каждый 20-й кадр (месяц торговых дней) или каждый 250-й (год торговых дней). Логично ожидать, что при каждом варианте монтажа фильм будет выглядеть иначе. Но если мы каждый раз получим один и тот же фильм? Это я и решил проверить. В случае с хлопковыми диаграммами “одинаковые фильмы” имели бы одни и те же соотношения между крупными изменениями и мелкими, те же “толстые хвосты” распределения, ту же вероятность появления следующего крупного изменения. Три набора данных, представленных графически на рис. 8.3, это, по сути, три варианта монтажа нашего гипотетического кинофильма. Линии  $b^+$  и  $b^-$  показывают дневное изменение цен за 1944–1958 годы. ( $b^+$  отражает рост цен,  $b^-$  — падение). Линии  $a^+$  и  $a^-$  показывают то же дневное изменение цен, но за другой период — 1900–1945 годы. Третий набор данных,  $c^+$  и  $c^-$ , отражает месячные колебания цен в 1888–1940 годах.

Все шесть графиков выглядят одинаково. Месячные как дневные, а один набор дней как другой. Если убрать обозначения, то сразу и не скажешь, какой график каким данным соответствует. Это подтвердилось в одной из моих бесед с профессионалом Уолл-стрит, когда я переехал в Нью-Йорк и заинтересовался финансовыми рынками. Он поделился со мной своим странным на его взгляд, наблюдением: в газете все ценовые диаграммы выглядят одинаково. Конечно, одни возрастают, другие убывают, но большой разницы между дневными, месячными и годовыми нет. Убери даты и названия, и не отличишь их друг от друга. Все “пляшут” одинаково.

“Пляска” — ненаучный термин; до тех пор, пока я много лет спустя не разработал фрактальную геометрию, не существовало эффективного способа количественно оценить такое расплывчатое понятие, как “пляска”. Но сегодня в изменениях хлопковых цен мы уверенно узнаем фрактальную



структуру, хотя фрактальное нарастание или убывание цен не принимает форму соцветий капусты брокколи или треугольников салфетки Серпинского. Суть финансов — фракталы.

Так замкнулся круг. Не из-за простого совпадения хлопковая диаграмма Хендрика Хаутеккера выглядит, как моя диаграмма распределения личных доходов. Обе базируются на одном и том же математическом аппарате.

## Развязка

Подобно большинству профессиональных объединений, экономические отделения университетов тоже не любят пускать в свои ряды посторонних, особенно если те пытаются учить профессионалов уму-разуму. Поэтому мои исследования хлопковых цен наделали много шума.

Первая моя статья на эту тему появилась в начале 1962 года; это был скорее предварительный набросок статьи, который я на скорую руку отстукал двумя пальцами на портативной пишущей машинке. Но так случилось, что Хаутеккеру потребовалось срочно найти замену своему коллеге по Гарварду, у которого как раз начался “седьмой год” (в американских университетах профессора каждый седьмой год освобождается от обязанности читать лекции студентам). Так я стал преподавателем. Мои наброски, со всеми огрехами, поспешно опубликовали как отчет о внутренних исследованиях в компании IBM. Несмотря на “сырость” статьи, ученые бурно отреагировали на ее выход. Да кто такой этот Мандельброт, индустриальный ученый со степенью по прикладной математике, чтобы подвергать сомнению искусные модели экономической элиты? Тем не менее любопытство было немалым и продолжало расти. Однажды в Чикаго я познакомился с экономистом Цви Грилихесом, который позднее тоже переехал в Гарвард. Он готовил программу зимней конференции Эконометрического общества в Питтсбурге. Грилихес предложил мне выступить с докладом, после которого три человека должны были провести дискуссию о хлопковых результатах. Позднее, уже в конце 1963 года, когда я находился в Гарварде, мне позвонили из Слоуновской школы Массачусеттского технологического института. Это был Кутнер, тамошний экономист и один из участников дискуссии в Питтсбурге. Оказалось, он готовил к публикации книгу *The Random Character of Stock Market Prices* (Случайный характер цен на фондовом



рынке) — обзор научных взглядов на математику рынков; книгу предполагалось открыть переводом диссертации Башелье. Он также сказал, что хочет включить в сборник и мою работу, однако в книгу попадают только те статьи, которые уже были опубликованы в каком-нибудь научном издании, кроме внутренних корпоративных бюллетеней. Поэтому, попросил меня Кутнер, не мог бы я для проформы как можно быстрее где-нибудь напечатать мою статью?

Я обзвонил все научные журналы. В некоторых меня попросили разборчиво повторить мою фамилию; в других интересовались моими учеными регалиями. Лишь единицы знали меня, но их не устраивали слишком сжатые сроки — экономические журналы вообще пользуются в ученой среде дурной славой на месяцы и годы класть под сукно уже готовые к публикации материалы и лишь затем не спеша знакомить с ними общественность. Наконец, мне улыбнулась удача, но то была ироничная улыбка. На мою просьбу откликнулся *Journal of Business* Чикагского университета, который собрал в своих стенах самых горячих сторонников стандартной финансовой модели. Редактор журнала, Мертон Миллер, впоследствии Нобелевский лауреат, сказал мне, что моя статья об исследовании в IBM уже хорошо известна на его экономическом отделении. У них работает преподавателем мой бывший студент Юджин Фама. Поэтому они могут пропустить обычную и занимающую много времени процедуру вычитки и критического разбора статьи учеными-рецензентами. Я с готовностью принял это предложение и не позднее чем через неделю по почте отправил Миллеру так и не отшлифованный вариант статьи. Ради нее задержали выход очередного номера журнала, освободили под нее место, перенесли публикацию какого-то менее “горячего” материала на более поздний срок, и даже с невероятной скоростью выполнили корректуру. Фама отредактировал мой текст и написал вступление. Он пояснил на языке, понятном экономистам, то, что я хотел им рассказать как математик. К помощи таких “переводчиков” я прибегал и в будущем, когда мне приходилось представлять свои идеи на “враждебной” территории. Короче говоря, все условия Кутнера я выполнил.

И вот здесь начались настоящие трудности. Вслед за введением, написанным Фама, Кутнер напечатал пятистраничную критику моей статьи. Мой тест для степенных функций — вычерчивание их в логарифмически



осях — он назвал слишком большим упрощением, тогда как математический аппарат статьи — слишком сложным; объем фактического материала — недостаточным, а хлопок — специфическим товаром, на основании которого нельзя делать обобщающие выводы. Хотя, писал Кутнер, идеи, изложенные в статье, очень интересны. Но, “безусловно, прежде чем мы выбросим в корзину для мусора несколько веков работы, мы должны быть точно уверены, что все наши предыдущие труды оказались бесполезными”.

Дополнительные доказательства не заставили себя долго ждать. Мои собственные исследования выявили экспоненциальные зависимости в колебаниях курса акций таких железнодорожных голиафов XIX века, как *B&O*, *Boston & Maine* и *Illinois Central*. Фама и его студенты в Чикаго тоже обнаружили “артефакты”. Например, в 1970 году Ричард Ролл показал, что доход по векселям Казначейства США еще более очевидно, чем цены на хлопок, подчиняется степенному закону. Были и другие доказательства. Как резюмировал Фама, “можно говорить об окончательном подтверждении гипотезы Мандельброта”.

Я уже говорил, что экономика — это наука, подверженная веяниям моды. В одно время все только и говорят, что о Кейнсе и механизме “подкачивания” (стимулирования) экономической активности, в другое на первый план выходят Фридман и монетаризм. Экономика хватается то за одну теорию, то за другую, подобно подростку, который легко заводит себе подружку и так же легко бросает ее ради новой пассии. Экономисты узнают новую теорию, какое-то время носятся с ней, изучают ее, а когда обнаруживают в ней изъяны, бросают ее ради еще более нового научного увлечения. Приблизительно то же произошло с моей исходной гипотезой. В конце 1960-х годов она восхищала многих экономистов. Месяцами они просеивали все доступные им статистические данные, обрабатывали их на новых компьютерах, которые тогда стали появляться в научной среде, и рассылали результаты своих исследований в научные журналы. Ключевым стал 1972 год. К тому времени по финансовому морю прокатилась новая волна. Широкое распространение получили портфельная теория Марковица, модель оценки финансовых активов Шарпа и рыночная модель Башелье. А в следующем году Блэк и Шоулз опубликовали свои формулы для оценки опционов. Официальной религией стали “современные финансы”. Но ей противоречила моя



гипотеза. Я оказался столь же “желанным” в признанной церкви экономики, как еретик на Никейском соборе. В 1972 году аспирант Чикагского университета Роберт Р. Офисер невольно выделил большую часть всех сомнений экономической науки на то время. В своей докторской диссертации на примере одного и того же набора данных он привел факты как за, так и против гипотезы о действии степенного закона. Появились и другие противоречивые сообщения. Тем не менее все критики не могли опровергнуть доказательства моей гипотезы. Поэтому я не обращал внимания на такие неконструктивные нападки. Большинство критических замечаний основывалось на статистических тестах, просто неприменимых к таким данным. И никто не мог предложить теорию, которая бы объяснила противоречивые факты. Тогда еще не пришло ее время; такая теория появилась, лишь когда доктрина “современных финансов” начала давать сбои.

## Смысл хлопкового дела

Почему же экономическое сообщество так беспокоили мои хлопковые исследования?

Вспомним стандартные модели. Если бы цены на хлопок “вписывались” в стандартную теорию, то были бы подобны песчинкам в куче песка: некоторые отличны между собой по размеру, но, тем не менее, по сути всё же песчинки. Однако мои хлопковые исследования привели к нескольким другим выводам. Изменения цен больше походили на смесь песка, гравия, камней и валунов, чем просто на однородную кучу песка. В какие-то дни хлопковые цены лишь немного отличаются от предыдущих показателей — в это время мы имеем дело с песчинками. Однако в другие дни цены скачут на несколько процентов; это уже валуны. В одно время на рынке затишье — цены ведут себя “пристойно” (песчинки), в другое (например, когда известие о засухе в хлопковом штате Миссури наконец-то достигло Нью-Йорка) — начинают скакать (валуны). Так в рыночном тигле смешаны и варятся важные и неважные новости, большие и малые колебания цен.

Прекрасно, может сказать читатель. Это объясняет “толстые хвосты” или, другими словами, ненормально большие изменения хлопковых цен. И мы можем собственными глазами увидеть, что результаты дневных торгов



в течение нескольких лет или месячных в течение столетия подтверждают действие степенного закона. Но почему именно степенного?

В ответ на этот вопрос я могу только высказать свои предположения. В физике, которую я изучал в студенческие годы, существует четкая граница между очень большим и очень малым. В огромных масштабах космоса применимы релятивистские законы пространства-времени Эйнштейна, а в мире средних масштабов, где протекает наша ежедневная жизнь, действует механика Ньютона. Субатомный же мир электронов и кварков подчиняется совершенно другим законам квантовой механики. Три разных режима и три разных масштаба, из которых каждый резко отличается от предыдущего. Значит, к законам физики самоповторение в масштабе неприменимо. (Самоповторение в масштабе (или скейлинг) — это масштабная инвариантность, т.е. неизменность объекта при изменении масштаба; когда меняется масштаб, получаем лишь уменьшенную или увеличенную копию объекта, но никакие другие характеристики объекта не меняются.) Через некоторое время после того, как мои исследования хлопкового дела увидели свет, в статистической физике заговорили о явлениях, названных “критическими”. Выявленное Ципфом различие между физикой и общественными науками игнорировалось, поскольку ученые обнаружили собственные, присущие статистической физике, масштабированные зависимости, которые они полностью объясняли на основе бесспорных математических свойств вещества. Однако экономика отличается от физики. Здесь отсутствуют бесспорные математические законы. К тому же масштабным коэффициентом выступает не пространство, а время. Правда, при изменении масштаба времени характер колебания цен немного меняется. Например, в случае с хлопком срабатывает фактор сезонности. Годовой цикл посева и сбора урожая оказывает на торговлю регулярное, периодическое влияние; хлопковые акции растут в цене при сборе урожая и обычно снижаются до следующей уборочной страды. Но этот эффект предсказуем. Поэтому экономисты без труда исключают его из долгосрочного анализа. После того, как сезонный фактор учтен, остается ли еще какое-то влияние времени на характер колебаний хлопковых цен? Существует ли в экономике такая же пропасть между явлениями разного масштаба, как между квантовым и ньютоновым мирами? Происходят ли три недели торгов совсем на другой планете, не там, где они



происходят три дня или три часа? Очевидно, нет. Все диаграммы (годовые, месячные, дневные) выглядят одинаково.

Но имеет ли для нас значение, какие законы — гауссовы или степенные — действуют в экономике? Ответ очевиден — да. Во-первых, мы убеждаемся, что цены могут и в действительности меняются очень бурно. Рынок очень рискован — намного рискованнее, чем тот гипотетический, на котором, как мы счастливо полагали раньше, цены послушно и предсказуемо колеблются вокруг “благопристойного” гауссового среднего значения. Экономисты уже давно спорят по поводу двух противоположных взглядов на товарный рынок. Первый: товарный рынок — это страховая биржа, “финансовая машина” для фермеров и потребителей, призванная снизить их риски с помощью биржевых спекулянтов, выступающих в роли посредников. Второй: товарный рынок — это непредсказуемое казино, более рискованное, чем фондовый рынок в его самые беспокойные моменты; хотя фермеры и биржевые спекулянты руководствуются разными мотивами, и те, и другие участвуют в рискованной игре. Ценовые показатели не разрешают давний спор; страховые рынки тоже могут быть рискованными. Но эти показатели реально объясняют, почему инвестирование в товары не столь привлекательно, как в фондовые инструменты. Большая часть людей инстинктивно считают хлопковый контракт более рискованным предложением, чем акции “голубых фишек”, — и это несмотря на тот факт, что, согласно стандартному анализу, товарные инвестиции должны играть в инвестиционных портфелях богатых инвесторов большую роль. Многие люди чувствуют повышенный риск и избегают его. Возможно, здесь особого статистического анализа вообще не требуется: один только этот факт массовой психологии служит достаточным доказательством того, что со стандартными финансовыми моделями не все в порядке.

Во-вторых, как мы увидим в следующей главе, данные, самоповторяющиеся в масштабе, могут образовывать удивительные структуры, которые первого взгляда кажутся периодическими, предсказуемыми и пригодными для финансовых расчетов. Каждый, кто изучает данные о хлопковых ценах, может подумать, что имеет дело с “поправками”, “уровнями сопротивления” и другими признаками, по которым технический аналитик определяет необходимые действия — покупать, продавать или держать. Но это “золото дураков”, или “обманка”, медный колчедан финансовых рынков.



Наконец, хлопковое дело показывает странную связь между различными отраслями экономики, а также между экономикой и природой: цены на хлопок колеблются так же, как уровень личного дохода; колебания дохода похожи на изменения требований к выплате страховки по случаю пожара в Швеции; вышеперечисленное входит в то же математическое семейство, что и формулы, описывающие нашу речь (частоту употребления в ней различных слов) и даже землетрясения — это, поистине, величайшая загадка из всех.

Чем наука может быть полезна обществу? Например, пообещать решение великих загадок, к списку которых я добавил еще одну. Но есть и более практическое обещание — помочь в улучшении общества, помочь ему избежать теорий, которые кажутся правильными и разумными, но на самом деле не соответствуют действительности, и помочь опираться только на факты, даже если пока еще нет теории, которая могла бы полностью их объяснить.

## **“Длинные хвосты” в иллюстрациях**

Иллюстрации способствуют пониманию; это объясняет частое использование мною схематических диаграмм (карикатур). Из главы о турбулентности понятно, как с помощью простого фрактального процесса можно получить сложную имитацию финансовой диаграммы в соответствии с моделью Башелье. В завершение темы этой главы я продемонстрирую, как идеи самоповторения в масштабе (скейлинга) и разрывов можно воплотить в такую карикатуру. Цель: показать тонкую связь между “толстыми хвостами” и резкими скачками цен на реальных финансовых диаграммах и абстрактных структурах фрактального анализа.

Кратко повторим метод получения фрактальных иллюстраций, рассмотренный нами в предыдущей главе. Мы начинали броуновскую карикатуру с восходящего прямолинейного инициатора и ломаного генератора. Делали копии генератора, сжимали их и заменяли любой прямолинейный отрезок нашего рисунка генератором подходящего размера. Многократно повторяя этот процесс, постепенно получали зубчатую, сложную диаграмму. Тщательно подобрав параметры построения, мы получили диаграмму броуновского движения — стандартной модели, на которой построена



общепринятая финансовая теория. Для этого мы использовали генератор особой формы: он начинался в точке с координатами  $(0; 0)$ , поднимался до точки  $(4/9; 2/3)$ , затем опускался до точки  $(5/9; 1/3)$  и заканчивался в точке  $(1; 1)$ . Ключевое значение имеют размеры трех сегментов генератора: соответственно их ширина  $4/9, 1/9, 4/9$ , а длина  $2/3, -1/3$  (минус, потому что это нисходящий участок),  $2/3$ . Посмотрим повнимательнее на эти шесть чисел. Каждое значение ширины равно возведенному во вторую степень значению длины. Изящная аккуратная связь — как раз такую и следовало ожидать от “правильного” броуновского движения.

Достаточно изменить координаты, и почти всегда получится совершенно другой рисунок. В частности, результат может быть намного больше похож на диаграммы хлопковых цен. Например, можно использовать генератор, разбитый на три части одинаковой ширины (т.е. ширина каждой равна  $1/3$  ширины клетки). Каждая из трех частей содержит восходящее (с положительным наклоном) звено, которое поднимается до половины высоты клетки. Но затем добавляются новые элементы: два вертикальных скачка, из которых первый вверх на половину единицы, а второй вниз на полную единицу. В отличие от броуновского генератора, этот содержит реальные разрывы. С каждой следующей интерполяцией автоматически добавляются скачки в определенном порядке: положительные и отрицательные скачки, взятые по отдельности или вместе, распределены по степенному закону. Благодаря скейлингу образуются “толстые хвосты”, которые можно характеризовать показателем степени  $\alpha$  — так же как описанные выше в этой главе распределение Парето или L-устойчивое. Меняя генератор, можно “настраивать”  $\alpha$  и уровень асимметрии между хвостами.

Для чего это все делается? Чтобы с помощью самоповторения в масштабе (скейлинга) и фракталов продемонстрировать странную связь между дилеммой, казалось бы, несовместимыми явлениями — с одной стороны, всемирно известной случайности при подбрасывании монеты и, с другой, сложностью риска диаграммы хлопковых цен.



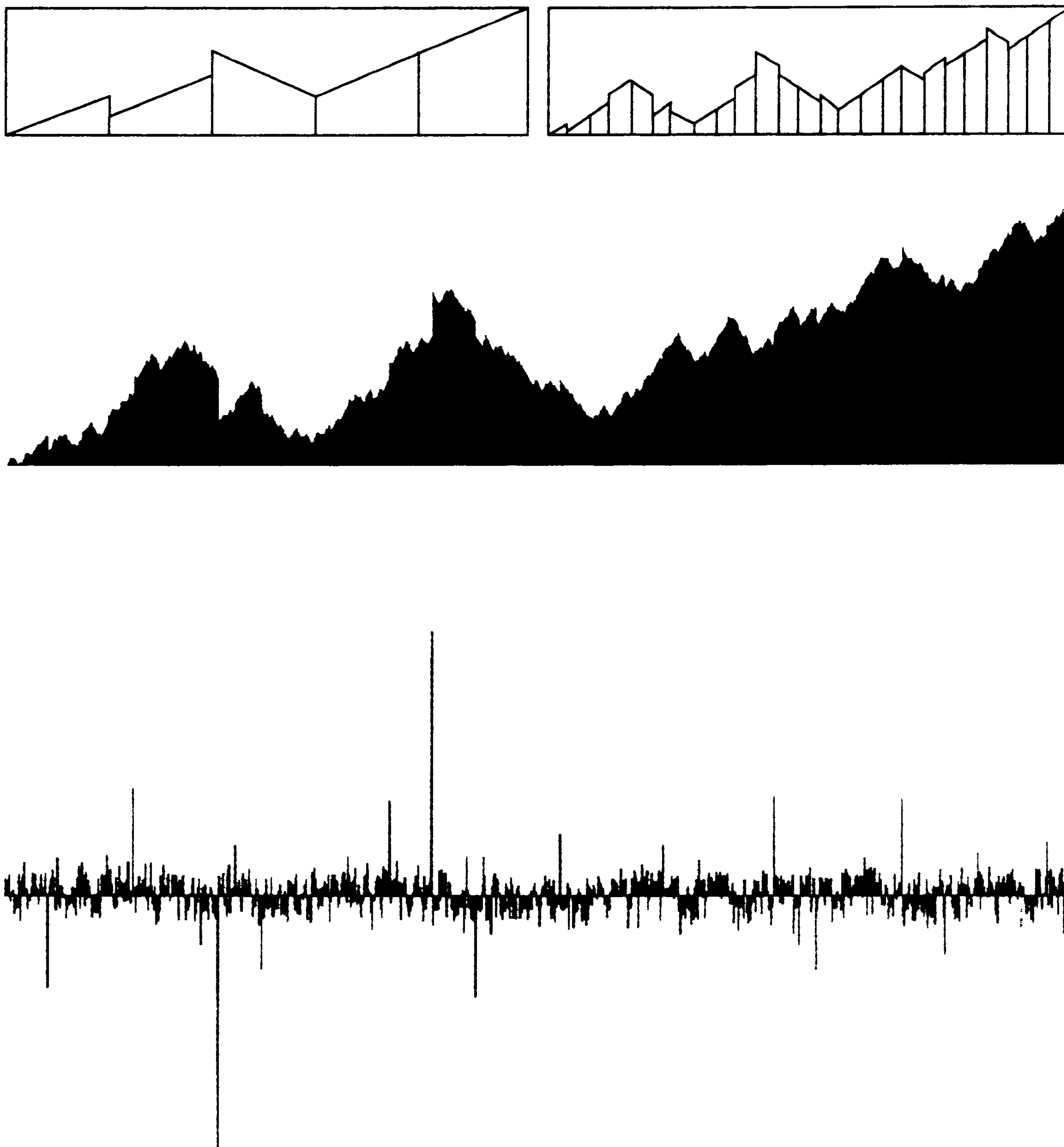


Рис. 8.4. Карикатура разрывов

Проиллюстрировать важнейшие концепции “толстых хвостов” и разрывов можно различными способами. В данном мы применим фрактальный процесс, который уже использовали ранее. В отличие от броуновской карикатуры, показанной выше, данная диаграмма построена на основе гораздо более сложного фрактального генератора. Он состоит из пяти наклонных отрезков, однако имеет два вертикальных разрыва. Рисунок во втором ряду (в черном цвете) — это завершенная конструкция; рисунок в нижнем ряду показывает изменения значения от одного момента времени до другого. Вывод: диаграмма, демонстрирующая самоповторение в масштабе и бурную изменчивость, подобна диаграмме хлопковых цен.







## ГЛАВА 9

# Долгая память. От Нила до рынка

В 1906 году молодой англичанин по имени Гарольд Эдвин Херст прибыл в Каир. Он предполагал пробыть в городе недолго. Но задержался на 62 года, успев за это время разгадать одну из величайших тайн фараонов и, сам того не ведая, предложить ключ к механизму работы финансовых рынков [57].

Херста интересовали разливы Нила. Воды великой реки, писал греческий путешественник и историк Геродот приблизительно в 450 году до н.э., начинают подниматься во время летнего солнцестояния, достигают максимального уровня в течение следующих ста дней и несут по течению ил, делающий почву столь плодородной, что в результате этого “местное население получает урожаи, вкладывая меньше труда, чем где-либо в мире”. Но чем вызваны эти благодатные разливы? Как говорится в древнейших легендах, Нил вытекает, словно молоко, из полных груди богини Хапи. Жрецы же считали, что земной Нил образуется из водопада на Небесном Ниле. Была и такая версия: северные ветры, дующие с Средиземного моря, вздымают воды реки. Еще говорили о таянии снегов где-то далеко на юге, но Геродот такое объяснение не поддержал; очевидно, рассуждал он, что ни о каком снеге не может быть и речи на юге, где от палящего солнца люди приобрели черный цвет кожи. “Объяснить мне, что вызывает разливы Нила, не смогли ни жрецы, ни кто-нибудь другой”, — писал Геродот [58].



Египтян, однако, больше интересовала не *причина* разливов Нила, *колебания масштабов* этих разливов в разные годы. Иногда вода поднималась очень высоко, иногда — низко. От этого зависело, будет ли год урожайным, ждет египтян процветание или бедность. Вспомним библейскую историю о семи урожайных годах и семи неурожайных, которые предсказал Иосиф, сын Иакова, истолковав сны фараона. Во времена Херста, когда земли Египта перешли под британское правление, решение тайны разливов Нила не потеряло своего значения. Численность населения в долине Нила быстро росла, манчестерские ткацкие фабрики нуждались в египетском хлопке, а выстроенные на реке дамбы не справлялись с регулированием столь обширного и драгоценного природного ресурса. Херсту, доросшему до должности главного ученого в министерстве общественных работ, поручили разработать проект так называемого “хранилища столетия”, в котором предполагалось накапливать воду на случай сильной засухи. Задание пугало своей грандиозностью. Херст заметил: “Ученые провели много исследований для прогнозирования разливов Нила, но ничего практически полезного так и не предложили. Мы никогда не можем сказать, каким будет разлив в следующем году” [59].

И все же он нашел формулу для разливов; за этот труд Херста стали чтиительно называть Абу-Нилом, т.е. Отцом Нилом. Более того, ученый обнаружил, что его формула применима к широкому кругу других явлений: формированию илистых отложений на дне крымского озера, годовой структуре дождей в Нью-Йорке, росту годовых колец деревьев на вершине Пайк-Пик в Скалистых горах. И это еще не все. В 1960-х годах я, изучая научное наследие Херста, обнаружил ту же “нильскую структуру” во многих других сферах; самой необычной оказались колебания котировок акций. Нильская структура представляет важнейшую часть фрактальной геометрии. Другие ученые, в последние годы развивавшие мои исследования, нашли нильскую структуру в колебаниях цены нефти-сырца на международных рынках лотых фиксингов в Лондоне и нерегулируемого рынка электроэнергии в США. Она стала вторым важным звеном в моей теории о том, как работают финансовые рынки, — необходимым дополнением к первому звену о законах самоповторения в масштабе и “толстых хвостах”, о которых говор-



в предыдущей главе. В одной из последующих глав я добавлю третье звено и представлю читателю завершенную рыночную модель.

Хорошие ученые часто осторожны в своих высказываниях в официальных научных изданиях. Самым знаменитым таким сдержанным высказыванием в науке остается сформулированное в одном предложении замечание Уотсона и Крика в их первоначальном отчете о структуре ДНК, опубликованном в журнале *Nature* в 1953 году. Ученые писали: “От нашего внимания не ускользнуло, что вслед за постулированной парной структурой напрашивается мысль о возможном механизме копирования генетического материала”. Столь же осторожно Херст впервые сообщил о своем “нильском” открытии на заполненных научной информацией страницах *Transactions of the American Society of Civil Engineers* (“Протоколы американского общества инженеров-строителей”) за 1951 год. “Мне думается, что общая теория, — осторожно предположил ученый, — может найти и другое применение, не только в конструировании накопительных резервуаров для воды”.

## Абу-Нил

Г. Э. Херст являл собой образец чиновника Британской империи. Родился он в 1880 году в семье небогатого деревенского строителя, чья семья жила близ Лестера почти три века. Из школы, где изучал химию и плотничное дело, ушел в 15-летнем возрасте и после вечернего училища стал в 20 лет стипендиатом Оксфорда. Ко всеобщему удивлению — о чем он впоследствии рассказывал мне, — получил степень с отличием первого класса по физике, несмотря на недостаток математической подготовки. Но лишь в Египте он нашел свое будущее.

В начале XX века Британской империи наконец-то удалось подавить мятеж фундаменталиста Махди в Судане, расположенном вверх по течению Нила. Наступил период относительного мира, роста и строительства дамб. Большая часть Нила оставалась в бесспорной собственности Британской империи: от озера Виктория до озера Альберта, до места слияния Белого Нила и Голубого Нила в Хартуме, в болотистых, покрытых илом или испещренных крутыми обрывами бассейнах в Судане и на юге Египта, вплоть до широкой Дельты на Средиземном море. Даже для такой обширной империи, как Британская, нильские расстояния были огромны. Река протянулась без



малого на 6700 км. Ее широкий бассейн покрывал 10% всей сухопутной территории африканского континента. У Нила обильные воды. Средний за столетие годовой расход (дебит) составлял 92,4 млрд. кубических метров. Как заметил Херст, даже одной восьмой части этого объема было бы достаточно, чтобы покрыть все английское графство Йоркшир слоем воды толщиной два с половиной фута (75 см).

После завершения строительства первой крупной плотины в Асуане в 1902 году британская наука и промышленность энергично принялись эксплуатировать экономический потенциал Нила, расширять площади орошаемых земель и даже контролировать разливы. По прибытии в Каир Херст получил свое первое задание, довольно эксцентричное: передавать из обсерватории в городскую крепость официальное время, чтобы ровно в полдень раздавался пушечный выстрел. Но благодаря солидной научной подготовке он вскоре был подключен к великому имперскому проекту картографирования и замеров реки. Херст отправился в экспедицию; передвигаться приходилось на небольшом речном суденышке, пешком вместе с носильщиками, на велосипеде, машине, а позднее и аэроплане. Английские инженеры и их египетские помощники замеряли скорость течения реки, определяя по скорости вращения погруженных в воду роторных счетчиков; с помощью свинцовых отвесов, фортепьянных струн и тригонометрии измеряли глубину реки. Строили новые мраморные указатели высоты подъема воды. В Судане, как сообщал Херст, "верхний слой почвы часто представляет собой серую глину, которую местные жители называют "хлопковой почвой". В засушливый сезон она ссыхается и трескается, а после дождя набухает и поднимается". Чтобы установить здесь указатели, приходилось ввинчивать сваи в лежащую под верхним слоем почвы постоянную подпочву. Измеряли уносимые водами Нила песок, глину и ил и отмечали, что концентрация примесей достигает максимума в конце августа, незадолго до верхнего разлива, и уменьшается зимой (при этом вода почти полностью очищается). Экспедиция со своими измерителями скорости даже обследовала обширные болота в Судане, растянувшиеся вдоль реки на 700 км — область, которую обычно избегали все завоеватели еще со времен центурионов Нерона. И там, где всего на несколько поколений раньше исследователи Мортимера Стэнли, Спик и Бертон ступали с большим трудом и трепетом, на



поколение прагматичных британских топографов, вооруженное теодолитами, геодезическими уровнями и логарифмическими линейками, совершило полноценную экспедицию и картографировало неисследованные речные притоки в масштабе 1:50 000.

Главная цель команды заключалась в том, чтобы найти методы регулирования реки. Инженеры-гидравлики во времена Херста хорошо знали постоянные сезонные (летние и зимние) колебания уровня воды. Но характер колебаний год от года был им совершенно неясен. Дебит (расход воды) Нила непредсказуемо менялся в очень широких пределах, от 151 млрд. кубометров в дождливые 1878–1879 годы до 42 млрд. в засушливые 1913–1914 годы. Более того, спустя всего два года после названного засушливого периода наступил следующий. “Сбивались” в группу и дождливые года. Тем не менее, заметил Херст, это происходило “без видимой периодичности”. Как же можно контролировать непредсказуемый процесс?

Очевидным решением казалась высокая плотина — достаточно высокая, чтобы накапливать воду в течение нескольких дождливых лет и спускать ее в русло реки, когда наступает засушливый период. Но насколько высокой должна быть такая плотина? В XIX веке при строительстве плотин, как и в финансах сегодня, люди предпочитали простой с точки зрения математического аппарата путь. Инженеры предполагали, что колебания масштаба разливов от года к году статистически независимы, подобно подбрасыванию монет в опытах Башелье. Конечно, подбрасывая монету, можно порой получить период, когда выпадает только орел или только решка; будь это не так, в игре никто и никогда не побеждал бы. Для подбрасывания монеты существует простая формула: размах между лучшим результатом Гарри в один момент игры и его худшим результатом в другой момент изменяется пропорционально квадратному корню из величины изменения количества бросков. Например, монету подбрасывали 100 раз, и лучший результат Гарри составил восемь, а худший — три. Размах между лучшим и худшим результатами равен 11 (т.е.  $8 + 3$ ). Теперь увеличиваем количество бросков в 100 раз, до 10 000. Согласно формуле, размах между результатами должен вырасти в 10 раз ( $\sqrt{100} = 10$ ), т.е. до 110. В частности, возможен такой вариант: лучший результат Гарри +67, а худший —43. Следуя примеру Гарри, инженер-гидравлик может выполнить простые расчеты. Допустим, он



хочет заменить отслужившую 25 лет плотину более высокой, которая сможет 100 лет сдерживать разливы. Срок службы новой плотины вчетверо больше, чем старой. Значит, если полагаться на общепринятый математический аппарат, новая плотина должна быть вдвое ( $\sqrt{4} = 2$ ) выше старой. Просто и понятно.

А также неверно. В действительности плотина должна быть еще выше, заключил Херст. Он обнаружил, что размах между самым высоким разливом Нила и самым низким растет быстрее, чем следует из правила монеты. Реальные подъемы воды были более высокими, а спады в засуху — более тяжелыми. Но проблема заключалась не в отдельных разливах; если рассматривать их по одному, то данные о колебаниях уровня воды в течение одного года достаточно хорошо описываются кривой Гаусса. Очевидно, картину меняли именно *периоды погоды* — когда подряд следовало несколько дождливых или засушливых лет. Стало ясно: значение имеет не только масштаб разливов, но и их последовательность.

Херст, изучая документы о разливах, разработал для описания этого природного явления собственную формулу. Начал с рассмотрения Нила, затем заглянул намного дальше, абстрагируясь от первоначальной задачи. Он собрал данные по дебиту озера Гурон и реки Траки возле озера Тихомир. Проанализировал ежегодные колебания уровня воды шведского озера Даларна. Эльвен, величину осадков от Аделаиды (Австралия) до Вашингтона (округ Колумбия, США), толщину донных отложений в озерах России, Норвегии и Канады, колебания температуры воздуха от Сент-Луиса до Хельсинки. Структуру годовых колец корабельных сосен и секвой и даже количества пятен на Солнце. Он “перелопатил” все, какие нашел, надежные и собранные за длительное время данные, имеющие хоть какое-нибудь отношение к климату; в общей сложности изучил 51 разное природное явление, проанализировал 5915 годовых измерений. И почти во всех случаях, когда Херст строил график зависимости размаха между наибольшим и наименьшим значениями от количества лет, он убеждался, что размах расширяется очень быстро — так же быстро, как разливается Нил. Весь окружающий мир, обнаружил пытливый англичанин, подчиняется одной аккуратной формуле: размах расширяется пропорционально не корню квадратному от количества бросков, как при подбрасывании монеты, а пропорционально



возведенному в степень  $3/4$  (0,73, если точно) количеству наблюдений (рис. 9.1). Странное некруглое число, но оно, утверждал Херст, относится к фундаментальным фактам природы [60].

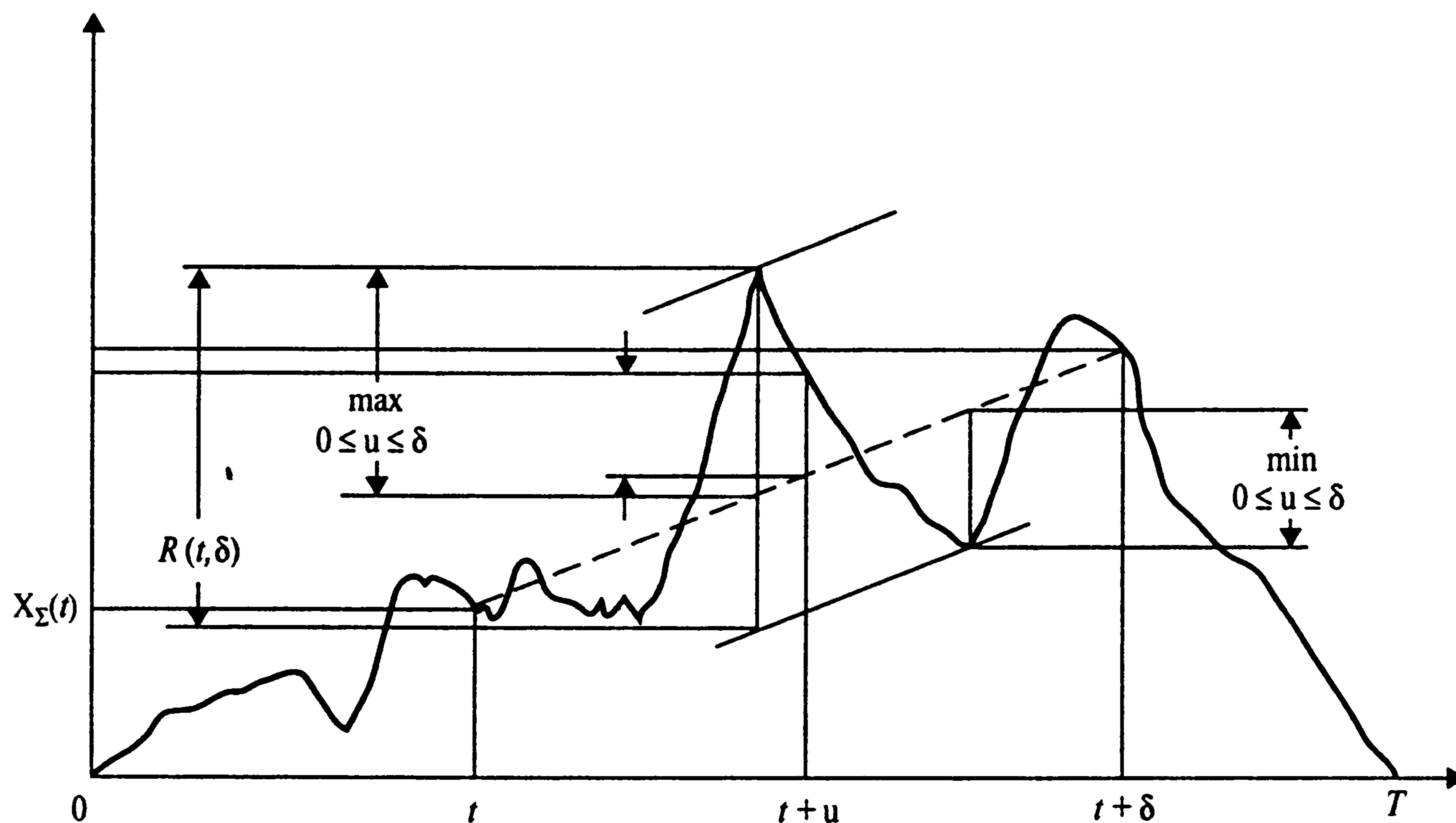


Рис. 9.1. Ширина размаха

Насколько высокой должна быть плотина? Эту проблему пытался решить гидролог Г. Э. Херст, когда изучал Нил. Он нашел новый мощный метод оценки ширины размаха в серии измерений. Херст пытался охарактеризовать полный поток воды возле одного из гидрологических указателей (конкретно — указателя “Рода”) за вычетом исторического среднего значения за много веков. Прислушайся он к общепринятой мудрости экономических статистиков, то начал бы с размаха — разности между максимальным и минимальным значениями. Но Херст нашел лучший способ, который и опубликовал в 1951 и 1955 годах: для временных интервалов различной длительности и с различными начальными моментами он сначала, подгоняя данные, устранял тренд (тенденцию) в каждом интервале, а только затем рассчитывал ширину размаха. Статистики, полагаясь на аналогию с броуновским движением, предположили бы, что ширина лишённого тренда диапазона будет возрастать пропорционально квадратному корню из длительности временного интервала. Но, как в действительности обнаружил Херст, ширина росла быстрее. Такая аномалия, с точки зрения статистиков, не имела смысла, однако Херст упрямо отстаивал обнаруженную им закономерность. Эта история могла бы кануть в прошлое незамеченной, но чистая удача позволяет мне истолковать ее как признак самоповторения в масштабе, или фрактальности. Для выявленного Херстом явления, не нашедшего места в науке того времени, я предложил концепцию долгосрочной зависимости и расширил ее на



финансовые цены. Представленный здесь график можно рассматривать как ценовую диаграмму. Нас интересует интервал от момента времени  $t$  до момента времени  $t + \delta$  (дельта). Исключенный тренд изображен штриховой линией. Разрыв между наибольшим и наименьшим отклонениями от тренда я в своей работе *Mandelbrot 2002* определил как “мостовой” размах.

Гидрологи восприняли открытие скептически. В 1951–1956 годах Херст (ему тогда было уже за семьдесят) опубликовал три очерка о полученных результатах. Каждый сопровождался шквалом печатных комментариев сторонников и противников. Одни предлагали в поддержку выводов Херста дополнительные данные; другие обвиняли его в статистическом трюкачестве. Ф. Э. Шармен, главный инженер по строительству в компании *Sir William Halcrow & Partners*, саркастически заметил, что нашедший связующую нить между годовыми кольцами деревьев, пятнами на Солнце и слоями грязных отложений “сделал бы сенсационный шаг на пути к открытию единого универсального закона природы”. Но в данном случае, продолжил с иронией Шармен, “единственное, что объединяет описанные явления, — анархия”.

Может быть, но формула работает. Например, мы хотим обеспечить перебойное водоснабжение Нью-Йорка в течение столетия. Какой емкости резервуары нам нужны для этого? Ответ дает формула Херста. В 1826–1940-х годах, писал Херст, средний уровень дождевых осадков в этом городе составлял 1067 мм в год; стандартное отклонение равнялось 160 мм. Чтобы покрывать экстремальные значения уровня осадков (в засушливые или в дождливые годы) в течение ста лет, емкость резервуаров, согласно формуле Херста, должна быть достаточной для 16,7 стандартного отклонения, то есть для 2670 мм или 2,5-годовалого запаса. В дальнейшем другие гидрологи на примере других рек подтвердили основные выводы Херста. Собственные расчеты ученого показали, что Нил можно приручить с помощью цепи взаимосвязанных резервуаров среднего размера в верховьях реки, вдали от Египта. Но к тому времени, когда в 1950-х годах было принято решение о начале строительства, новое независимое правительство Гамалы Абделя Насера предпочло приступить к реализации другого, более грандиозного и политически весомого проекта, Асуанской плотины. Правда, и в этом случае расчеты Херста оказались нелишними.



## Отец Время

Далеки друг от друга реки Нил и Чарлз; но впервые я услышал о работе Херста в 1963 году, когда преподавал экономику в Гарварде. Тогда мои лишь недавно опубликованные исследования хлопковых цен только начинали будоражить научную общественность. Однажды по окончании лекции на эту тему ко мне подошел неизвестный человек. По сей день жалею, что не запомнил его имя; очень хотелось бы поблагодарить незнакомца за его слова.

— Знаете, — сказал он по поводу моей теории самоповторения цен в масштабе, — ведь вы обнаружили степенной закон. Но я слышал, что такой закон выявил еще какой-то гидролог для разливов Нила. Возможно, это и несерьезно, а может, здесь есть что-то общее. Я подумал, что вас такое совпадение может заинтересовать.

Сначала я сделал поспешный вывод, что совпадение *наверняка* не случайно. Самоповторение в масштабе и степенные законы присутствуют во стольких явлениях, рассуждал я, так почему бы им не быть и в гидрологических циклах? Проверить гипотезу не представляло труда. Сколь ни удивительно встретить в романтическом, увитом плющом университетском городке такое прозаическое заведение, как Гарвардский центр по изучению водных ресурсов, но оно находилось всего в нескольких сотнях метров от моего учебного корпуса. Работавший там один из ведущих гидрологов, профессор Гарольд Э. Томас-мл. сразу же рассказал мне о наблюдениях Херста. А я столь же быстро провел аналогию между законом Херста и моей хлопковой формулой: диапазон между максимальным и минимальным уровнями разливов Нила изменялся пропорционально стандартному отклонению в степени  $3/4$ , что звучало вариантом схемы колебаний хлопковых цен. Масштабные разливы, подумал я, подобны крупным скачкам цен, а катастрофические засухи соответствуют рыночным кризисам.

Однако великие теории часто заходят в тупик из-за мелких фактов. Все оказалось не так просто, как мне виделось сначала. Изучив работы Херста, я выяснил, что он говорил не о размахе колебаний, а об их точной последовательности. Если рассмотреть собранные им данные в произвольном порядке, то ничего особенного не увидишь; обнаружится банальная, скучная кривая Гаусса. Но меня вся эта история уже задела за живое. Нужно было докопаться до истины. Расследуя хлопковое дело, я обнаружил четкую



корреляцию (связь) между прошлыми и будущими ценами; в свое время только отметил эту особенность, но детально ею не занимался. Свои исследования я проводил, исходя из предположения о независимости каждого отдельного значения цены от предыдущего, отложив изучение последовательности цен “на потом”. Работы Херста стали для меня сигналом, что это “потом” уже наступило. К тому же они имели дополнительное очарование: его исследование касалось столь же древних, как сами пирамиды, событий.

Как прошлое формирует будущее? Философ сформулировал бы этот вопрос по-другому: наши пути определяет судьба или же мы выбираем сами? А вот и математическая версия этого непростого вопроса: зависит ли одно событие от другого? Если событие *B* зависит от события *A*, то наступление события *A* меняет шансы на то, что произойдет событие *B*. Как свидетельствует опыт, шансы баскетболиста попасть в кольцо в третий раз повышаются, если до того он выполнил два успешных броска подряд. Известно, что спортсмены порой показывают целые серии особо ярких достижений, независимо от того, чем это обусловлено — уверенностью в себе или какими-нибудь другими причинами психологического свойства. В какой-то мере успешные броски (удары) взаимозависимы. Но как долго продлится такая “горячая” серия? Прервется ли она после всего одного промаха? Или, чтобы разрушить серию, нужны два, пять промахов? Говоря математическим языком: в течение скольких периодов времени зависимость статистически значима? Посмотрим на проблему с другой стороны. Поставим себя на место зрителя, наблюдающего за баскетбольным матчем с трибун. Сколько промахов должен сделать игрок, чтобы зритель решил, что “горячая” серия этого парня уже закончилась? Три? Семь? То, что на первый взгляд выглядит закономерностью (трендом, тенденцией), не окажется таковой при более пристальном рассмотрении. Как, к своему сожалению, знает каждый биржевой чартист (специалист по диаграммам и графикам), самые случайные и независимые события могут внезапно сгруппироваться и образовать новую тенденцию или цикл.

Экономисты подходят к этому явлению упрощенно. Во-первых, как уже говорилось, большинство финансовых моделей построены на предположении (кстати, ложном), что цена в один день не зависит от предыдущей цены, т.е. якобы мы имеем “случайное блуждание” цен. В то же самое время



для некоторых экономических величин — производства, инфляции, безработицы — некоторая форма зависимости считается нормальной, причем экономисты научились оценивать силу и протяженность этой зависимости. Если в апреле инфляция растет, то насколько вероятен ее рост в мае? А двумя месячными периодами позднее, в июне? Или тремя? Для каждого промежутка времени экономисты оценивают силу корреляции, обозначая величиной  $+1$  событие, которое строго повторяет предыдущее, и величиной  $-1$  — прямо противоположное предыдущему. Ноль, среднее между этими двумя значение, обозначает полное отсутствие зависимости, т.е. события происходят совершенно спонтанно и независимо друг от друга. На шкале корреляции между двумя крайними значениями ( $-1$  и  $+1$ ) может быть бесконечное количество промежуточных. Каждое соответствует определенной краткосрочной зависимости, со своей силой и знаком (положительным или отрицательным). Чаще всего самой сильной оказывается краткосрочная зависимость между смежными периодами, а самой слабой — между далеко расположенными друг от друга периодами. Если построить график зависимостей, от краткосрочных до долгосрочных, то получим быстро убывающую кривую. Скорость убывания разная для разных экономических величин. Например, инфляция “инерционна”: ее кривая убывает достаточно медленно. Однако если она “наберет обороты”, ее трудно остановить, в чем убедились центральные банки многих стран в 1970-х годах. Убывание других экономических величин проходит не плавно; их кривые имеют специфические всплески. В частности, так меняются котировки зерновых акций: всплески наблюдаются через год, поскольку годовой цикл посева и уборки урожая сильно влияет на предложение зерна на рынке. Корреляция такого стандартного макроэкономического показателя, как валовой внутренний продукт страны, постепенно снижается до нулевого значения, но при этом кривая имеет несколько неровностей — часто через несколько лет, затем в период с 15-го по 20-й года, и в период с 40-го по 60-й года. Уже много лет экономисты спорят о причинах этих пиков, так и не находя ясных ответов.

Стоит ли ограничиваться 15 или 50 годами? Работа Херста навела меня на мысль о чем-то более радикальном: о корреляциях, которые убывают со временем, но столь медленно, что, кажется, никогда не исчезнут полностью, как бы далеко назад во времени мы ни возвращались. Возможно ли такое?



Вспомним, что Херста в конечном счете интересовал уровень воды в резервуарах; его формула для диапазона — это в сжатом виде математический аппарат для расчета оптимальной высоты плотины и уровня воды. Допустим, на протяжении нескольких дождливых лет резервуар заполняется. Затем следует череда лет с преимущественно средним уровнем осадков, но резервуар не высыхает, поскольку сказывается эффект предыдущих дождливых лет. Далее идут один за другим ряд засушливых лет, и уровень воды в резервуаре быстро падает. Несмотря на это, в нем остается больше воды, чем было бы в отсутствие последнего дождливого периода; эффект тех лет все еще сказывается. Описанный процесс изображен на рис. 9.2 в виде графика ширины годовых колец одних из старейших деревьев на земле — остистых сосен на вершине Кампито в калифорнийских Белых горах. Кривая начинается, как и большинство подобных диаграмм (их еще называют коррелограммами), с высоких значений корреляции для коротких временных периодов: смежные годовые кольца — отметки роста, разделенные всего одним или двумя годами, — сильно коррелированы. Уже через несколько лет зависимость ослабевает; связь между значениями, разделенными десятилетием или столетием, уже более бессистемна. Тем не менее корреляция ослабевает медленнее, чем ожидалось. В действительности, лишь через 150 лет она становится столь несущественной, что уже невозможно отличить ее от простой случайности с помощью обычных статистических методов. Мне пришлось разработать новые, идею которых подсказали работы Херста. Чем же объясняется связь через столь много лет? Возможно, глобальным потеплением.

Это долгосрочная зависимость. Довольно сложная концепция, поэтому начнем рассматривать ее с примера, который позволит нам понять общую идею. Чистое радиоактивное вещество распадается со временем в геометрической прогрессии. По прошествии периода полураспада остается половина от начального количества; по прошествии двух периодов полураспада остается лишь четверть; затем одна восьмая; а затем практически ничего. Теперь рассмотрим смесь различных радиоактивных веществ с очень короткими, средними, продолжительными и очень продолжительными периодами полураспада. Когда веществ с коротким периодом полураспада уже практически не останется, другие только начнут распадаться; их эффект продолжится. Здесь мы наблюдаем долгосрочную зависимость. Данный пример



вовсе не гипотетический: известно, что на месте ядерного взрыва образуется радиоактивный “гуляш” с большим количеством различных значений периода полураспада. Почти во всех других случаях идея о смеси всего лишь метафора, но она помогла мне использовать концепцию долгосрочной зависимости для объяснения данных, полученных Херстом. Вообще, эта концепция — один из столпов фрактальной геометрии.



Рис. 9.2. Долгая память деревьев

Начнем с какого-нибудь события — скажем, с холодного года, когда рост деревьев замедляется. В следующем году соответствующее годовое кольцо будет таким же, как первое, или шире? А через десять лет? Через сто? Этот график, взятый из *Baillie 1996*, называется коррелограммой. На нем показано, как зависимость между значениями ширины годовых колец деревьев, растущих на горе Кампито в Калифорнии, изменяется со временем. Мы видим длительное и медленное убывание — более медленное, чем ожидалось.

Обратимся к миру финансов. В 1982 году *IBM*, на то время крупнейшая в мире компьютерная компания, решила, что некоторые выскочки в *Apple* угрожают перспективам нового товара *IBM*, названного персональным компьютером. *IBM* действовала не характерным для нее образом — быстро. Отказавшись от идеи задействовать собственные крупные заводы по производству полупроводников и подразделения по разработке программного обеспечения, компания поручила изготавливать микропроцессоры некой



малоуспешной фирме под названием *Intel*, а писать программы для ПК — какому-то ничем не прославившемуся, но толковому малому по имени Билл Гейтс. Конец этой истории ныне общеизвестен: *Intel* и *Microsoft* очень быстро выросли, превзойдя самые смелые ожидания, тогда как *IBM* утратила свои рыночные позиции и уменьшилась в размере. Тем не менее судьбы этих трех компаний до сих пор тесно переплетены. Котировки их акций зависят друг от друга, поскольку успехи или неудачи одной компании отражаются на деятельности и рыночном рейтинге других. Событие более чем 30-летней давности — когда *IBM* выступила для двух новых промышленных гигантов в роли повивальной бабки — и сегодня эхом отражается в котировках акций *IBM*. В результате мы видим долгосрочную зависимость со “сроком давности” более 30 лет. Можно привести пример еще более длительной зависимости: расформирование в 1911 году по решению суда треста *Standard Oil Trust* Джона Д. Рокфеллера и по сегодня сказывается на оставшихся после треста “наследниках” — компаниях *ExxonMobil*, *ConocoPhillips*, *Chevron Texaco* и *BP Amoco*.

Никто не может быть независим от мира. Ни одно действие не остается без последствий. Один из догматов теории хаоса гласит, что в динамических системах результат любого процесса чувствителен к его исходной точке; известное клише гласит: бабочка, взмахнувшая крылом на Амазонке, может вызвать торнадо в Техасе. Я не утверждаю, что рынки хаотичны, хотя фрактальная геометрия — один из основных математических инструментов “хаосологии”. Но несомненно другое: мировая экономика — это бесмерно сложная машина. Ко всей сложности физического мира погоды, урожаев, рудных залежей и заводов прибавляется психологическая сложность людей, действующих в соответствии со своими скоротечными ожиданиями того, что может или не может произойти. Люди, по сути, движимы чистыми иллюзиями. Компании и котировки акций, торговые потоки и валютные курсы, урожай зерновых и товарные фьючерсы — все они взаимосвязаны в большей или меньшей степени, и мы только начинаем понимать природу этих связей. В таком мире влияние давно минувших событий на современность вполне согласуется со здравым смыслом.

В 1960-х годах некоторые старожилы Уолл-стрит, еще помнившие бумажной крах 1929 года и Великую депрессию, предупреждали меня: “Ког-



мы уйдем на покой, что-то будет безвозвратно потеряно. Это что-то — память о 1929-м". Ветераны говорили, что благодаря своей коллективной памяти они действуют осторожнее. Их поколение совместно выполняло функцию внутреннего тормоза, сдерживавшего самые необузданные формы биржевой спекуляции, служило своеобразным страховым полисом против "финансовых эксцессов" и обычно следующих за ними катастроф. Их память обеспечивала практическую форму долгосрочной зависимости на финансовых рынках. Стоит ли удивляться, что в 1987 году, когда многие из этих людей уже не работали, а их мудрость была забыта, рынок пережил свою первую катастрофу за последние без малого 60 лет? Или тому, что два десятилетия спустя мы стали свидетелями самого активного за несколько поколений "рынка быков" и наименее активного "рынка медведей"? В то же самое время стандартная финансовая теория утверждает, что при моделировании рынков значение имеют только сегодняшняя информация и ожидания завтрашней.

## Случайное блуждание

Неплохая идея — долгая память. Но какая от нее практическая польза?

Вернемся к исходному броуновскому движению отдельных частиц в воде. Насколько молекула удалится от своей стартовой позиции через две наносекунды или через два часа? Согласно упоминавшемуся ранее правилу квадратного корня, броуновская частица, движущаяся сто секунд, пройдет приблизительно вдесятеро большее расстояние, чем частица, время движения которой составляет одну секунду. Для стандартных финансовых моделей колебания цен это очень удобное правило. Оно показывает, насколько за заданный период может подняться или упасть цена актива и насколько сильны будут ее колебания в этом широком диапазоне. Броуновское движение — лучший друг банковского экономиста. Если босс попросит его спрогнозировать, каким будет обменный курс доллара и фунта стерлингов через год, экономист прибегнет к ловкому ходу. Исходя из сегодняшнего курса 1,65 долл. за 1 фунт, он назовет не точную цифру, например 1,7 долл., а туманный броуновский диапазон: "Фунт будет стоит 1,55–1,75 долл., и мы можем достаточно уверенно полагать, что курс будет расти в этих пределах, если экономика США не избавится от своих нынешних проблем, если



инфляция в Великобритании будет расти умеренными темпами, если... Делая такие осторожные предсказания, он сохраняет свое место работы, а также возможность и в следующем году предложить начальству очередной “глубокий” прогноз.

Но что произойдет, если обменный курс выйдет за пределы, предсказанные по закону “квадратный корень из времени”? Нашему экономисту не поздоровится. И это вполне вероятная ситуация, если для обменного курса прослеживается долгосрочная зависимость. Движение курса в одном направлении продолжится и на следующий день, и несколькими днями позже. Дневные скачки курса сохранятся, но в долгосрочной перспективе он будет удаляться от исходной точки все дальше и дальше. Теперь, когда мы допустили существование долгосрочной зависимости, курс уже не меняется по чистой, слепой случайности. Появляется закономерность, как и в случае разливов Нила.

Я обозначил эту закономерность латинской буквой  $H$ , в честь Херста, но также из уважения к работавшему над этим еще раньше математику Людвигу Отто Хелдеру. (Странно, но он занимался этой темой просто из любопытства.) Формула начинается, как знакомый нам броуновский случай: пройденное расстояние пропорционально прошедшему времени, возведенному в некоторую степень. Однако теперь эта степень не  $1/2$  (т.е. не квадратный корень). Она может быть любым дробным числом от нуля до единицы, и при каждом получаем совершенно другую последовательность цен. Если  $H$  больше броуновской степени  $0,5$  — скажем,  $0,9$ , — то цена намного удалится от своего исходного значения; ее движение “инерционно” подобно мулу, желающему идти своим путем, независимо от команд погонщика. Конечно, в конце концов она изменит свое направление на противоположное, и в целом приращения цены образуют колоколообразную кривую Гаусса. На каждое движение в прямом направлении придется свое движение в противоположном, но все же однонаправленные движения группируются вместе, как разливы Нила. Теперь рассмотрим противоположный случай:  $H$  меньше броуновской степени  $0,5$  — скажем,  $0,1$ ; цена или частица блуждает меньше. За каждым шагом, как правило, следует шаг в противоположном направлении, затем опять в прямом и вновь в обратном — частые колебания происходят в узком диапазоне. Если вновь прибегнуть



аналогии с погонщиком, то он теперь оседлал испуганную лошадь, которая предпочитает держаться надежной тропы, а не мчаться галопом в темное поле в сторону (влево или вправо) от знакомого пути, повинаясь командам человека.

Следующие диаграммы иллюстрируют сказанное (рис. 9.3). На них показаны не положения точки при броуновском движении, а изменения или шаги вверх либо вниз при переходе от одного мгновения времени к следующему.

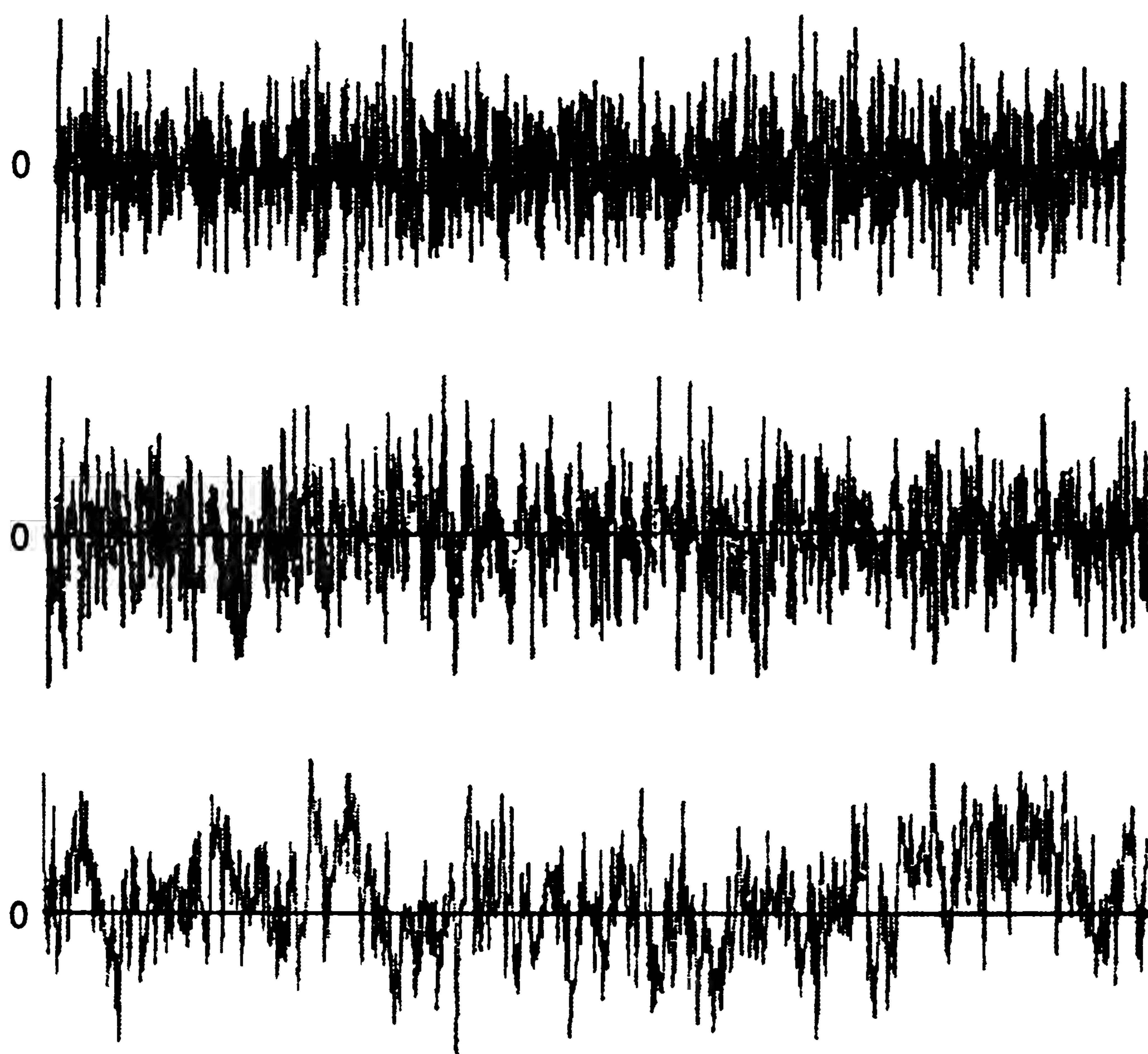


Рис. 9.3. Выявление трендов

Стандартные финансовые модели основаны на предположении, что каждое изменение цены независимо от предыдущего. Но если такое предположение ошибочно? Эти диаграммы, построенные на графическом планшете Calcomp, можно назвать антиквариатом в мире компьютерной графики. Тем не менее они представляют три модели ценовых приращений. Средняя диаграмма показывает стандартную финансовую модель, построенную на предположении независимости каждого изменения цены от предыдущего. В данном случае параметр  $H$ , характеризующий зависимость, равен 0,5. Нижняя диаграмма соответствует случаю, когда цены подчиняются общей тенденции продолжать движение в начальном направлении; другими словами, получаются длинные периоды положительных (или же отрицательных) изменений цены. Здесь  $H = 0,9$ . Верхняя диаграмма иллюстрирует противоположное явление: движение в одном направлении сразу же, как правило, сменяется движением в обратном ( $H = 0,1$ ).



Нижняя диаграмма иллюстрирует “инерционный” случай, когда степень  $H$  велика и результирующие ценовые тренды широки. Средняя соответствует классическому броуновскому случаю. Верхняя — это “антиинерционный” случай, когда степень  $H$  мала и колебания интенсивны, но совершаются в ограниченных пределах. Ввиду того, что  $H$  принимает дробные значения, я назвал сумму этих взаимозависимых приращений “дробным броуновским движением”.

Характерная особенность большинства процессов с долгой памятью — это нарастание и спад *видимых* закономерностей, их возникновение и исчезновение. Они могут “испариться” в любой момент. Подлинная инерционность отсутствует, а поэтому нельзя говорить о предсказуемости таких процессов. Вновь взглянем на инерционные диаграммы дробного броуновского движения, т.е. верхнюю и нижнюю. Можно выделить интервалы, в рамках которых преимущественное видимое направление движения — вверх или вниз, что определяется чистой случайностью. Если попытаться сыграть на таком тренде, то в течение какого-то времени действительно можно выигрывать, но с равным успехом можно и проиграть, если ошибиться в выборе момента времени. Диаграммы могут служить как подсказкой, так и дезинформацией. Мозг выделяет то, что он воспринимает как существующую в исходных данных закономерность, а противоречивую информацию игнорирует. Человек по своей природе хочет видеть в мире порядок и иерархию. Если он их не находит, то просто придумывает.

## Непростой путь параметра $H$

Новым идеям часто приходится пробивать себе дорогу. В 1964 и 1965 г. дах я написал три статьи о своей работе над теориями зависимости и скейлинга (самоповторения в масштабе). К моему разочарованию, на них мало кто обратил внимание. Они противоречили общепринятым взглядам, и поэтому солидные журналы моим статьям были не рады. Некоторые мои друзья предположили, что дело в стиле, а не содержании. Они убеждали меня в том, что журналы больше всего ценят простое и ясное математическое изложение. Я прислушался к советам и предложил сотрудничество молодому математику Джону Ван Нессу, тогда работавшему в Университете Вашингтона.



в Сиэтле, в надежде с его помощью написать более ортодоксальную статью. Однако и наше совместное творение отвергли “из-за отсутствия новизны” (видимо, в этом мне следует винить себя самого, поскольку именно я настоял на обширном цитировании любого математика и экономиста прошлых лет, подошедшего к нашим идеям ближе чем на милю). Наконец, спустя два долгих года после того, как мы написали совместную статью, случайная встреча на каком-то официальном обеде с одним главным редактором дала мне шанс напечататься в 1968 году, правда, в неожиданном издании — журнале *SIAM Review* Общества промышленной и прикладной математики (*Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM)*). Если бы время, которое современный ученый вынужден тратить на то, чтобы пробить себе дорогу, он направлял на исследования, то какие бы научные чудеса мы уже совершили!

Между тем я решил продемонстрировать свои теории на практике. Я начал моделировать систему накопления воды, как в свое время Херст. Пытался сделать это в сотрудничестве с одним гарвардским гидрологом, но его компьютерная программа выдала нам полную чепуху. (В этом он обвинил меня; не всегда научное сотрудничество проходит гладко.) Затем вновь вмешался случай. Осенью 1967 года компания *IBM* приняла к себе на работу бывшего правительственного гидролога и члена гарвардской докторантуры по имени Джеймс Р. Уоллис. *IBM* стремилась, во-первых, идти в ногу со временем и потому хотела создать себе имидж равнодушной к проблемам экологии компании и, во-вторых, сделать экологию, включая систему рек, еще одним рынком для своей компьютерной продукции. С Уоллисом мы работали. Когда подошло время опубликовать наши результаты, мы не стали полагаться на волю случая, а отправились напрямую к главному редактору ведущего гидрологического журнала *Water Resources Research* (Исследования водных ресурсов). Чтобы убедить его опубликовать нашу статью, я подготовил искусные диаграммы моей гидрологической модели, рассчитанные на компьютере, но построенные на мучительно медленном графическом планшете Calcomp. В 1968 году эта машина была передовым краем техники, однако ее “графический продукт” получился слишком бледным, поэтому для публикации в журнале пришлось все диаграммы вручную перевести “жирными” линиями на кальку и лишь затем сфотографировать.



Упомянутый главный редактор журнала, седовласый и сдержанный д-р Уолтер Лэнгбейн, был также высокопоставленным чиновником Геологического управления США. Убедить его казалось нам непростой задачей. Мы встретились с ним и несколькими его коллегами-чиновниками на одной конференции Геофизического союза в Балтиморе. В гостиничном номере мы одну за другой разворачивали перед ним наши распечатки, предложив ему игру: отличит ли он диаграммы, построенные по реальным гидрологическим данным, от фиктивных? А среди фиктивных отличит ли он основанные на моих расчетах дробного броуновского движения от построенных с помощью общепринятых гидрологических моделей? Последние по практическим причинам идентичны тем, которыми оперирует “современная” теория финансов. Д-р Лэнгбейн перерыл ворох бумаг, разбросанный на его кровати, и сразу же нашел несколько подделок, в том числе основанную на одном его собственном исследовании. Это его позабавило, и он рассмеялся. Я понимал, признался он нам, что использовал грубую модель, но не представлял, насколько грубую. После еще нескольких попыток найти подделки д-р Лэнгбейн сдался, поскольку не мог отличить наши модели от реальных данных. Мы показали ему ключ, написанный на обороте каждой иллюстрации, после чего он с большим интересом выслушал наш рассказ о работе моделей и тут же согласился опубликовать статью даже без обычной процедуры научного рецензирования. Такие решительные редакторы — соль земли, но, к сожалению, в научном издательском деле они встречаются редко. Гораздо чаще сталкиваешься с избегающими риска бюрократами, накрепко вцепившимися в свое редакторское кресло [61].

В экономике новые идеи всегда принимались с трудом; непонимание сохранилось и по сей день. Конечно, экономисты тоже говорили о зависимости. В 1965 году Ирма Адельман, в то время адъюнкт-профессор в Университете Джона Хопкинса, написала статью “Длительные циклы — факт или артефакт?” В следующем году Клайв У. Дж. Грэнджер, молодой математик из Ноттингемского университета в Англии (в 2003 году получивший Нобелевскую премию), перешел от вопроса к утверждению. Грэнджер писал, что “типичная” экономическая переменная имеет очень долгосрочные зависимости. Долгосрочные — да, но прав ли был я, когда говорил о бесконечной памяти? *Vade retro, Satanas!* Изыди, Сатана! Однако со временем



Упомянутый главный редактор журнала, седовласый и сдержанный д-р Уолтер Лэнгбейн, был также высокопоставленным чиновником Геологического управления США. Убедить его казалось нам непростой задачей. Мы встретились с ним и несколькими его коллегами-чиновниками на одной конференции Геофизического союза в Балтиморе. В гостиничном номере мы одну за другой разворачивали перед ним наши распечатки, предложив ему игру: отличит ли он диаграммы, построенные по реальным гидрологическим данным, от фиктивных? А среди фиктивных отличит ли он основанные на моих расчетах дробного броуновского движения от построенных с помощью общепринятых гидрологических моделей? Последние по практическим причинам идентичны тем, которыми оперирует “современная” теория финансов. Д-р Лэнгбейн перерыл ворох бумаг, разбросанный на его кровати, и сразу же нашел несколько подделок, в том числе основанную на одном его собственном исследовании. Это его позабавило, и он рассмеялся. Я понимал, признался он нам, что использовал грубую модель, но не представлял, насколько грубую. После еще нескольких попыток найти подделки д-р Лэнгбейн сдался, поскольку не мог отличить наши модели от реальных данных. Мы показали ему ключ, написанный на обороте каждой иллюстрации, после чего он с большим интересом выслушал наш рассказ о работе с моделями и тут же согласился опубликовать статью даже без обычной процедуры научного рецензирования. Такие решительные редакторы — солдаты, но, к сожалению, в научном издательском деле они встречаются редко. Гораздо чаще сталкиваешься с избегающими риска бюрократами, накрепко вцепившимися в свое редакторское кресло [61].

В экономике новые идеи всегда принимались с трудом; непонимание сохранилось и по сей день. Конечно, экономисты тоже говорили о зависимости. В 1965 году Ирма Адельман, в то время адъюнкт-профессор Университете Джона Хопкинса, написала статью “Длительные циклы — факт или артефакт?” В следующем году Клайв У. Дж. Грэнджер, молодой математик из Ноттингемского университета в Англии (в 2003 году получивший Нобелевскую премию), перешел от вопроса к утверждению. Грэнджер писал, что “типичная” экономическая переменная имеет очень долгосрочные зависимости. Долгосрочные — да, но прав ли был я, когда говорил о бесконечной памяти? *Vade retro, Satanas!* Изыди, Сатана! Однако со временем



экономисты начали находить доказательства — в ценах на золото, на нефтяных рынках, в обменных курсах. Но они также обнаружили много рынков, не соответствующих этой теории. Мои собственные исследования показывали, что цена на хлопок и пшеницу и курс британских правительственных облигаций вели себя независимо. При тщательном анализе фактов выяснилась странная вещь: уровень зависимости разный для разных финансовых активов. Этот уровень, кажется, выражается предложенным мною показателем  $H$  размаха “случайного блуждания”. Может ли  $H$  стать новым финансовым критерием, как индекс Доу-Джонса, бета или другие числа, столь любимые на Уолл-стрит?

Я вновь принялся за работу, на этот раз с Мурадом С. Такку, докторским диссертантом (Ph.D.) из Колумбийского университета, у которого я был научным руководителем. Этот молодой статистик также работал у меня ассистентом по исследованиям; он переписал компьютерную программу для проверки фрактальности и оценки  $H$ . Повторюсь, что все это происходило во времена дорогих компьютеров и сложных языков программирования. Машинное время для работы на самом большом “железе” IBM нам предоставили в долгий рождественский уик-энд. Компьютер пожирал горы данных о ценах, которые мы ему скармливали, и выдавал через Calcomp стопки диаграмм. Это исследование подтвердило удивительно сложный диапазон для  $H$ . Так, процентные ставки по кредитам, выданным банками брокерам (“онкольные кредиты” на жаргоне Уолл-стрит), сильно зависимы: для них  $H = 0,7$ , т.е. тренды роста или снижения продолжительны и инерционны, возможно, просто потому, что следуют за общими тенденциями в экономике. Цены на пшеницу и облигации Великобритании имеют  $H = 0,5$ , что говорит о их независимости, как предполагается в стандартной финансовой теории и в моей модели 1963 года для хлопка.

По правде говоря, здесь еще не все ясно. И теорий слишком много. В некоторых говорится, что высокий показатель  $H$  присущ очень рискованной “импульсивной” игре на бирже, когда эмоциональное массовое поведение (“инстинкт толпы”) может легче увлечь инвесторов. И напротив,  $H$ , близкое к 0,5, означает случайный, арбитражный фондовый рынок, который лучше согласуется с классической броуновской моделью работы рынков.



Например, Эдгар Э. Питерс, старший инвестиционный менеджер бостонской компании по управлению фондами *PanAgora Asset Management*, сообщил, что обнаружил высокие  $H$  для ценных бумаг компаний *Apple* (0,75), *Xerox* (0,73) и *IBM* (0,72). Акции с более устойчивой котировкой имели и меньшее значение  $H$ : *Anheuser-Busch* — 0,64, *Texas State Utilities* — 0,54. На валютном рынке некоторые экономисты обнаружили, что валюты, тесно привязанные к доллару США, такие как канадский доллар, имеют почти броуновское  $H$ , т.е. 0,5. Другие, например малазийский ринггит, больше походили на акции высокотехнологичных компаний с высоким  $H$ . Однако к таким исследованиям следует относиться осторожно. Достоверность данных, тщательность анализа и даже фундаментальные исследовательские методы весьма разнятся в разных исследованиях. Так, в 1991 году экономист Массачусеттского технологического института Эндрю У. Лоу опубликовал веское опровержение моих сообщений об  $H$ . Он писал, что в моих статистических тестах легко спутать долгосрочную память с эффектами краткосрочной. Правда, вскоре другие экономисты заявили, что его собственные исследования, в свою очередь, могут быть ошибочными [62]. Отсюда урок: никогда не спеши и никогда не публикуй результаты, полученные с помощью только одного исследовательского инструмента.

Кроме того, вся эта сфера довольно сложна, и одного простого теста для ее исследования недостаточно. Долгосрочная зависимость, полностью описываемая одним только  $H$ , — это особый случай дробного броуновского движения, показанного на рис. 9.3. Также возможно существование множества разных показателей степенной функции. Например, для обменного курса доллара и немецкой марки один из показателей говорит о независимости изменений цены, тогда как другие свидетельствуют о зависимости и именно это верно. Столь сложная ситуация ничем не похожа на простую “современную” финансовую модель, построенную по принципу простой понятной игры в “орла и решку”.

Все здание современной финансовой теории покоится, как говорили раньше, на нескольких упрощающих предположениях. Одно из них о том, что *homo economicus* (“человек экономический”) рационален и эгоистичен. Это предположение ошибочно, как мы уже знаем из истории с иррациональностями, движимыми психологией толпы лопнувшими “пузырями” 1990-х годов.



Следующее предположение: колебания цен образуют кривую Гаусса. И это тоже ложно, что подтверждается обширными исследованиями, которые с 1960-х годов проводили я и многие другие ученые. Не выдерживает критики и предположение о том, что колебания цен, как говорят статистики, распределены независимо и однозначно, подобно результатам подбрасывания монеты, когда каждый бросок никак не зависит от предыдущего. Доказательств краткосрочной зависимости уже накоплено более чем достаточно. А теперь появляются принимаемые все более широким кругом ученых, но все еще небесспорные свидетельства существования долгосрочной зависимости.

Некоторых экономистов при обсуждении долгосрочной памяти беспокоит, что эта концепция подрывает гипотезу эффективного рынка. (Вспомним ее основные положения: цены полностью отражают всю относящуюся к делу информацию; “случайное блуждание” — лучшее метафорическое описание таких рынков; выиграть на таком непредсказуемом рынке невозможно.) На это можно возразить: гипотеза эффективного рынка — всего лишь гипотеза. Не одна прекрасная теория была повержена под градом реальных фактов.

## Долгосрочная зависимость в иллюстрациях

Вновь обратимся к карикатурам. Как показано в предыдущих главах, фрактальная геометрия позволяет синтезировать сложные структуры из начального простого элемента. Мы начинали с приблизительной диаграммы броуновского движения, а затем получили непрерывный ценовой график с “толстым хвостом”. Такой же процесс можно использовать для иллюстрации темы настоящего раздела, посвященного долгосрочной зависимости.

На рис. 9.4 фрактальный инициатор — это, как и прежде, восходящая прямая линия тренда, а генератор — простой ломаный фрагмент из трех отрезков: восходящий, нисходящий, опять восходящий. В случае броуновского движения мы выбирали ширину интервала, равную корню квадратному из его длины (т.е. ширина равна длине в степени  $1/2$ ). Назовем показатель степени  $H$ . Это не совпадение. Как описывалось выше в этой главе, броуновское движение не имеет зависимости, т.е. прошлые и будущие изменения не влияют на другие приращения, а показатель степени  $H$ , описывающий это



движение, равен точно  $1/2$ . Что произойдет, если мы изменим показатель степени генератора этой фрактальной диаграммы?

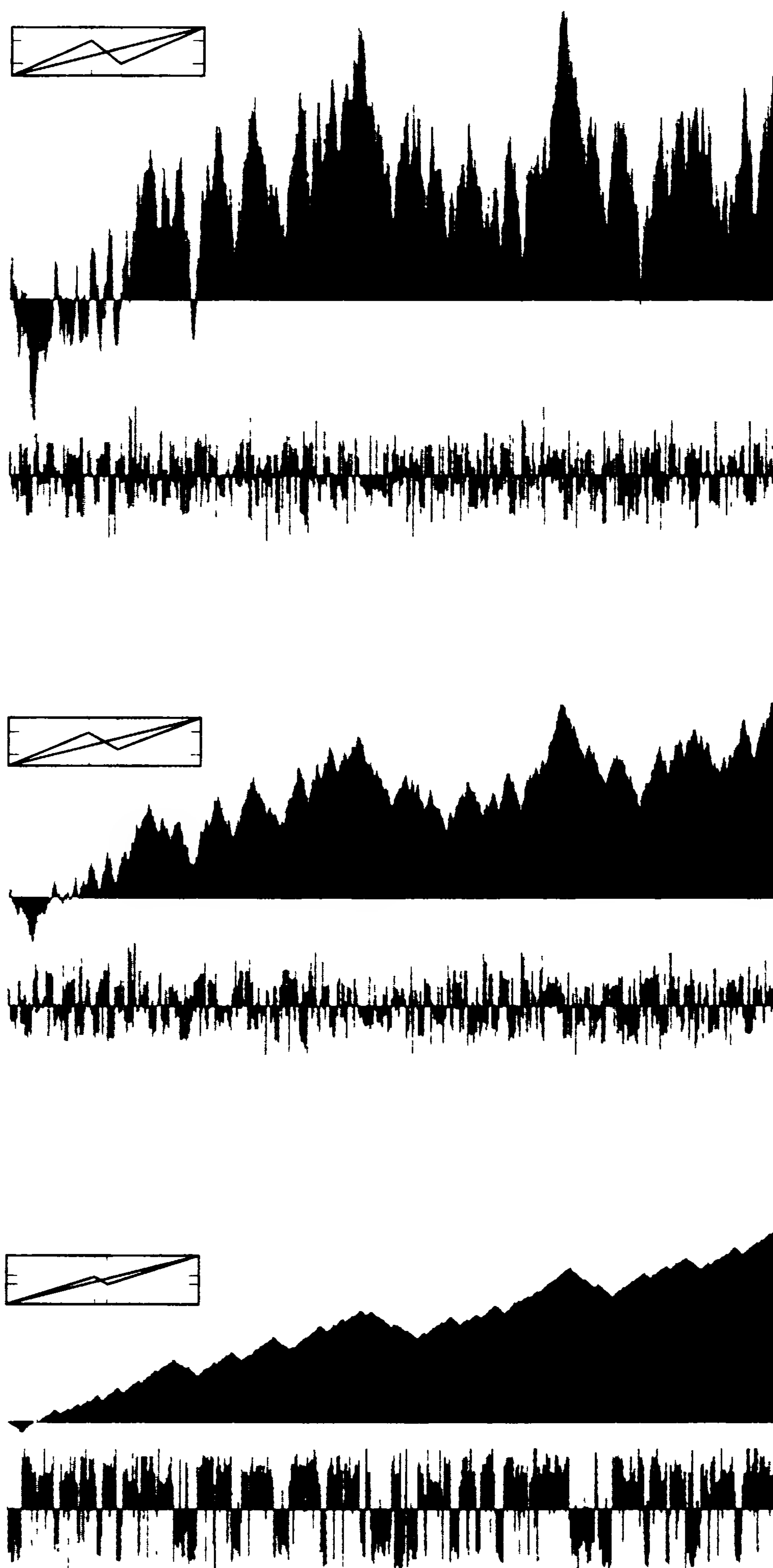


Рис. 9.4. Карикатура долгосрочной зависимости

Концепцию долгосрочной зависимости можно проиллюстрировать с помощью фрактальных карикатур, подобных тем, какие мы уже использовали в этой книге. На среднем блоке изображений представлена стандартная модель независимых изменений цены: показатель зависимости  $H$  равен  $0,5$ . Рядом изображен фрактальный генератор; крайне “рваная” зазубренная диаграмма в черном цвете — это завершенная рандомизированная (случайная) конструкция; под ней диаграмма “ценовых” изменений. Нижний блок изображений соответствует  $H$ , большему  $0,5$ . Это инерционный тренд, что хорошо видно на диаграмме разностей (под



диаграммой в черном цвете): она содержит участки положительных значений, следующих один за другим в течение некоторого времени, после чего начинаются участки, состоящие, в свою очередь, из нескольких отрицательных значений подряд. Верхний блок изображений показывает, что происходит при  $H$ , меньшем 0,5. “Антиинерционность” — прямая противоположность инерционности — продемонстрирована диаграммой в черном цвете, соответствующей бурным колебаниям.







# ГЛАВА 10

## Ной, Иосиф и рыночные “пузыри”

<sup>4</sup>Ибо чрез семь дней Я буду изливать дождь на землю сорок дней и сорок ночей; и истреблю все существующее, что Я создал, с лица земли.

*Бытие 7: 4*

<sup>28</sup>Вот почему сказал я фараону: что Бог сделает, то Он показал фараону.

<sup>29</sup>Вот, наступает семь лет великого изобилия во всей земле Египетской;

<sup>30</sup>после них настанут семь лет голода, и забудется все то изобилие в земле Египетской, и истощит голод землю.

*Бытие 41: 28–30*

Прежде чем продолжить, кратко повторим пройденное. Для науки модели важны. Они помогают нам понимать предмет изучения. Если мы в уменьшенном масштабе смоделируем на компьютере земной климат, или орбиту планеты, или рост экономики, то сможем проверить свои знания. К тому же модели помогают нам в нашей деятельности. В экономике построение модели означает создание нового исследовательского инструмента. Эконометрист, моделирующий дефицит государства по текущим операциям, пытается предугадать будущие валютные курсы. Финансовый аналитик, составляющий модельный портфель ценных бумаг, хочет проверить



свою инвестиционную интуицию и проконсультировать своих клиентов. А банкир, моделирующий рыночную неустойчивость, имеет одну главную цель — оценить риск и по возможности уменьшить его. На Уолл-стрит модели не просто забава. Это высокотехнологичный арсенал, на который расходуются миллионные средства и с помощью которого одна брокерская контора или банк надеется получить небольшое конкурентное преимущество перед всеми остальными.

Последние 40 лет моим математическим хобби было построение масштабных моделей рынков. На пути к моей основной работе, разработке фрактальной геометрии, экономические исследования и финансовые модели стали ключевыми вехами. Как говорилось выше, я приступил к своим исследованиям в начале 1960-х годов. Первыми меня заинтересовали цены на хлопок; затем я перешел к железнодорожным акциям, акциям IBM, процентным ставкам, валютам и другим активам. Мои научные исследования были если и не “случайным блужданием”, то уж точно широкомасштабными. С каждой новой моделью я проверял новые фрактальные свойства “толстые хвосты” и долгосрочную зависимость. В следующей главе эти темы будут объединены понятиями “торговое время” и “мультифракталы”. Но я еще не закончил свое дело; и я до сих пор не верю, что нам когда-нибудь удастся полностью понять такую сложную систему, как глобальная денежная машина. В экономике “теория всего” просто невозможна. Но я верю, что с каждой попыткой мы все больше приближаемся к правильному пониманию принципов работы рынков.

## Пришелец на рынке

Построение модели начинается с простого. Каковы важнейшие факторы о ценовых диаграммах, т.е. каковы те основные характеристики, которые, если свести их к математическим формулам и строкам компьютерной программы, лягут в основу нашего компьютерного моделирования?

Большое видится на расстоянии. Представим себе пришельца с далекой планеты, увидевшего миллионы диаграмм в газетах, журналах, телепередачах и Интернете. Он решает, что они, видимо, важны для землян; в подобном вывода говорит само их количество. Но что они означают, откуда



берутся, почему так разнообразны — это все загадки для инопланетного разума.

Он начинает тщательно их анализировать. В глаза бросаются два очевидных факта: во-первых, цены сильно скачут, во-вторых, их движение кажется беспорядочным. Пришелец узнал, что некоторые из землян пытаются разбогатеть, играя на бирже и угадывая предстоящие тренды, но обычно проигрывают.

Скачки цен бывают действительно большими. Дни небольших колебаний, меньше чем 1%, могут сменяться, чередуясь значительными скачками вверх или вниз, — 3%, 17%, даже 40% за один день. Это бурное изменение — неуправляемое и на вид непредсказуемое движение. Анализируя такие спазмы при движении, быстро убеждаешься, что они не согласуются с аккуратной структурой кривой Гаусса (известной во всей цивилизованной вселенной как воплощение “мягких”, управляемых изменений). Очень больших и очень малых изменений слишком много, а вот средних недостаточно. К тому же наблюдается самоповторение изменений во временном масштабе: соотношение крупных и мелких движений цены сохраняется на месячных, недельных и дневных диаграммах. Действительно, если рассматривать только размах колебаний, но в различных временных масштабах, то все диаграммы выглядят приблизительно одинаково, к тому же все они очень неровные.

Теперь рассмотрим неравномерные тренды. Изменения цены одного размера явно группируются. Крупные изменения часто следуют быстро одно за другим, подобно артиллерийским залпам; затем наступает очередь длинных периодов мелких изменений, вроде треска игрушечных пистолетов. Но и здесь есть самоповторение в масштабе: если рассмотреть в деталях любую группу крупных изменений, то можно увидеть, что она состоит из меньших групп. При переходе к еще более мелким деталям мы обнаружим новые, еще меньшие группы. А это уже фрактальная структура. Интерес представляют не только изменения цены; порой ее уровни тоже демонстрируют своего рода неупорядоченную упорядоченность. Диаграммы иногда поднимаются и ниспадаются длинными волнами или малыми волнами, наложенными на большие. Однако ни одно из этих явлений — кластеры (группы) неустойчивости, или неравномерные тренды, — не напоминает циклы,



волны или другие структуры, характерные для природы в виде, в каком она предстает сквозь призму традиционной науки. Здесь мы не увидим знакомых по старым осциллографам с зеленым экраном синусоидальных и косинусоидальных волн с их постоянными периодами. Эти своеобразные структуры невозможно предсказать; поэтому люди, пытающиеся с их помощью выиграть, часто проигрывают. Несмотря на это, некоторая система здесь присутствует. Как будто диаграммы помнят о своем прошлом. Если ценовые изменения начинают группироваться или сами цены начинают расти, то появляется слабая тенденция к продолжению этого процесса в течение некоторого времени — однако затем, без предупреждения, процесс останавливается. И даже может измениться на противоположный.

Такая картина может кого угодно вывести из себя. Наш пришелец, увидев планету, одержимую столь нелогичной системой, быстро уберется во свояси. Но останутся его наблюдения двух форм беспорядочности: резкие изменения и слабо выраженных циклов. Это две основные характеристики любого финансового рынка; они должны быть учтены во всех предлагаемых моделях.

## Две дуальные формы бурной изменчивости

Чтобы важные научные идеи остались в памяти, они должны сопровождаться именами и историями. Мне пришло на ум, что первая бурная характеристика рынка — резкие изменения или разрывы — предсказана в библейском повествовании о Ное. Когда Ноем шел шестисотый год, Бог повелел быть великому потопу, чтобы очистить грешную землю. И тогда “<sup>11</sup>В шестисотый год жизни Ноевой, во второй месяц, в семнадцатый день месяца, в сей день разверзлись все источники великой бездны, и окна небесные отворились” (Бытие 7: 11). Ной, конечно, выжил. Он подготовился предстоящему потопу, построив достаточно прочный ковчег, который выдержал потоп и длительное плавание. Потоп наступил и закончился. Он был катастрофичен, но преходящ. Ему подобны и рыночные катастрофы. 29,2%-ный обвал 19 октября 1987 года произошел без предупреждения и очевидной причины; в то время казалось, что наступил конец света — финансового света. Меньшие потрясения происходят чаще и имеют более локальный эффект. В действительности плохую финансовую погоду определяют



иерархия турбулентности, структура, масштаб которой со временем меняется в сторону увеличения или уменьшения. Порой даже крупный банк или брокерская фирма выглядит, как утлая лодка в бушующем море.

Вторая бурная характеристика рынка — слабо выраженные циклы — предсказана в повествовании о Иосифе. “<sup>1</sup>По прошествии двух лет фараону снилось: вот, он стоит у реки; <sup>2</sup>и вот, вышли из реки семь коров, хороших видом и тучных плотью, и паслись в тростнике; <sup>3</sup>но вот, после них вышли из реки семь коров других, худых видом и тощих плотью, и стали подле тех коров, на берегу реки; <sup>4</sup>и съели коровы худые видом и тощие плотью семь коров хороших видом и тучных. И проснулся фараон, <sup>5</sup>и заснул опять, и снилось ему в другой раз: вот, на одном стебле поднялось семь колосьев тучных и хороших; <sup>6</sup>но вот, после них выросло семь колосьев тощих и иссушенных восточным ветром; <sup>7</sup>и пожрали тощие колосья семь колосьев тучных и полных” (Бытие 41: 1–7). Иосиф, раб-еврей, назвал эти сны пророческими и так истолковал их: семь голодных лет последуют за семью годами благоденствия. Он посоветовал фараону накопить зерно и так подготовиться к трудным временам. Пророчества сбылись: “<sup>56</sup>И был голод по всей земле; и отворил Иосиф все житницы, и стал продавать хлеб Египтянам. Голод же усиливался в земле Египетской. <sup>57</sup>И из всех стран приходили в Египет покупать хлеб у Иосифа, ибо голод усилился по всей земле” (Бытие 41: 56–57). Судя по прибыли, полученной Иосифом и фараоном, проницательного раба можно назвать первым международным арбитражером. Закономерность, известная из работы Херста о Ниле, проявляется и на рынках. Крупное 3%-ное изменение акций *IBM* в один день может предшествовать 2%-ному скачку в другой день; затем произойдет 1,5%-ное изменение, а еще через какое-то время — 3,5%-ное. Такое впечатление, что первый скачок эхом разносится в течение еще нескольких дней торгов. Конечно, это неправильная и непредсказуемая схема, но она выглядит именно так. За этим, во многом случайным, процессом стоит влияние долгосрочной зависимости — или, говоря по-другому, долгосрочная память, благодаря которой прошлое продолжает влиять на случайные флуктуации настоящего.

Я назвал эти две отдельные формы бурного поведения *эффектом Ноя* и *эффектом Иосифа*. Они — две стороны одной реальности. И одну, и другую, но обычно обе одновременно, можно обнаружить на многих финансовых



диаграммах. Они комбинируются, как два первичных цвета. Красный смешивается с голубым, образуя бесконечную палитру пурпурных и фиолетовых оттенков. Факты говорят о том, что каждый отдельный рынок — пшеницы, хлопка, доллара и иены, акций *Standard & Poor's* и *General Motors* — может иметь несколько разный оттенок, т.е. разную комбинацию двух форм бурного поведения.

Для измерения этих двух эффектов я разработал новые статистические инструменты. Некоторые базируются на  $\alpha$  (альфа), ранее упомянутом индексе. Рынок с низким  $\alpha$  — рискованный, на нем возможны бурные колебания цен. Рынок с более высокими  $\alpha$  меньше отличается от классического “рынка подбрасывания монеты”. Другие мои статистические тесты относятся к  $H$ , описанному ранее коэффициенту Херста для долгосрочной зависимости.  $H$ , равный 0,5, означает, что каждое изменение цены независимо от предыдущего. Большой  $H$  говорит об “инерционности” данных, т.е. о том, что их изменения происходят в одном направлении. Меньший  $H$  свидетельствует об “антиинерционности”, т.е. о взаимной компенсации противоположных по знаку изменений.

Чтобы отделить друг от друга эти два эффекта, оценкой которых служат  $H$  и  $\alpha$ , я разработал статистический тест (или критерий), который называю “анализ с помощью масштабных преобразований”, или  $R/S$  — сокращение обозначающее отношение разброса к стандартному отклонению [63]. Этот тест, который статистики называют “непараметрическим”, поскольку не строится на упрощающих предположениях об организации данных, после чего их можно свести к таким обычным и применимым к гауссовому распределению параметрам, как среднее значение и дисперсия. Идея проста: эффект Иосифа зависит от точного порядка событий, тогда как эффект Ноя — от относительных размеров каждого события. Если переименовать данные, как колоду карт, эффект Иосифа, независимо от его начальной силы, полностью исчезнет. Теперь мы и до, и после тасования можем увидеть только достоинство карты — относительный размер события, или эффект Ноя. Чтобы завершить тест, сравним колоду до и после тасования. Если обнаружится разница, ее можно объяснить долгосрочной зависимостью исходных данных; видимо, точный порядок следования был важен для исходных данных, и степень этой важности можно оценить. Отсутст-



разницы означает, что изначально присутствовавшей зависимостью можно пренебречь ввиду ее незначительности. Так мы получаем оценку долгосрочной зависимости.

При некоторых обстоятельствах эти два эффекта могут оказаться настолько взаимосвязанными, что  $H$  просто равен  $1/\alpha$ . В частности, для случая игры с монетой  $H$  равен  $1/2$ , а  $\alpha = 2$ . С математической точки зрения связь между этими двумя эффектами довольно сильна; ее называют двойственной.

## Веская причина для “пузырей”

Как именно эти два эффекта — Ноя и Иосифа, зависимость и разрывы,  $H$  и  $\alpha$  — взаимодействуют на рынках? По меньшей мере один выявленный мною рыночный механизм естественным образом приводит к другому. Допустим, например, что на ценовой диаграмме мы обнаружили слабо выраженный тренд: несколько недель, 70% дней которых показали рост курса акций. Конечно, эта закономерность в конце концов прерывается; в противном случае мы получили бы уже явный тренд (а не слабо выраженный), который продолжится и в следующие несколько недель, и могли бы сыграть на нем и заработать. Но когда слабо выраженный тренд наконец прерывается, это происходит очень быстро. Может быть резкий скачок вниз или разрыв. Или, если вернуться к библейской метафоре, получаем эффект Ноя по образцу эффекта Иосифа.

В качестве примера из реального мира рассмотрим инвестиционные “пузыри”. Их можно принять за случайные бедствия, но ведь происходят они постоянно и независимо от размеров явления — будь то общий рыночный показатель, подобный индексу Доу-Джонса, или индивидуальные активы, например муниципальные облигации. Традиционная экономика говорит нам, что инвестиционные “пузыри” всего лишь “иррациональные” отклонения от нормы, вызванные алчностью биржевых спекулянтов, массовой жадностью или каким-нибудь другим неприятным фактором. Но в определенных обстоятельствах такие отклонения могут оказаться вполне рациональными и проистекать из комбинации эффектов долгосрочной зависимости и разрывов.

Рассмотрим рис. 10.1. Допустим, мы отслеживаем цену какого-нибудь сельскохозяйственного товара, скажем, пшеницы. Построим простую, состоящую



из двух частей модель. Первая учитывает теоретическую “реальную” цену (удельную, за один бушель (мера объема, равная 36,3 литра)) предстоящего урожая. Если в какой-то отдельный день стоит хорошая погода, виды на урожай улучшаются и теоретическая цена немного уменьшается. Предположим, один день хорошей погоды снижает цену на один цент за бушель. В плохую погоду цена растет на такую же величину. Если погода “средняя”, то цена не меняется. Переходим ко второй части нашей модели — фактическая цена на рынке. Она легко может намного удалиться от “реальной” цены, если инвесторы не сделают идеальных прогнозов о том, сколько же будет стоить пшеница после уборки урожая. Конечно, к этому моменту две цифры, реальная и рыночная, сольются, иначе даже самый реальный урожай никогда бы не перешел от продавцов к покупателям.

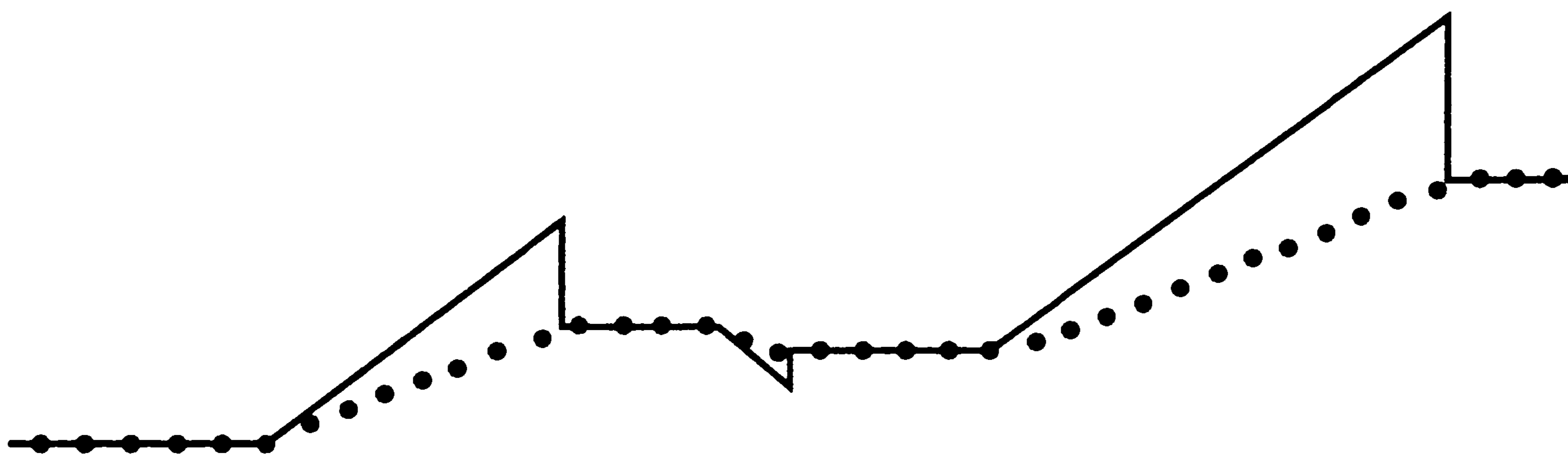


Рис. 10.1. Лопающиеся “пузыри” (1)

Можно легко увидеть, как формируется ценовой “пузырь”. Пунктирная линия показывает рост теоретической, “реальной” цены за бушель пшеницы по мере приближения времени уборки урожая. Каждая точка соответствует одному дню. С каждым днем плохой погоды цена вырастает на один цент за бушель. Сплошная линия показывает рыночную цену. Пока погода остается плохой, цена быстро растет, поскольку люди опасаются, что погода еще больше ухудшится; вскоре цена заметно превышает реальную. Однако при малейшем прояснении погоды цена резко падает, поскольку люди понимают свою ошибку, а именно слишком оптимистичские ожидания будущих барышей.

Но колебания цен до этого момента могут быть очень большими. Например, если наступит длительный период плохой погоды, то реальная цена начнет постепенно расти, скажем, на один цент в день. Однако рыночная цена будет увеличиваться быстрее, поскольку инвесторы беспечно полагаются на то, что погода еще ухудшится. И вот погода меняется. Цена резко возвращается к реальному значению, поскольку инвесторы понимают, что были слепы.



оптимистичны, и теперь спешат продать товар, пока не поздно. Эта схема — завышение цены с последующим быстрым падением — повторяется непрерывно. Завышение, падение, эффект Иосифа, затем эффект Ноя, вновь и вновь. Насколько велико завышение? Его можно оценить постфактум по действительным цифрам спроса и предложения или теоретически, зная  $\alpha$ , которую мы находим в рыночных данных. Однако для всех работающих на реальном рынке это слабое утешение. Они не могут однозначно предсказать погоду на завтра, следовательно, не могут точно назвать момент, когда лопнет “пузырь”. В результате цены скачут от завышенных к заниженным и от заниженных к завышенным.

Такую же пилообразную ценовую диаграмму можно смоделировать для акций. Роль пшеницы исполняет промышленная компания, а место погоды занял экономический климат, который либо помогает, либо мешает росту котировки акций компании. Котировка то чрезмерно повышается, то быстро падает. Чем дольше длится рост, тем выше надежды инвесторов на продолжение этого роста.

Не отражает ли этот эффект история “Интернет-пузырей”? Рассмотрим *Cisco Systems*. Эту компанию, крупнейшего производителя устройств для управления Интернет-трафиком, считали своего рода *General Motors* информационной эры, потому что она создала “шасси” и “двигатели”, на которых поедет вся остальная новая экономика. Компания добилась чрезвычайно высокого роста доходов: ежегодно в среднем 53% в период 1995–2000 годов. Уолл-стрит ожидала столь же невероятного роста прибыли — 20%. Инвесторы надеялись на еще больший рост, и благодаря этим ожиданиям котировка акций *Cisco* взлетала в среднем на 101% в год в течение 1990-х годов. Рыночная стоимость компании достигла почти 500 млрд. долл. Одна игравшая на повышение брокерская контора, *Credit Suisse First Boston*, разослала всем своим клиентам инвестиционный циркуляр, озаглавленный “*Cisco* может стать первой компанией, чья рыночная стоимость превысит один триллион долларов”. Звучало слишком хорошо, чтобы быть правдой. Конечно, “пузырь” лопнул, и акции компании резко упали. Вся эта история показана на рис. 10.2. Здесь, как и на рис. 10.1, фактическая цена больше теоретической. И это при том, что инвесторы *Cisco* не были иррациональными. Они видели, что компания растет, и просто спрогнозировали ее будущий рост.



Они знали, что рано или поздно этот рост прекратится, но когда именно. На финансовом рынке, где переплелись долгосрочная зависимость и разрывы, узнать это невозможно. Будущее сокрыто пеленой тумана и сомнениями.

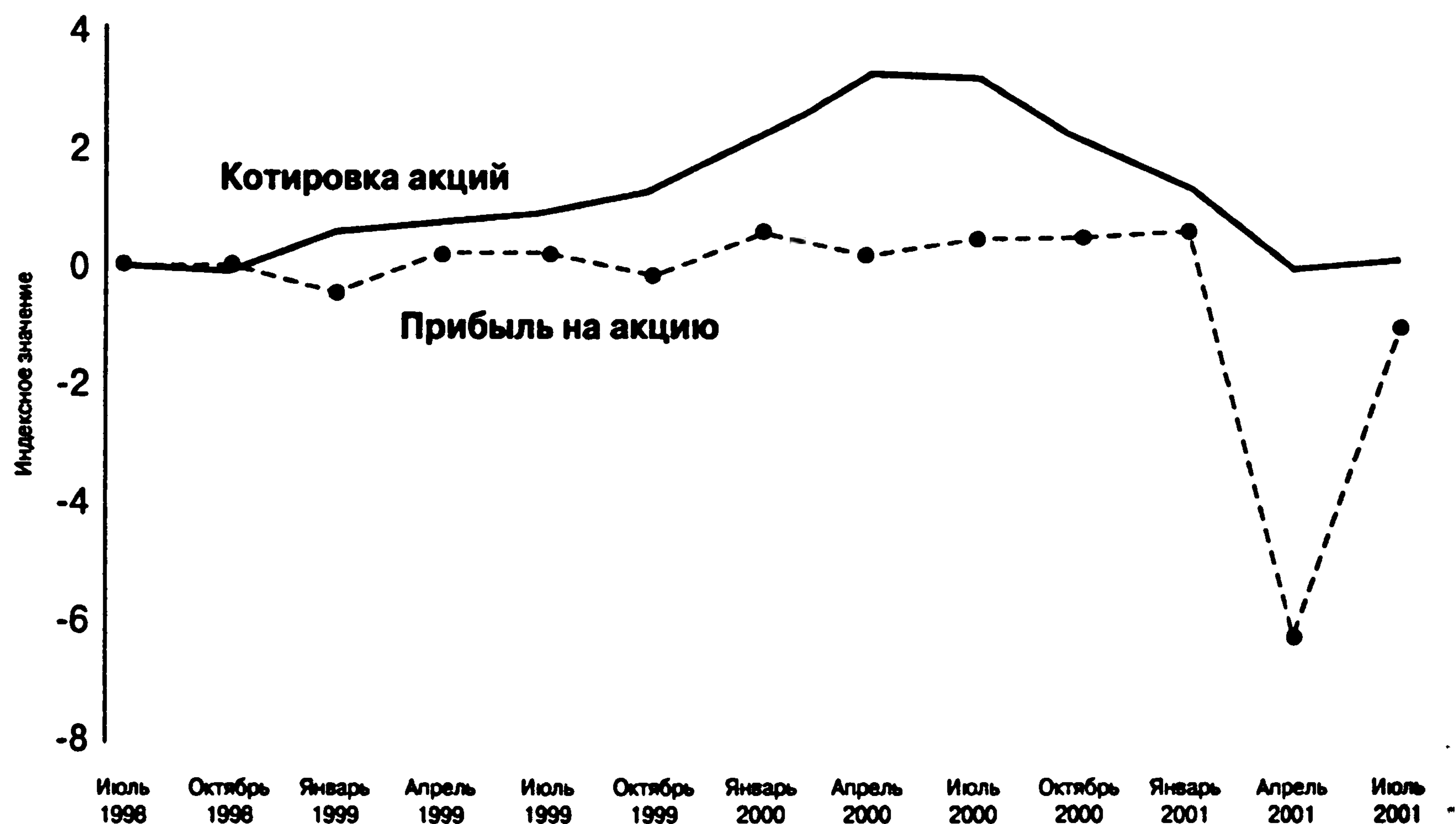


Рис. 10.2. Лопающиеся "пузыри" (2)

Правда удивительнее вымысла. Видно, как квартальная котировка акций компании *Cisco Systems*, типичнейшего "Интернет-пузыря", отделилась от общепринятой оценки их "реальной" стоимости — квартальной чистой прибыли на одну акцию. Как и на диаграмме теоретического "пузыря" (см. рис. 10.1), на данной реальной диаграмме мы видим, что исполненные энтузиазма инвесторы экстраполировали тенденцию прибыли 1999 года на цену акций, которая в результате этого стала расти. В 2000 году рост прибыли прекратился, инвесторы начали трезветь, а "пузырь" — сдуваться. Когда же в 2001 году *Cisco* впервые сообщила о квартальных убытках, котировка акций вернулась на землю.



## ГЛАВА 11

# Мультифрактальная природа торгового времени

Представим себе валютного трейдера, согнувшегося над информационным терминалом агентства *Reuters*. Обменный курс иены и доллара постоянно скачет вверх и вниз, от зеленого к красному. Иногда торги идут бойко. Бегущей строкой внизу экрана непрерывно поступают новости. Вокруг нашего трейдера оживленно жестикулируют и кричат его коллеги. Без умолку звонят телефоны. Клиенты бомбардируют брокеров электронными приказами. Объем торгов нарастает, цены взлетают. В такие дни люди теряют или зарабатывают целые состояния. Время летит! Время, вперед!

Но бывают периоды, когда время течет медленно. Новостей нет, только усталые отчеты от штатного финансового аналитика биржи, которые лениво просматривают брокеры. Клиенты будто взяли краткосрочный отпуск. Торговля вялая. Цены стоят на месте. Больших денег сейчас уже не заработаешь. Работники биржи могут позволить себе продолжительный обед. Время тянется медленно и лениво.

Слишком литературное описание? Вовсе нет. Именно так в действительности работает финансовый рынок. Представим на мгновение, что мы зяли тикерную ленту (бумажная лента, на которую оперативно выдается текущая финансовая информация на Нью-йоркской фондовой бирже или валютные котировки агентства *Reuters*) и прокрутили ее в ускоренном или замедленном режиме. Когда цены скачут, мы замедляем ленту; на ней содержится так много информации, что просмотреть ее всю можно только с



помощью кнопок “Пауза” и “Просмотр”. Когда торги замедляются, мы ускоряем ленту, поскольку информации мало и мы успеваем ее “переварить”. Именно так и следует анализировать финансовый рынок — и именно так работают мои лучшие математические модели рынка. Они построены на “мультифрактальном” процессе: обычное время преобразуется в уникальную форму “торгового времени”, на основе которого затем генерируется ценовая диаграмма. Но процесс может идти и в противоположном направлении. Он начинается с обычной ценовой диаграммы, которая разбивается на два первичных компонента: процесс, изменяющий время, и процесс генерирующий цену. Так создается рабочая модель рынка, которую можно использовать для оценки риска, анализа инвестиций и защиты от краха.

Ключ к моделированию — мультифракталы, тонкая и прекрасная тема. Вспомним определение фрактала: структура или объект, части которого подобны целому, но в меньшем масштабе. И, как следствие, мультифрактал — это структура или объект, в которых присутствует более одного масштабного коэффициента, т.е. некоторые части целого уменьшаются быстрее, другие — медленнее. Можно сказать и по-другому. Фрактал подобен объекту, изображенному черным и белым цветами: точка, принадлежащая фракталу, — черная, а не принадлежащая — белая. Определение мультифрактала сложнее: это объекты, имеющие полутона, оттенки серого. Поскольку наш мир не черно-белый, изучение мультифракталов позволяет лучше понять многие аспекты природы. Например, золотоносная руда распределена равномерно по планете, а сосредоточена в месторождениях точно так же отдельные регионы планеты нефтеносны, другие же — нет. Скорость ветра в штормовой день не равномерна, поскольку периоды сильных порывов ветра перемежаются легким бризом.

Таким же образом ценовые изменения на финансовом рынке образуют периоды высокого драматизма и медленной эволюции. Я начал свои исследования финансов с хлопка и эффекта Ноя — бурных ценовых колебаний и “толстых хвостов”. Через несколько лет я продолжил свою работу, взявшись за эффект Иосифа как побочный продукт исследования разницы Нила. Это взаимосвязь ценовых изменений во времени, или “долгая память”. Следующий шаг вперед я сделал еще через несколько лет, на этот раз изучая ветер. Речь идет о прерывности турбулентности. Для полноты



описания пути, приведшего меня к мультифрактальности как инструменту этого исследования, требуется слишком много времени и места. Поэтому скажу лишь, что процесс мне частично был знаком. Модель порыва ветра, впервые опубликованная в 1972 году и приведенная в главе 6, напомнила мне о том, как неустойчивость цен на хлопок меняется от месяца к месяцу. Вторую подсказку я почерпнул из анализа: мои самые ранние мультифракталы имеют хвосты, отражающие некоторое распределение по степенному закону [64]. Вскоре после этого я обнаружил, что все мультифракталы проявляют эффект Ноя, но в разной степени: изменения могут быть резкими и интенсивными, как вспышка солнечной активности или крах на Нью-йоркской фондовой бирже. К тому же все мультифракталы проявляют эффект Иосифа, т.е. каждая часть исследуемого объекта, будь то карта скоплений галактик или совокупность процентных ставок казначейских векселей, влияет на все другие части. Сведенные вместе в мультифрактальной модели, эффекты Ноя и Иосифа отражают функционирование рынка, показывая, что он высокорискован и пронизан взаимными связями.

При развитии любой теории реального мира всегда приходит понимание, что мир не черно-белый, а состоит из оттенков серого. Поэтому еще в 1975 году я распространил на все области исследований идею о том, что эффективно улучшить почти любую фрактальную модель можно, заменив ее мультифрактальной [65].

## Последние карикатуры

“Красота в простоте” — так обычно говорят о хороших моделях. Поэтому мы вернемся к фрактальным карикатурам, иллюстрирующим объединение основных концепций фрактального анализа рынка. Наша цель — простота, но не чрезмерная. Приведенные ниже карикатуры будут менее реалистичны, чем моя любимая модель, но тем не менее проиллюстрируют суть всех рыночных эффектов, от исходной идеи Башелье о броуновском движении до Ноя, Иосифа и их обоих вместе.

Сначала кратко повторим все старые темы, для чего подведем своеобразное резюме предыдущих карикатур. Финансовые карикатуры появляются из простого “семени” и постепенно усложняются. Мы начинаем с восходящего прямого отрезка в ячейке. Затем к процессу подключается генератор,



фигура молниевидной (ломаной) формы, которая накладывается на исходный прямой отрезок. Далее каждый раз, как появляется новый прямой отрезок, мы заменяем его уменьшенной копией генератора. Процесс повторяется вновь и вновь, во все меньшем масштабе. И постепенно формируется зигзагообразная диаграмма, которая лишь отдаленно похожа на реальную.

Более жизненной она становится, если мы начинаем играть с генератором. От его формы сильно зависит конечный результат. Можно изменить количество точек перелома — от исходных двух до одной, трех или любого числа. Плавающими могут быть и координаты этих точек перелома. На броуновской диаграмме сохраняется точное соотношение между шириной и высотой каждого интервала генератора. Как мы помним, действует степенной закон, а именно: высота каждого интервала равна квадрату из его ширины (т.е. высота равна ширине в степени 1/2). Но выбирая другую степень, мы генерировали диаграммы с разными уровнями долгосрочной зависимости. Добавив вертикальные скачки, мы получили диаграммы хлопковых цен с “толстыми хвостами” и разрывами.

По сути, мы получаем бесконечное разнообразие диаграмм. Я настоятельно рекомендую читателям проделать это самостоятельно, на компьютере или даже вручную, с помощью карандаша и бумаги (хотя придется запастись терпением и свободным временем). Достаточно выбрать генератор любой формы, накладывать его на прямые участки и наблюдать за тем, какая появляется диаграмма. Многие полученные таким образом диаграммы окажутся чрезвычайно сложными, не похожими на знакомые нам “реальные” ценовые, но также мы получим и вполне реалистичные диаграммы. Разнообразие результатов столь велико, что на начальном этапе моих исследований я вынужден был сортировать полученные диаграммы по используемым генераторам. Гибкость метода изображена на рис. 11.1 — “панорама одного семейства финансовых мультифрактальных карикатур. Следует обращать внимание на то, какой генератор использован в каждом случае. При изменении расстояния между точками перелома генератор меняется упорядоченно (систематически), и так же упорядоченно (систематически) будет меняться форма фрактальной ценовой диаграммы.



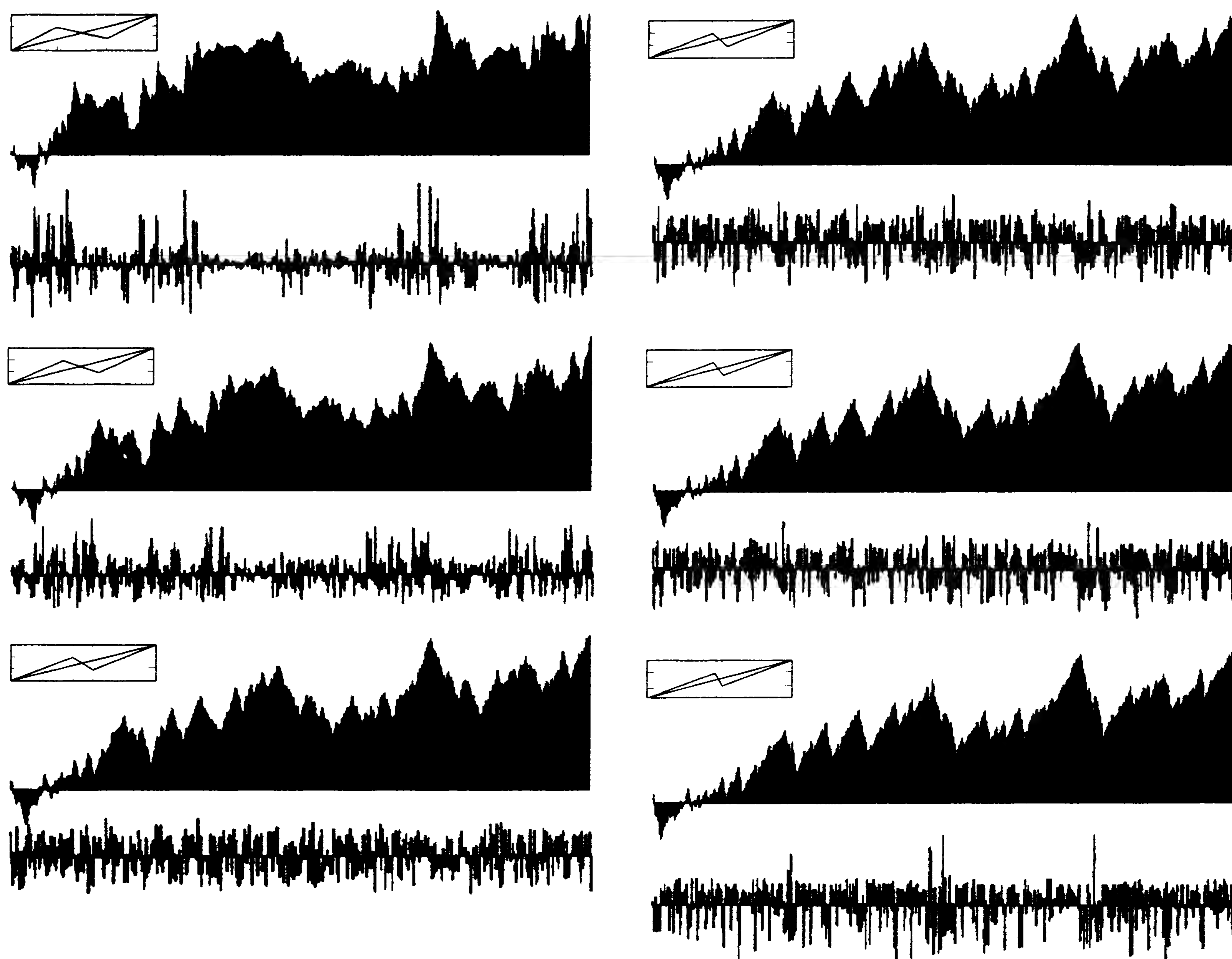


Рис. 11.1. Панорама финансовых мультифракталов

Как мы демонстрировали уже несколько раз, фрактальные карикатуры моделируют различные ценовые диаграммы. На этом рисунке приведена уже известная нам броуновская модель (третья сверху) и представлены пять новых вариантов. Каждый вариант получен изменением формы ломаного генератора (показан слева вверху возле каждой из шести диаграмм). Перемещая две точки перелома по горизонтали, сближая их или удаляя друг от друга, мы меняем итоговую фрактальную диаграмму. А каждая соответствующая диаграмма изменения цены (они расположены под диаграммами в черном цвете) отражает эти изменения. Первая сверху диаграмма соответствует наибольшему расстоянию между точками перелома. Как видно, колебания цены очень сильные; эта искусственная ценовая диаграмма похожа на реальную. Последняя диаграмма (первая снизу) соответствует наименьшему расстоянию между точками перелома. Хотя здесь колебания тоже сильны, диаграмма выглядит менее реалистично. Теория мультифракталов предлагает инструменты для характеристики различий между диаграммами.



## Мультифрактальное время

Как эти генераторы соотносятся между собой? В некоторых случаях они связаны очень тесно. Мы можем разработать генератор, который в определенном смысле наследует характеристики двух других генераторов. На следующей диаграмме я покажу, как два исходных (“родительских”) генератора — “отцовский” и “материнский” — взаимодействуют и дают новый “детский” генератор, имеющий характеристики двух исходных. Речь идет просто о математической игре? Вовсе нет. Как мы увидим далее, такой прием увеличивает разнообразие финансовых фракталов.

Рассмотрим оси на рис. 11.2. Они обозначены  $t$ ,  $\theta$  и  $P$ . Первая переменная — это обычное время; третья — цена. Вторая (средняя), обозначенная греческой буквой тета ( $\theta$ ), использована для дополнительной шкалы, названной “торговое время”. Семейство начинается с “родителей”. “Отец” преобразует обычное время в торговое. “Мать” преобразует обычное время в цену. При слиянии этих двух генераторов получаем “детский”, преобразующий “отцовское” торговое время в цену по правилам “материнского” генератора. Наконец, используя “детский” генератор, строим полную фрактальную ценовую диаграмму, которая будет вариантом одной из шести диаграмм на рис. 11.1. Это достаточно реалистичная финансовая диаграмма, полученная растяжением и сжатием времени. Здесь вполне уместна метафора, обычная для нашего времени (которое началось около полувека назад с открытия двойной спирали): каждый “родитель” передает “ребенку” половину хромосомы.

На рис. 11.3 изображен “фрактальный рыночный куб” — трехмерный эскиз процесса генерации цены. На левой стенке находится фрактальная диаграмма, полученная с помощью “материнского” генератора. Это вариант карикатурной и построенной на основе броуновского движения ценовой модели, в которой использован наш исходный генератор, состоящий из трех звеньев (восходящего, нисходящего, восходящего) без случайной их перестановки. Такой генератор обусловил “правильное” поведение диаграммы. Вторая фрактальная диаграмма, полученная с помощью “отцовского” генератора, умеренно колеблется вокруг диагонали нижней грани. Этот генератор преобразует обычное время в беспорядочное мультифрактальное торговое, которое движется рывками, то ускоряясь, то замедляясь. Линии



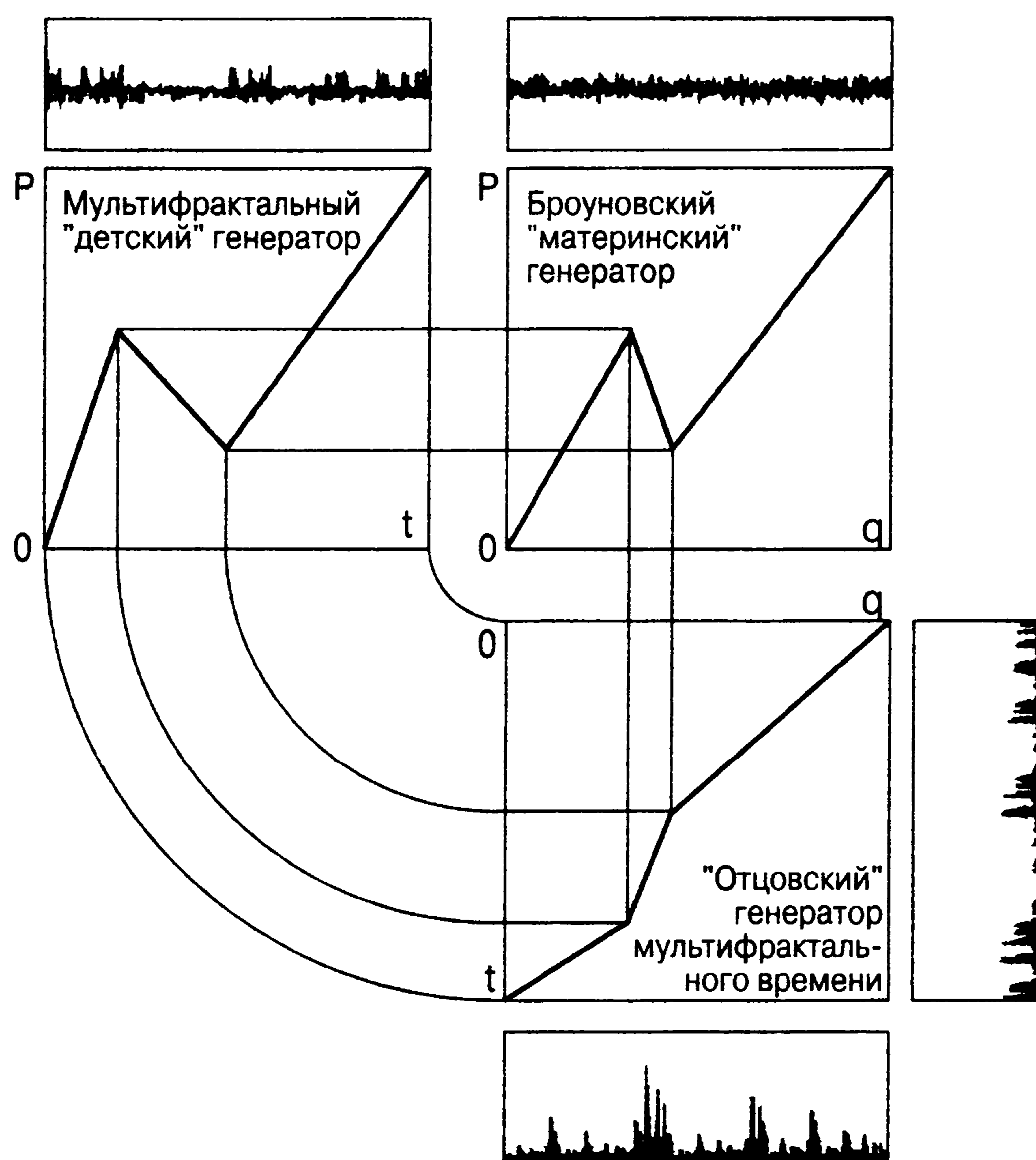


Рис. 11.2. “Детская” теорема

На рис. 11.2 показано, как два генератора передают свои характеристики третьему. “Материнский” генератор (правый верхний) — это броуновское движение в обычном времени, что видно по диаграмме приращений (она изображена над генератором). “Отцовский” генератор (правый нижний) преобразует обычное время в новую шкалу времени, названную торговым временем. Восприняв “отцовское” торговое время, “материнский” генератор создает мультифрактальный “детский” генератор (слева). “Детская” диаграмма приращений, изображенная над “детским” генератором, весьма похожа на подлинную ценовую диаграмму. Неравномерная природа торгового времени (которое то идет быстрее, то замедляется) показана на двух диаграммах приращения времени, расположенных справа и снизу от “отцовского” генератора. Как и на рис. 11.1, горизонтальное перемещение точек перелома генераторов — это основной шаг данного фрактального процесса. При увеличении расстояния между точками перелома “материнского” генератора получаем “детский” генератор. Я назвал свое открытие “детской” теоремой из-за простоты ее математического доказательства, хотя у нее разнообразные применения... Впрочем, это обычная ситуация в науке.

проведенные перпендикулярно к “материнской” диаграмме и вертикально вверх от “отцовской”, пересекаются вверху; линии, проведенные через точки пересечения перпендикулярно к правой стенке, образуют на ней “детскую”



ценовую диаграмму. Это итоговая финансовая диаграмма. Она интенсивно колеблется. Имеет большие скачки и “толстые хвосты”, которые встречаются на реальных ценовых диаграммах, а также долгосрочную зависимость и инерционность, которые тоже присущи настоящим диаграммам. “Детская” диаграмма выглядит совершенно так же, как диаграмма колебаний котировок акций или обменного курса. И снова прибегнем к метафоре: это не комбинация, а сплав двух исходных металлов (как латунь — сплав олова и меди). Подобно сплаву, диаграмма ведет себя иначе, чем каждый из исходных металлов в отдельности.

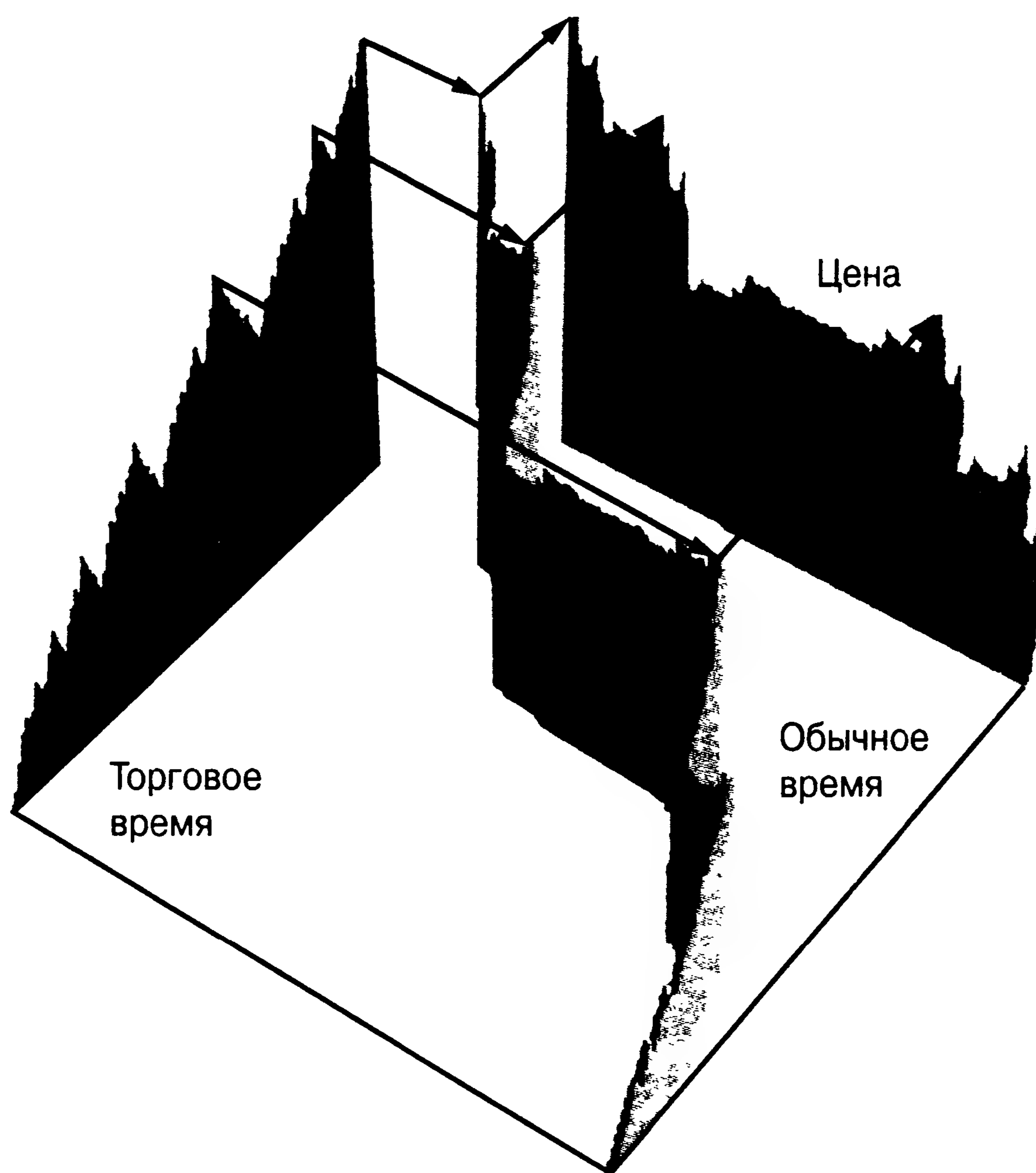


Рис. 11.3. Фрактальный рыночный куб

Для получения финансовой диаграммы объединяют два процесса. Это проиллюстрировано трехмерной фигурой — фрактальным рыночным кубом. По сути, здесь по-другому представлено то, что изображено на рис. 11.2. На левой стенке приведена карикатура броуновского движения без элемента случайности — вариант “материнского” фрактала. Ломаная линия, протянувшаяся вдоль диагонали нижней грани, — это “отцовская” диаграмма; она показывает, как деформируется обычное время, которое преобразуется в новое торговое время, движущееся



рывками. На правой стенке изображена “детская” диаграмма зависимости мультифрактальной цены от обычного времени; эта диаграмма получена слиянием двух предыдущих.

Каким образом “отцовская” диаграмма деформирует обычное время? С помощью известного из математики мультипликативного каскада. Причудливый термин означает определенный вид фрактального процесса, состоящий из многократных умножений. Представим себе время как одну из форм материи, например как золотоносную руду, раз уж мы говорим о финансах. Также вспомним, что фракталы интересны не сами по себе, а благодаря их общему свойству неровности. Сравнить время с золотоносной рудой — идея вполне разумная, хотя с первого взгляда может показаться нелепой. Дело в том, что руда не распределена равномерно по планете, а сосредоточена в отдельных месторождениях так же, как активность финансового рынка повышается в отдельные периоды времени. Этот эффект можно смоделировать математически. Возьмем карту богатой золотоносной рудой Южной Африки, но не обычную, а в виде поперечного сечения от западной границы до восточной. Разделим карту на две части так, чтобы около 60% золотоносной руды находилось в западной половине и 40% — в восточной. Уменьшим масштаб: вновь разделим каждую из двух частей надвое, чтобы 60% “западной” руды попали в самую западную четверть; это 36% общего запаса золотоносной руды в стране ( $60\% \times 0,6 = 36\%$ ). Значит, 40% западного золота сосредоточено во второй с запада четверти; это 24% всех запасов Южной Африки ( $60\% \times 0,4 = 24\%$ ). Если продолжить процедуру — перемещать точки раздела, умножать на очередной коэффициент, все точнее определять распределение золотоносной руды, — то получим результат, изображенный на нижней диаграмме рис. 11.4. Распределение очень неравномерно. Одни участки богаты рудой, другие не стоят внимания старателей.

Такой же математический аппарат можно использовать для разбивки времени на неравномерные сегменты. На самом деле концепция торгового времени предшествует мультифракталам: впервые я изложил ее в статье, написанной в соавторстве в 1967 году [66]. В основном это теоретическое предположение. Но концепция торгового времени уже позволяет чрезвычайно достоверно воспроизводить деятельность финансового рынка.



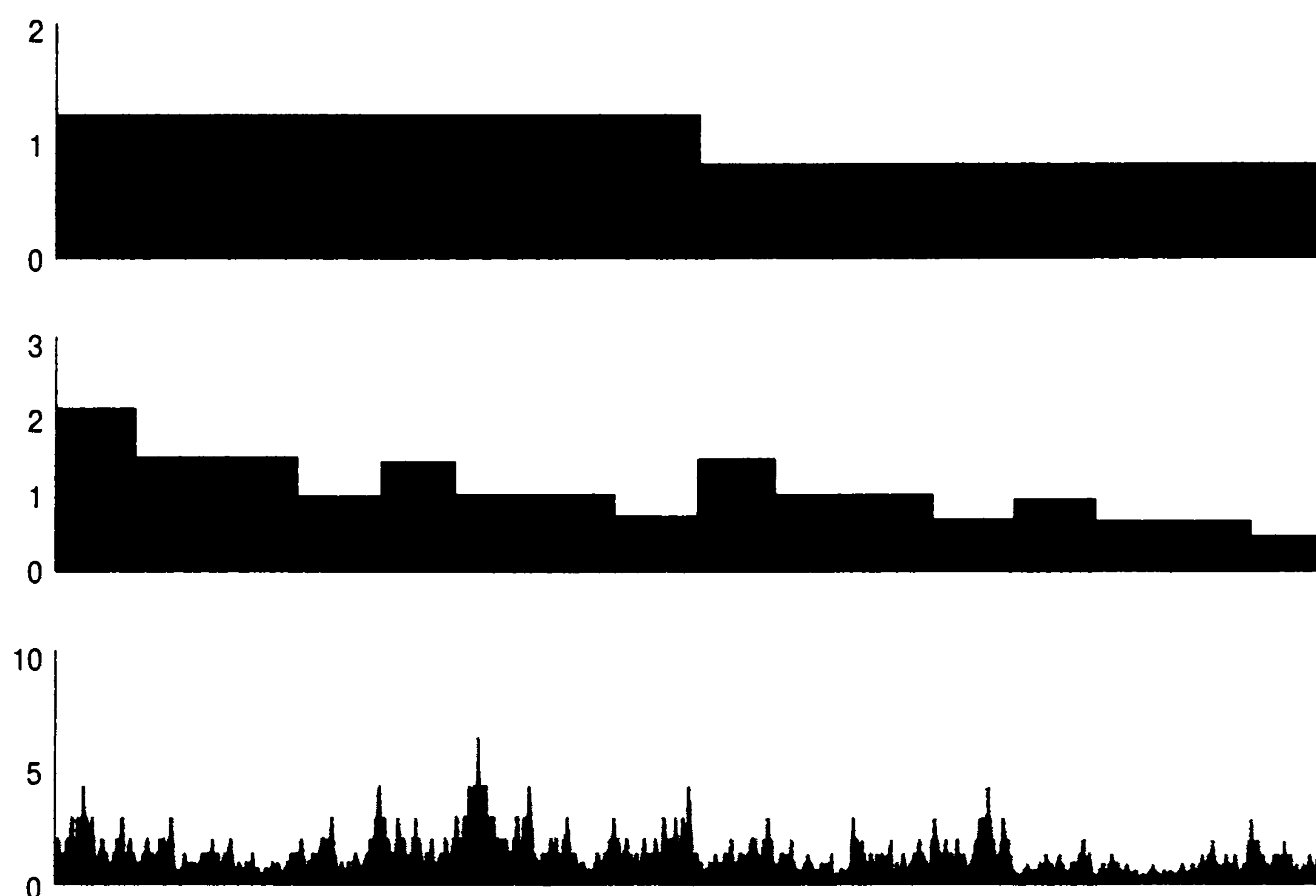


Рис. 11.4. Биномиальное изменение времени

Как деформировать время? “Отцовская” диаграмма на рис. 11.3 получена с помощью математического процесса под названием мультипликативный каскад. Простой пример такого каскада приведен на данном рисунке. Рассмотрим поперечное сечение какой-то страны, имеющей золоторудные месторождения. На каждом шаге уменьшаем масштаб. Верхняя диаграмма показывает первое приближение. Левый прямоугольник означает 60% золота, правый — 40%. Далее мы уменьшаем масштаб. Делим каждую часть карты надвое так, чтобы в новой левой части оказывалось 60% золота “старой” части, а в новой правой — 40%. После ряда итераций получаем результат, изображенный на нижней диаграмме. Исходная область разделена неравномерно; она имеет высокие пики и низкие долины, т.е. участки высокой и низкой концентрации руды. Теперь предположим, что мы находим распределение не золотосодержащей руды, а времени. В этом случае время течет быстро там, где пики, и медленно — где “долины”. Такова суть процесса деформации времени, показанного как “отцовская” диаграмма на предыдущих рисунках.

## От карикатур к мультифрактальной модели

Повторим: и для цен, и для торгового времени достоинство карикатур заключается в том, что они замещают реальность чем-то простым и удобным в работе. Но бесплатный сыр бывает только в мышеловке. Поэтому использованное нами упрощение имеет свою цену. Вот почему лучше всего



обходиться без карикатур. В настоящее время я считаю самой эффективной моделью работы рынка дробное броуновское движение мультифрактального времени. Я назвал ее “Мультифрактальной моделью доходности активов”. Основные идеи подобны рассмотренным выше карикатурным версиям, хотя математический аппарат модели намного сложнее.

Так, карикатуру броуновского движения заменило уравнение, которое рассчитывается на компьютере. Процесс торгового времени теперь выражается другой математической функцией, названной  $f(\alpha)$  и предусматривающей настройку для различных вариантов поведения рынков [67]. Моя модель перераспределяет время, сжимает его в одних местах и растягивает в других. Результат получается очень бурным и непредсказуемым. Две функции, времени и броуновского движения, объединены в так называемую сложную функцию: цена выступает функцией торгового времени, которое, в свою очередь, выступает функцией обычного времени. Два шага модели тоже скомбинированы и дают “детскую” модель, весьма отличную от каждой из “родительских”.

Конечный продукт имеет бурные ценовые колебания — большие скачки и “толстые хвосты”, которые мы наблюдали при изучении цен на хлопок и многих других ценовых диаграмм без нормального распределения. Неустойчивость группируется в разных местах, т.е. периоды больших колебаний цен объединены в группы, перемежающиеся интервалами более спокойных изменений, а это признаки долгой памяти и инерционности. Здесь также присутствует самоповторение в масштабе: знакомую структуру, теперь выраженную функцией  $f(\alpha)$ , образуют “моменты” — термин, используемый для базовых статистических характеристик ценовых последовательностей. Мы можем сформировать целый спектр ценовых диаграмм, среди которых одни очень бурные, другие с высокой зависимостью, третьи имеют обе эти характеристики; раньше все эти варианты мы видели в упрощенных карикатурах.

Выполненные до настоящего времени исследования подтверждают точность предложенной модели. В конце 1990-х годов первую проверку ее применимости провели в своих докторских диссертациях два моих йельских студента, Лоран Кальве и Адлай Фишер; первый сейчас преподает в Гарвардском университете, а второй — в Университете Британской



Колумбии. Мы сосредоточились на глобальном обменном рынке доллара и немецкой марки. Он, подобно хлопку, представляет особый интерес для экономиста. Это рынок колоссальных размеров. Его значение для мировой экономики очень велико. Данные об этом рынке собраны за долгое время, они обширны, доступны и надежны. Мы также использовали реальную информацию о реальном рынке, собранную в тысячах торговых пунктов по всему миру, в банках и у других крупных валютных трейдеров. Она предоставлена одной цюрихской консалтинговой фирмой, *Olsen & Associates*, охватывает период длительностью один год — с осени 1992 года по осень 1993 года — и составляет 1 472 241 значение цены. Для простоты сравнения с другими экономическими исследованиями мы также рассмотрели обычный набор данных: ежедневные котировки курса доллара к немецкой марке на 16:00 по лондонскому времени за 24-летний период, с 1973 по 1996 год.

Модель прошла проверку. Рассматривая ее, мы видим, что колебания цены на этом валютном рынке явно самоповторяются в масштабе. Образуются кластеры неустойчивости. Эпизоды высокой активности перемежаются интервалами медленных, сонных торгов. Стоит рассмотреть интенсивные эпизоды детальнее, как обнаружатся субкластеры быстрых и медленных субинтервалов — кластеры в кластерах, которые тоже находятся в кластерах. Классическая мультифрактальная структура.

Мы рассматривали модель через “математические линзы” с разным увеличением и обнаруживали самоповторение в масштабе на отрезках времени разной длительности — от двух часов до 180 дней (необычно продолжительная зона упорядоченности). На более коротких интервалах времени возникает новая структура, которую экономисты называют рыночной “микроструктурой”. Здесь среднее колебание цены вверх или вниз составляет 0,14 пфеннига, всего вдвое больше спреда (разрыва) между спросом и предложением (0,7 пфеннига). При такой низкой возможности получить прибыль некоторые трейдеры просто не спешат мгновенно менять свои котировки, поэтому на уровне микроструктуры данные выглядят иначе, чем предсказывает модель. В периоды, превышающие 180 дней, данные искажает другой эффект — ослабевающий эффект Ноя. Изменчивость цен уже небурная. Эти две границы (два часа и 180 дней) называются переходами — точками, где вступает в действие новая математическая зависимость.



Переходы обычны для реальных, в отличие от теоретических, фрактальных данных. Рассмотрим типичный реальный фрактал: разветвление в легких дыхательных путях от главных бронхиальных труб к миллионам крошечных бронхов, поставляющих кислород к отдельным альвеолам. Необходимые для поддержания жизни размеры и количество этих фрактальных труб ограничены физически. Труб больше или меньше определенного размера (переходы) просто не существует в природе. Такова же ситуация с финансовыми данными. Самоповторение в масштабе работает в широком макроскопическом среднем участке спектра. На дальних концах спектра, которые можно назвать квантовым и космическим участками, вступают в силу новые законы экономической жизни.

Как всегда, любой набор данных — это всего лишь один из возможных наборов данных. Поэтому возникает вопрос: может быть, наши неплохие результаты получены лишь по счастливой случайности? Лишь при анализе только одного конкретного набора данных о валютных котировках? Чтобы рассеять такие сомнения, мы проанализировали с помощью наших уравнений другой набор данных о курсе доллара относительно немецкой марки. Этот набор нам предоставил Совет управляющих Федеральной резервной системой США. Вывод такой же: наша модель работает. Может, она пригодна лишь для этого рынка? Нет. Мы начали тестировать ее и на других рынках. Уровень “соответствия” — так экономисты называют совпадение между реальными и полученными с помощью модели данными — был разным, что вполне обычно для статистических исследований. Некоторые активы идеально “вписываются” в нашу модель самоповторения в масштабе. В частности, котировки акций *Archer Daniel Midlands*, *Lockheed*, *Motorola* и *UAL* оказались хрестоматийными мультифракталами. Акции *General Motors*, широкий фондовый индекс компаний США и валютный курс доллар/иена — тоже мультифракталы, хотя и в более узком диапазоне времени.

Не менее важно и то, что эта модель успешно решила несколько давних проблем, возникших во время моих прежних исследований. С самого начала, еще в 1963 году, некоторые экономисты указывали, что интенсивность бурных колебаний — “толщина хвостов” распределения — уменьшалась, если рассматривать доходность активов за все более продолжительные периоды времени, от дня до года и десятилетия. Однако в экономике по сей



день высказывается такое мнение: возможно, я прав в том, что дневные и недельные цены не соответствуют стандартной модели, но кому какое дело? “Большинство людей, — говорят мои оппоненты, — покупают ценные бумаги и хранят их месяцами, годами и десятилетиями, а в таких временных масштабах общепринятые модели работают прекрасно”. Но это, конечно, ошибочные рассуждения. Большинство людей не заражаются ВИЧ и, следовательно, не заболевают СПИДом, но тот малый процент населения, для кого эта проблема стала личной, очень рад, что фармацевтическая промышленность потратила время и деньги на разработку препаратов для продления жизни носителей вируса. Еще важнее, что мультифрактальная модель успешно предсказывает: в течение коротких интервалов времени цены меняются бурно, тогда как в течение более продолжительных они стабилизируются. Этот вывод подтверждается реальными данными.

## Практическое использование модели

Однако достаточно теории. Как использовать эти идеи в качестве практического финансового инструмента? Во-первых, уравнения нужно вводить в компьютерную модель, которая должна работать в двух направлениях, прямом и обратном. Работа в прямом направлении означает возможность создавать искусственные ценовые диаграммы из фрактальных “семян” так же, как мы создавали карикатуры, а в обратном — возможность анализировать на наших компьютерах “сырые” ценовые данные и оценить ключевые параметры, необходимые для мультифрактальной модели. Затем, используя эти величины, мы должны иметь возможность дать команду компьютеру воспроизвести рынок, т.е. генерировать искусственный ценовой ряд, который отличается от реального, но имеет ту же статистическую структуру.

Именно это мы неоднократно и проделывали, используя компьютерный метод, названный “моделирование Монте-Карло”. В результате этого получены превосходные репродукции (“подделки”) рынка — не идентичные подлиннику (т.е. реальному рынку), но статистически подобные ему. “Что проку в копии?” — спросит читатель. Ответ таков: порядок. При любом сжатии данных — будь то компьютерный файл или набор значений цены — мы сводим их к меньшему количеству информационных объектов, к малому количеству параметров. При последующем развертывании



(декомпрессировании, разархивировании) этих сжатых объектов мы не получаем полный набор исходных данных; теперь у нас есть нечто, достаточно близкое (для нашей цели) к оригиналу. Например, можно сжать (заархивировать) фотографию, сделанную знаменитым мастером Анри Картье-Брессоном, чтобы отправить ее кому-нибудь по электронной почте; получатель разархивирует ее; изображение будет более зернистым, чем отправленное, однако на обычном компьютерном экране разница незаметна. Это и есть “достаточно близкая” для нашей цели копия. Точно так же при финансовом моделировании нам нужна не точная копия оригинала, а “достаточно близкая” модель, чтобы мы могли принимать финансовые решения. Если нам удастся выделить суть поведения акций GE за последние двадцать лет, мы сможем применить эти знания для финансового инжиниринга и оценки риска при хранении у себя акций в течение следующих двадцати лет. Можно определить, сколько акций приобрести для своего инвестиционного портфеля и рассчитать подходящую для них стоимость опционов.

Конечно, именно такие цели стоят перед любой финансовой теорией, независимо от того, общепринята она или является новаторской. Единственное отличие: на этот раз у нас есть точная модель, на которую можно положиться.

На мой взгляд, основное достоинство мультифрактальной модели заключается в ее экономности. Один простой набор правил может дать большое разнообразие вариантов поведения рынков в зависимости от обстоятельств. В то же самое время многие финансовые теоретики испытывают нежную привязанность к совсем другому методу моделирования неустойчивости рынков. Его главный разработчик, американец Роберт Ф. Энгл, даже получил в 2003 году вместе с другим ученым Нобелевскую премию. Этот метод основан на одном из тех фактов, которые я выдвинул в данной книге: из-за явления зависимости моменты неустойчивости собираются в кластеры. Я уже называл группу статистических инструментов, разработанных для моделирования упомянутого факта. Эта группа – GARCH (Обобщенная авторегрессионная условная гетероскедастичность). Моделирование кластеров начинают с общепринятой броуновской модели колебания цен. Когда неустойчивость возрастает, добавляют новые параметры, чтобы все-таки



добиться кривой Гаусса; если же неустойчивость снижается, то другие параметры сжимают чрезмерно “распухшую” кривую. Другими словами, колокол меняет свои очертания, подстраиваясь под обстоятельства. Конечно, метод GARCH удобен для многих опционных трейдеров и финансовых директоров, пытающихся смоделировать риск. Но он оставляет без ответа (или, точнее, считает не требующим ответа) вопрос о том, почему же кривая Гаусса меняет форму. А при работе с моделью практики фондового рынка убеждаются, что она очень сложна и при изменении исходных условий усложняется еще больше [68].

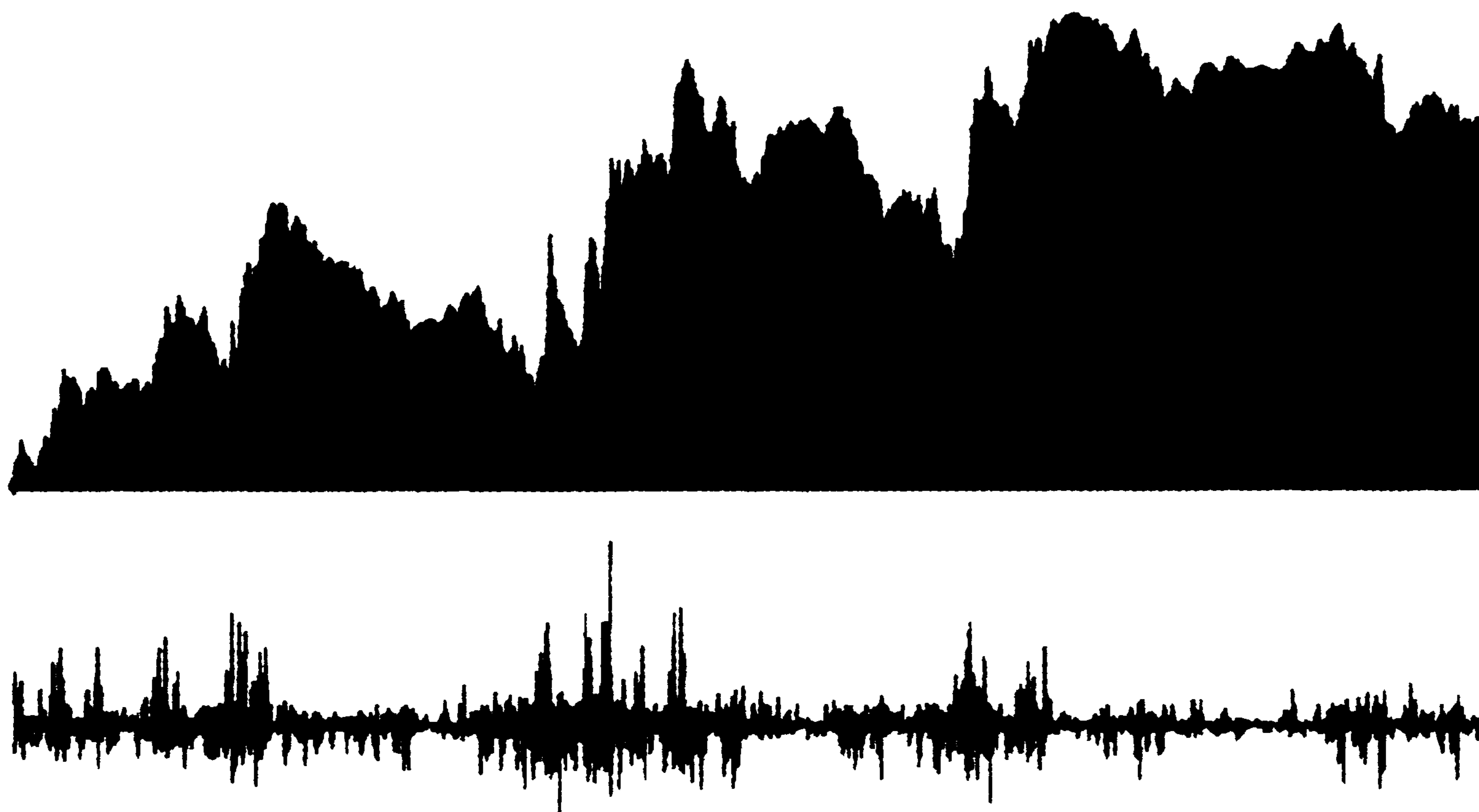
Подлинная наука стремится малым выразить многое. Однако большая часть устоявшихся финансовых моделей требует многого, а результат выдает малый. При их использовании необходимы бесконечные входные данные, множество параметров, длительные вычисления. Но даже если из-за полученных с их помощью прогнозов теряются деньги, от этих моделей никто не отказывается. Их просто “модернизируют” и используют дальше. Корректируют, подгоняют под конкретную задачу, расширяют и усложняют. Так постепенно из скверного семени вырастает большое, но больное дерево, с замазанными повреждениями, подпорками, ломающимися ветвями, которые приколачивают гвоздями или прикручивают шурупами. Понятно, что с такими несовершенными моделями их пользователи продолжают терять деньги.

В отличие от этих моделей, мультифрактальная начинается с неизменных, фундаментальных фактов о поведении рынков — “инвариантностей”, как сказали бы математики. Такая модель отличается экономичностью, гибкостью и имитирует реальность. При разработке моделей я мысленно возвращаюсь к великим примерам истории. Вспомним знаменитый закон Ньютона о всемирной гравитации: сила притяжения между двумя телами зависит от расстояния между ними. Чтобы выразить эту мысль математически, великому англичанину потребовалось всего несколько росчерков пера. Однако с помощью своей формулы Ньютон объяснил траектории движения планет и полета комет и даже высоту приливов. Последующие поколения пошли еще дальше, и вот у нас есть ракеты, искусственные спутники и человек в космосе, но все вытекает из той самой формулы Ньютона. Она дал человечеству малое “семя” своей мысли, из которого вырос огромный



и замечательный “лес” науки и техники. Я лелею надежду, что в один прекрасный день “семечко” мультифрактального анализа превратится в плодоносящее “древо” нового способа управления мировыми деньгами и экономикой.

Завершим главу примером использования мультифрактальной модели (рис. 11.5).



**Рис. 11.5. Пример конечного продукта мультифрактальной модели доходности активов**

На рис. 11.5 показана весьма достоверная копия реальной ценовой диаграммы. (Под ней приведена диаграмма изменений цены.) Читатель, возможно, узнал ее: мы приводили эту диаграмму в главе 1 (рис. 1.1), когда пытались среди четырех графиков определить два подлинных и два поддельных.







# Часть III

• • • •

## Путь в будущее





**Нагрудник фараона: обложка книги Mandelbrot 1999a.**  
*Иллюстрация фрактальной структуры, составленной из бесконечного количества кругов и названной предельным множеством клейновой группы. Она представляет собой еще один пример того, как очень простая фрактальная формула приводит к упорядоченной сложной структуре.*



# ГЛАВА 12

## Десять еретических утверждений о финансах

Чтобы понять реальную экономику, забудем на время о книгах и лекциях. Разберемся с торговлей одеждой.

В 1945 году мой отец пытался возобновить торговлю одеждой, которой занимался до войны. Конечно, то были трудные времена: заводы разрушены, торговля остановлена, судьбы разбиты, продукты по карточкам. И дефицит теплой одежды. Поэтому мой отец ездил из Парижа в центральный горный район, где было развито овцеводство, и в маленьких ткацких мастерских покупал дешевую и грубую шерстяную ткань. Он привозил ее в наш дом, расположенный в 19-м округе, и сам раскраивал. Приезжая к родителям из школы-пансионата на выходные и праздники, я помогал ему, благо в те годы мои руки были молоды и проворны. Иногда приезжал на грузовике из дальнего предместья какой-то молодой мужчина, собирал куски ткани и отвозил их то своей маме, то тете, то консьержке, которые и шили одежду. Наконец, отцу привозили готовые брюки и жакеты, а он продавал их.

Но по какой цене? Это зависело не от величины расходов моего отца, а от той потребительной стоимости, которую люди видели в одежде. Она была очень изменчивой. Вначале дело отца шло достаточно хорошо. Но отец умер; мода изменилась, и грубые, ручного пошива шерстяные вещи уже не казались столь привлекательными, как в тяжелые послевоенные годы. Как-то очень быстро все запасы одежды, накопленные отцом для продажи,



обесценились. Несколько перекупщиков хотели приобрести их, но моя мама отказала им: то ли в память об отце, то ли из упрямства она не хотела продавать товар ниже себестоимости. Наконец, я взял дело в свои руки и однажды, когда мамы не было дома, продал оптом всю скопившуюся одежду. Благодаря этому я освободил комнату, которую теперь можно было использовать для других нужд, заработал для семьи немного денег и... стал четко понимать, насколько неустойчивая, "скользящая" эта классическая экономическая концепция — стоимость.

Многое из того, что в экономике и финансах считается хрестоматийными понятиями, при более тщательном рассмотрении имеет, оказывается, шаткие основания. С юных лет я отличался бесстыдным неуважением к общепринятым авторитетам. Я всегда ставил под сомнения утверждения о том, что это — возможно, а то — невозможно. Откуда говорившим это знать? Разве они лично проверяли? Мои знания в экономике основываются на наблюдениях, а не на абстрактной теории. Хотя в более зрелом возрасте я читал в Гарварде лекции по экономике, серьезно я начал изучать ее, когда мне было без малого 30 лет, получив прежде глубокое математическое образование и успев поработать как ученый в этой области. К экономике я подходил с позиций практика, представителя прикладной науки, объективного наблюдателя реальных событий на финансовых рынках, а не толкователя того, во что люди верят или что хотели бы видеть.

Я нашел в финансах ряд очевидных, по моему мнению, фактов. Одни дополнили мой фрактальный анализ рынков, другие были получены в результате такого анализа. И не моя вина, что эти факты часто противоречат общепринятым концепциям. Но, наблюдая за современной организацией финансов, я лишь укрепляюсь в своей решимости идти против догм.

В предыдущих главах я излагал свои взгляды по частям. Думаю, пришло пора обобщить все сказанное. Ниже в "списочном" стиле газетных статей представляю свои "Десять еретических утверждений о финансах".



## 1. Рынки турбулентны

Понять нечто можно лишь на собственном опыте — так сказать, “пощупать” своими руками. Сорок лет назад, приступая к изучению турбулентности, я работал в Гарварде, поглощенный “хлопковым делом” и Нилом. На новую тему меня натолкнула лекция ванкуверского профессора Роберта У. Стюарта, накопившего много ценных данных по предмету. Исследователи оборудовали старую, списанную подводную лодку длинным “носом”, на конце которого закрепили звукозаписывающую аппаратуру. Затем проводили лодку сквозь бурные встречные течения, водовороты и вихри Пьюджет-Саунда, залива на тихоокеанском побережье Северной Америки. В результате собрали богатый материал о турбулентности в водной среде.

Приехав в Ванкувер, я попросил коллег дать мне прослушать полученные записи. “Это невозможно, — ответили они. — Хотя записи воспроизводимы, они захватили слишком широкий частотный спектр от высоких до низких звуков, причем большая часть из них не воспринимается человеческим ухом”. “Но ведь можно, — не унимался я, — прослушать магнитные ленты в ускоренном и замедленном режимах?” После некоторой возни с примитивной даже по тем временам аппаратурой мы принялись за дело, которое заключалось в том, чтобы просто сидеть и слушать. Периоды высокочастотного звучания, затем низкое гудение. Вновь высокие звуки, и опять низкие. Мы меняли скорость движения магнитной ленты, но звуковая картина оставалась прежней. Большинство людей, слушавших эту запись, называли бы ее периодами высокочастотного шума, прерываемых низкочастотным звучанием. Но потрудись они изучить эти интервалы, проанализировать соотношение их длительности, обнаружили бы еще нечто: турбулентный процесс, развивающийся рывками и паузами, части которого фрактально самоповторяются в масштабе. Турбулентная водная среда, сквозь которую проходил нос субмарины вдоль одномерной прямой, представляла собой не просто череду быстрых и медленных потоков. Если рассмотреть ее в объеме, т.е. получить полную трехмерную картину, обнаружится запутанная структура пенящихся вихрей и водоворотов, взаимозависимых на всем пути движения подлодки — по существу, на бесконечном протяжении времени и пространства.



На этом опыте и базируется мое представление о финансовых рынках. Контрольные следы турбулентности обнаруживаются непосредственно на ценовых диаграммах. Турбулентные части в масштабе повторяют целое, а характеризует это самоповторение определенный набор цифр — мультифрактальный спектр. Присутствует и долгосрочная зависимость, т.е. любое событие здесь и сейчас влияет на любое другое событие в другом месте и в отдаленном будущем. Турбулентность проявляется бурными колебаниями рыночных показателей, намного превосходящими нормальные ожидания кривой Гаусса; концентрацией изменений; разрывами, т.е. скачкообразными переходами системы от одной величины к другой; и тем, что один набор математических правил может, по большому счету, описать всю систему. Перечислено очень многое, и в данной книге я приводил подтверждающие факты и теорию постепенно; теперь сказанное обобщено метафорой турбулентности.

Почему же рынки турбулентны? Я ученый, не философ, поэтому могу лишь рискнуть сделать некоторые предположения. Одним возможным источником турбулентности выступает мир вокруг нас и, следовательно, вокруг рынков — то, что экономисты называют “внешними факторами”. Вскоре после того, как в начале 1960-х годов я сосредоточился на самоповторении в масштабе и долгосрочной зависимости (двух основных признаков турбулентности), мне удалось обнаружить бесчисленные примеры многих естественных и экономических явлениях, которые, в свою очередь, могут подсказать соответствующие структуры для цен. Например, я обнаружил характерные структуры самоповторения в масштабе (а именно переход множества малых объектов к нескольким крупным) в размерах нефтяных месторождений по площади и по объему запасов. Разведанные запасы руд золотых, урановых рудников и алмазных копей в Южной Африке тоже самоповторяются в масштабе. Как и штормы с землетрясениями.

Можно представить себе следующую цепную реакцию. Погода влияет на урожай, а урожай определяет цены. Распределение природных богатств по земному шару — нефти, золота и других минералов — влияет на поставки, а значит, и на цены. Та же картина в бизнесе: размер фирм в отдельных отрасли — от могущественной *Microsoft* до легиона мелких компаний по производству программного обеспечения — самоповторяется в масштабе.



Концентрация ресурсов влияет на прибыль, что отражается на котировке акций. Конечно, строгого аналитика причинно-следственных связей в экономике такие объяснения не удовлетворяют. Но если все же требуется какое-то “оправдание” колебаний рыночных показателей, то мои гипотезы хоть отчасти выглядят правдоподобно. Самоповторение в масштабе в экономической системе берет начало в колебаниях погоды, распределении ресурсов и промышленной организации и доходит до рынков, откуда идет обратная связь или встречное влияние.

Подобным же образом повсюду вокруг нас обнаруживается вторая характеристика турбулентности — долгосрочная зависимость. Рассмотрим для примера небольшую страну, такую как Швеция, в которой каждая крупная компания имеет прямые или опосредованные деловые контакты со всеми другими компаниями. Какие-то действия *Volvo* затрагивают *Saab* — скажем, первая выпускает новую модель автомобиля, отнимающую у второй рыночную долю. *Saab* наносит ответный удар, выпуская еще более прогрессивную машину, в которой глобальная система позиционирования (GPS) входит в стандартную комплектацию, а не служит дорогостоящей и заказываемой отдельно функцией. Тут же в процесс включается компания *Ericsson*, у которой растет сбыт приемников GPS. Круги от брошенного камня расходятся дальше, захватывая все новых и новых участников шведской экономики, постепенно “перекатываясь” на соседние Финляндию с *Nokia* и Норвегию с *Statoil*, и так дальше по всему миру, но постоянно уменьшаясь в размерах. Теперь представим себе такую же картину, но не в маленькой Швеции, а, допустим, в США. Насколько многочисленнее, сложнее и значительнее будут здесь последствия любого действия любой компании? Наконец, рассмотрим мировую экономику. Это уже комната, полная зеркал. Каждая компания отражает, искажает и ослабляет экономические “световые сигналы”, возникающие по всему миру. Со временем сигналы ослабевают. Но могут пройти месяцы, годы или десятилетия, прежде чем сигнал станет слабым и далеким, почти незаметным. Так проявляется долгосрочная зависимость в экономике: каждое событие, независимо от его удаленности в пространстве или времени, отражается во всех других событиях.

Несомненно, такие рассуждения слишком умозрительны, поэтому я предпочитаю обойтись без них. Чтобы ездить на автомобиле, не нужно



досконально знать всю его “начинку” и как она работает. Точно так же, чтобы инвестировать на рынках, достаточно знать, как ведут себя рынки, и не обязательно — *почему* они ведут себя так. По сравнению с другими дисциплинами экономика характеризуется тем, что здесь теория часто обгоняет практику. Но я предпочитаю держать теорию “в узде” и придерживаться реальных данных и разработанных мною математических инструментов. Они позволяют мне объективно и математически описывать рынок как турбулентное образование. И пока наука о финансах не продвинется вперед на вопросы *как* и *почему* ответы мы будем искать в нашем воображении.

## 2. Рынки очень и очень рискованны — намного рискованнее, чем гласит стандартная теория

Турбулентность опасна. Из-за нее давление или скорость воды, средняя цена или изменение цены могут бурно и неожиданно “скакать”. Ее трудно предсказать, еще труднее от нее защититься, и уж совсем трудно справиться с ней или обратить себе на пользу. Конечно, стандартная финансовая теория игнорирует факт существования турбулентности. Предполагает, что финансовая система — это линейная, непрерывная и рациональная машина. Такой тип мышления загоняет ортодоксальных экономистов в логический тупик.

Рассмотрим так называемый “парадокс доходности инвестиций”, который из одной научной книги в другую вот уже более двух десятков лет, времени его открытия двумя молодыми экономистами, Раджнишем Мей и Эдвардом Прескоттом [69]. Почему акции приносят своим держателям в среднем намного больший процент прибыли, чем государственные облигации? Данные свидетельствуют, что в течение XX века акции обеспечивали значительно больший дополнительный доход (“премию”), чем условно более безопасные инвестиции, такие как в казначейские векселя США. Разница дополнительного дохода с учетом инфляции колеблется и составляет, в зависимости от объема изученного массива данных, 4,1–8,4%. Стандартная теория считает такое невозможным. Согласно теории, столь высокий процент доходности акций может быть только в двух ситуациях: либо ры-



настолько рискован, что убедить инвесторов купить акции можно только высоким процентом, либо люди просто *боятся*, что рынок рискован, и потому, чтобы пересилить их страх, приходится предлагать высокий процент. Экономисты обычно оценивают реальный риск рынка его неустойчивостью, принимая за единицу измерения своего “доброе старое друга”, т.е. стандартное отклонение кривой Гаусса. Индивидуальное восприятие риска оценивается путем опросов потенциальных инвесторов (покупателей акций и векселей). Затем “колдуют” над уравнениями и выдают ответ: стандартные формулы показывают, что премия за риск не должна превышать 1% или около того. Значит, в исходные данные вкралась какая-то ошибка?

Таковы были взгляды экономического сообщества в то время, когда Мера и Прескотт впервые заявили о парадоксе доходности инвестиций. Семь лет ушло у них на то, чтобы в 1985 году наконец-то протащить свою статью через строгих цензоров в научные экономические журналы. С тех пор появился ворох статей, авторы которых пытались разрешить досадный парадокс. Но все они заблуждаются. В этих статьях предполагается, будто для реального человека “средняя” доходность фондового рынка имеет какое-нибудь значение; на самом деле, индивидуальный инвестор озабочен в основном крайними значениями прибыли или убытков. Всего один год, отличающийся от остальных, в который инвесторы потеряют более трети своих капиталов — как произошло со многими акциями в 2002 году, — надолго и вполне обоснованно отпугнет даже самых отважных покупателей ценных бумаг. Еще одно ошибочное предположение: кривая Гаусса якобы служит реалистичным критерием для оценки риска. Как я уже не раз говорил, реальные цены колеблются значительно интенсивнее, чем им позволено гауссовыми стандартами. Теперь повышенная доходность акций уже не вызывает удивления. Реальные инвесторы разбираются в экономике лучше экономистов. Они инстинктивно понимают, что рынок очень и очень рискован, рискованнее, чем следует из стандартных моделей. Поэтому, чтобы компенсировать риск, они, естественно, требуют и часто получают более высокую отдачу от своих вложений.

Это же положение — что люди инстинктивно понимают, насколько высок риск операций на рынке, — помогает объяснить, почему столь большая часть мирового богатства остается в безопасной наличности, а не вложена в



более доходные, но и более рискованные активы [70]. Священным девизом Уолл-стрит остается "Распределение активов", т.е. портфельная схема инвестиций, когда свободные средства частично хранят в виде наличности, частично вкладывают в несколько финансовых инструментов, таких как облигации, акции и другие. При этом схема распределения намного важнее, чем то, какие конкретно акции или облигации выбрать. Типичная рекомендация, которую, руководствуясь портфельной теорией Марковица-Шарпа, дает брокер своему клиенту (инвестору), звучит так: 25% свободных средств хранить в наличности, на 30% приобрести облигаций и на 45% — акций. Но, согласно исследованию Организации экономического сотрудничества и развития, большинство людей с этим не согласны. В частности, японские граждане хранят 53% своих свободных средств в наличности и едва 8% в акциях (все остальное — в активах других видов). Европейцы посмелее: 28% в наличности, 13% в акциях. Американцы же отличаются наибольшей терпимостью к риску и потому в акции вкладывают 33% средств, а в наличности оставляют только 13%. В отличие от профессионального брокера, большинству инвесторов не интересна "средняя" доходность. Их пугают редкие, но бивающие из среднего потока биржевые катастрофы. Конечно, обычный здравый смысл и народная мудрость часто ошибаются, но полностью их игнорировать нельзя.

Самый большой страх инвесторов — финансовое банкротство. Этому явлению в анализе рисков уделяют особое внимание. Банкротство происходит, когда некоторый показатель благополучия — размер портфеля акций, резервный капитал банка, прибыль или убытки страховой компании — опускается ниже некоторой заданной величины. Можно рассчитать вероятность наступления такого события. На рис. 12.1 изображены две диаграммы, взятые из книги Пауля Эмбрехтса из Швейцарского федерального технологического института и его коллег. Это компьютерное моделирование прибыли страховой компании. Устойчивый сбор страховых взносов и отсутствие выплат клиентам страховых сумм отразится на графике в виде равномерно восходящей кривой. Если же страховой компании приходится выполнять обязательства перед застрахованными, ее прибыль падает. Если она упадет до нуля, компания обанкротится. Таково исходное предположение; на двух диаграммах показано, что происходит при изменении в



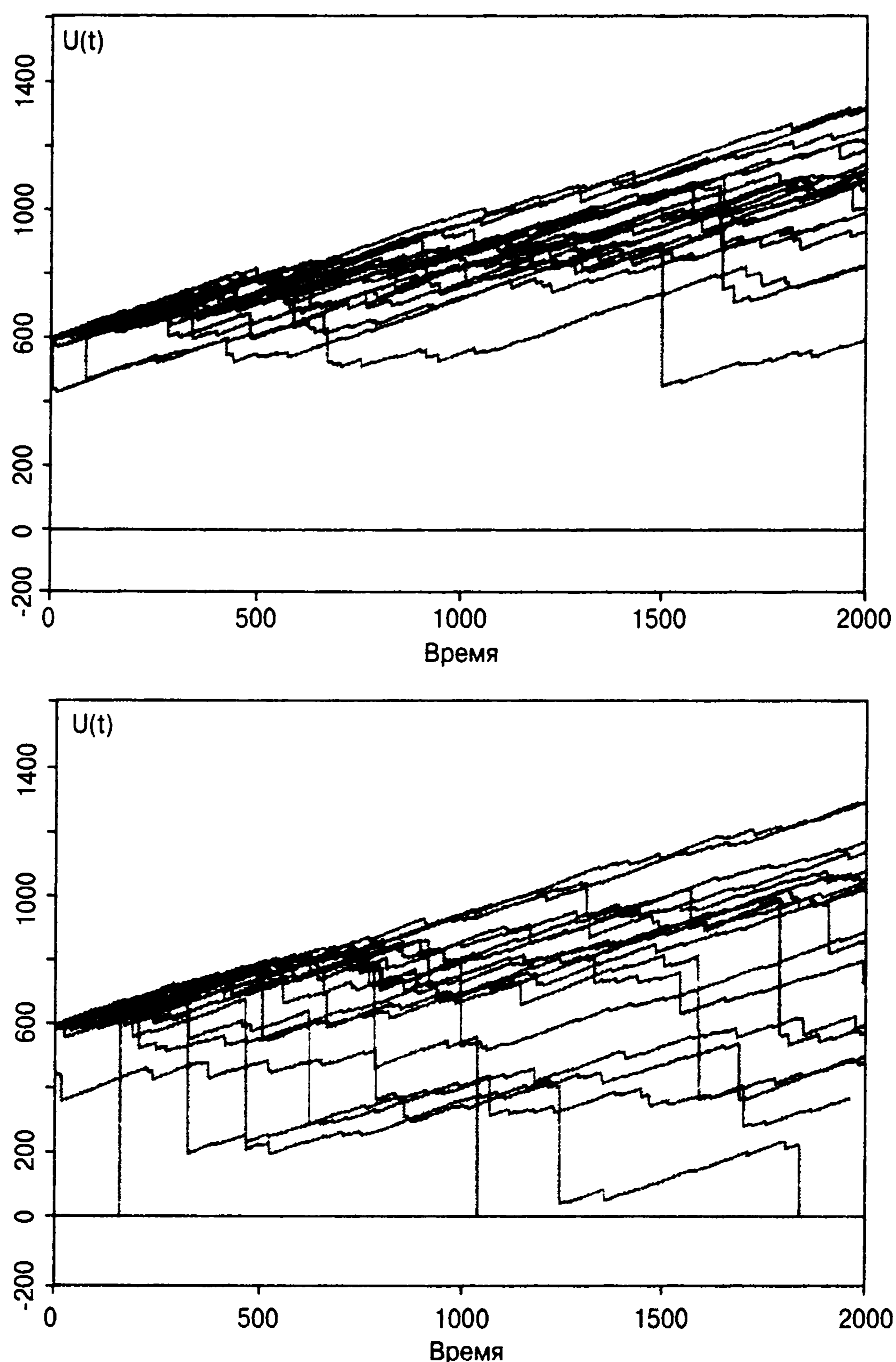


Рис. 12.1. Путь к банкротству

Диаграммы из книги *Embrechts 1997* моделируют прибыль и убытки нескольких различных страховых компаний, собирающих страховые взносы и выплачивающих страховые суммы своим клиентам. Каждая линия соответствует результату деятельности отдельной гипотетической страховой компании. Верхней диаграммой описана ситуация, когда выплаты клиентам имеют мягкое распределение; в таком случае страховой бизнес очень прибылен. Нижняя показывает, что произойдет, если мы допустим бурные скачки требований о выплатах страховых сумм; случаев банкротства не избежать. Какая же из них ближе к реальности?

предположений о работе страхового рынка. Верхняя диаграмма получена исходя из предположения о том, что размер и частота выплат застрахованным имеют гауссово распределение. Нижняя диаграмма построена на более реалистичном предположении о распределении вероятностей по схеме



самоповторения в масштабе. В первом случае почти все страховые компании жили бы припеваючи; во втором не избежать таких же, как в реальном мире, банкротств. Рискованный это бизнес, страхование.

Подобное моделирование можно выполнить для акций, облигаций, других финансовых инструментов. Согласно стандартной модели финансов, в которой изменение цен описывается кривой Гаусса, вероятность банкротства равна приблизительно  $10^{-20}$ , или одному шансу из ста миллионов миллиардов. При такой ничтожно малой вероятности человек скорее испарится от прямого попадания метеорита в его дом, чем обанкротится на финансовом рынке. Но если цены колеблются бурно, что я продемонстрировал для хлопкового рынка, то шансы стать банкротом стремительно возрастают: речь уже идет об одном шансе из десяти или тридцати. Если вспомнить печальную судьбу многих фермеров, выращивавших хлопок, разорившихся на этом, то какая оценка вероятности банкротства выглядит более обоснованной?

### **3. На рынке очень важно действовать “в нужное время”. Крупные выигрыши и потери сконцентрированы на небольших отрезках времени**

Концентрация повсеместна [72]. Достаточно взглянуть на карту золотых месторождений, разбросанных по миру, чтобы увидеть кластеры (скопления) золотых жил — в Южной Африке и Зимбабве, на просторах Сибири и т.д. Эти скопления образовались не случайно. Они постепенно сформировались за тысячелетия действия реальных тектонических сил. Понять принципы концентрации жизненно важно для многих видов бизнеса, особенно для страхования. Одно исследование ущерба, нанесенного торнадо в штатах Техас, Луизиана и Миссисипи, показало, что 90% требований о выплатах страховых сумм приходится всего на 5% застрахованной территории.

На финансовом рынке тоже наблюдается концентрация — неустойчивости. И не секрет, почему так происходит. Новости — публикации о корпоративных доходах, сообщения об инфляции, объявления центрального банка — приводят цены в движение. Ортодоксальные экономисты



моделируют новости как длинную последовательность случайных событий, растянутую во времени. Хотя эти события имеют разные значимость и масштаб, распределены они (как предполагается при моделировании) колоколообразно, т.е. в виде кривой Гаусса, поэтому ни одно событие не превосходит другие. Но имеют ли эти рассуждения смысл? Террористическая атака на Всемирный торговый центр была, с чем никто не будет спорить, намного более важным событием для мировой стабильности и, следовательно, финансовых рынков, чем любые другие за многие годы. Она привела к закрытию Нью-йоркской фондовой биржи на беспрецедентно долгий срок, пять дней, а когда торги возобновились, индекс упал на 7,5%. Разрушение башен-близнецов стало одним колоссальным событием, а не суммой многих малых. Крупные новости вызывают крупные подвижки на рынке. И эти подвижки концентрируются на малых отрезках времени.

В подтверждение сказанного приведем цифры. С 1986 по 2003 год доллар медленно, с небольшими колебаниями курса, снижался по отношению к японской иене. Но приблизительно половина этого снижения произошла всего за десять из 4695 торговых дней. Или, в относительных цифрах: 46% своих убытков долларové инвесторы понесли в 0,21% торговых дней. Аналогичную статистику мы находим и на других рынках. В 1980-х годах добрые 40% роста индекса Standard & Poor's 500 пришлось на десять дней, что составляет около 0,5% всего времени.

Что же делать инвестору? Брокеры часто советуют своим клиентам покупать ценные бумаги и удерживать их длительное время. Ориентируйтесь на средний ежегодный рост стоимости акций, говорят они. Не пытайтесь “вычислить” рынок, не ищите золотых моментов для покупки или продажи. Однако они принимают желаемое за действительное. Значение имеют как раз особые моменты, а не средние. На самом деле, некоторые из успешнейших инвесторов умели действовать именно в нужное время. Например, всего за две турбулентные недели 1992 года Джордж Сорос лихо заработал около 2 млрд. долл., сыграв на колебаниях курса британского фунта стерлингов. Но лишь немногие из нас входят в эту высшую лигу гениальных биржевых спекулянтов. Тем не менее наши скромные возможности позволяют нам обращать внимание на концентрацию. Допустим, важные новости привели к росту котировок некоторых акций на 40% всего за неделю, что



вдвое превышает их обычную неустойчивость. Какова вероятность того, что вскоре в какой-то момент произойдет еще один 40%-ный скачок стоимости этих акций? Конечно, полностью такое событие исключить нельзя, но оно маловероятно. Поэтому расчетливый инвестор поступит так же, как проф Уолл-стрит: не будет ждать еще лучшего момента, а продаст свои акции и получит прибыль.

#### 4. Цены часто меняются скачками, а не плавно. Это еще больше повышает риск

Любимое занятие всякого рода чудаков и солидных ученых — разрабатывать финансовый эквивалент вечного двигателя.

Однажды, когда я еще работал в лаборатории IBM, сверху пришло срочное распоряжение [73]. Президент компании, Альберт Л. Уильямс, на мейн-вечеринке услышал, что какой-то профессор Массачусеттского технологического института открыл систему гарантированного выигрыша на фондовом рынке. Уильямс сказал об этом кому-то, тот еще кому-то, тот кому-то, и в конце концов я получил указание: проверить. Что и сделал. Профессор промышленного управления Стэнли С. Александер в 1961 году опубликовал научную статью о, казалось бы, совершенно надежном способе быстро разбогатеть. Он назвал его "методом фильтра". Суть открытия в следующем: каждый раз, когда рынок вырастает на 5% или больше, покупайте ценные бумаги и не спешите продавать. Когда же рынок падает на 5%, продавайте, не останавливаясь. Как утверждает Александер, оппортунистические теоретики "эффективного рынка" ошибаются, поскольку они движутся в соответствии с трендами. Другими словами, если акции выросли на 5%, то с большей вероятностью можно ожидать дальнейшего роста, а при падении на 5%, продавайте, не останавливаясь. На этой закономерности можно заработать. Причем очень много. Как подсчитал Александер, гипотетический инвестор, который слепо следовал бы согласно его правилу в течение 30 лет, в период 1929–1959 годов, зарабатывал бы в среднем 36,8% в год (до вычета комиссионных), что в 12 раз больше фактического среднего 3%-ного роста рынка за указанный период. И несколько чопорно Александер делает вывод о методе фильтра: "Предоставляю другим возможность подумать над тем, что случилось."



эффективностью метода фильтра, если бы все инвесторы поверили в него и начали применять”.

Я пораскинул мозгами, после чего собственноручно отстучал на своей портативной пишущей машинке письмо великому профессору. (Слишком незавидное положение я занимал в *IBM*, чтобы какая-нибудь машинистка согласилась помочь мне.) Я спросил: какие конкретно цены из нескольких возможных он использовал в своих расчетах? Александер ответил отпиской, нацарапанной под моим письмом: “Разницы нет”.

Но разница, безусловно, была. Такая же, как между 36,8%-ной прибылью и 90%-ными убытками для вложившего свой капитал инвестора. Разгадка оказалась простой. Александер рассчитал стоимость своего теоретического инвестиционного портфеля на основе публикуемых дневных цен при закрытии торгов, а не на основе реальных текущих, с которыми имеет дело настоящий инвестор. Если акции *GM* от момента закрытия одного торгового дня до момента закрытия следующего торгового дня выросли на 6%, то, как предполагает Александер, инвестор купил в момент подъема цены точно на 5%-ной отметке, указанной правилом фильтра. В действительности, цены не растут постепенно и равномерно, прибавляя по центу. При быстром подъеме точная отметка, 5%, могла быть пройдена очень быстро или скачком, поэтому в реальности инвестор купил бы акции при 5,5% и потерял бы половину из потенциальной 1%-ной прибыли на этой данной сделке. Аналогичная ловушка поджидает инвестора, когда придет время продавать купленное: возможно, ему придется продавать не точно при 5%-ном падении, а при 5,5%-ном, и, значит, потерять вторую половину из обещанной Александером 1%-ной прибыли. В реальном мире при росте рынка прибыли инвесторов меньше, чем обещано методом фильтра, а убытки при падении — больше теоретических.

Предложенный Александером “вечный двигатель” имел, как и все подобные проекты, принципиальный дефект. Я послал служебную записку Уильямсу по инстанциям *IBM*. Ответа не получил; видимо, президент компании опробовал “волшебный” метод самостоятельно и убедился, что он не работает. А три года спустя пошел на попятную и сам профессор Александер. В новой научной статье он сообщил, что большая часть прибыли в предложенных им раньше инвестиционных портфелях, когда он



проводил расчеты с более реалистичными ценами, куда-то исчезала, в некоторых случаях даже обращалась в убытки. “Вместо высокой прибыли, обещанной в моей первой статье, следует рассчитывать на гораздо меньшую, — писал Александер. — Должен признать, что от радужных перспектив не осталось и следа”.

Профессору можно простить его ошибку. Людям свойственно повсюду видеть непрерывность. Если в какой-то момент времени мы увидели человека, бегущего в одной точке, а через полчаса увидели его бегущим в другой точке, то предполагаем, что все это время он непрерывно бежал от точки к точке. Нам не приходит в голову, что бегун мог остановиться на отдых, а затем подъехать на попутной машине. Величайшая инновация математики XVII столетия, исчисление, предназначено для изучения непрерывных процессов; один из его открывателей, Готфрид фон Лейбниц, глубоко верил в то, что он назвал “принципом непрерывности”. Часто так же поступают и экономисты. Непрерывность — это фундаментальное предположение общепринятой финансовой теории. Математика Башелье, Маркова, Шарпа, Блэка и Шоулза построена на предположении о непрерывном изменении цен от одного значения к другому. Без этого условия их формулы просто не работают.

Увы, предположение ошибочно. Следовательно, и математические формулы тоже. Финансовые цены скачут, прыгают, взмывают ракетой и камнем падают вниз. Я даже настаиваю, что в способности к скачкам или разрывам заключается концептуальное различие между экономикой и классической физикой. В идеальном газе, когда молекулы сталкиваются и обмениваются тепловой энергией, миллиарды отдельных бесконечно малых актов теплообмена совокупно дают подлинную “среднюю” температуру, вокруг которой наблюдаются плавные колебания вверх и вниз. Но на финансовом рынке новости, подталкивающие инвестора к действию, могут быть как незначительными, так и важными. Покупательная способность отдельного инвестора может быть либо несущественной, либо приводящей в движение весь рынок. Его решение может быть основано на мгновенной смене мнений, от “бычьих” до “медвежьих” и обратно. В результате получаем гораздо более бурное распределение колебаний цен — не только “подвижки”, но и “смещение пластов”. Это особенно заметно в нашу информационную



эру, когда любые сведения мгновенно распространяются через телевидение, Интернет и цифровые табло в биржевых торговых залах. За считанные секунды миллионы инвесторов по всему миру узнают о террористической атаке в далекой Индонезии. И могут отреагировать на эту новость не поочередно, медленно нарастающей волной, как предполагают ортодоксальные теоретики, а все одновременно, сейчас же и мгновенно. Эффект может быть восхитительным (для тех, кто выиграл) или катастрофическим (для проигравших).

Также возможна паника. Немногие вещи столь сильно пугают инвесторов, как внезапное падение цен. В отрасли взаимных фондов иногда приходится прибегать к чрезвычайным мерам, чтобы обуздать эмоции. В 2000 году инвестиционная компания *Heartland Advisors Inc.* попала в зону турбулентности, когда рыночная стоимость некоторых облигаций, в которые были вложены средства взаимного фонда, упала с 98 до 80 долл. при номинальной стоимости 100 долл. Но в своих ежедневных финансовых отчетах компания отразила это событие не сразу. Согласно сообщению американской Комиссии по ценным бумагам и биржам, компания “растянула удовольствие” на несколько недель, ежедневно сообщая о небольшом падении стоимости на 50 центов. К сожалению, паники избежать так и не удалось: когда об истинном положении дел стало известно, инвесторы *Heartland* ринулись к аварийным выходам. Всего за один день стоимость одного фонда, находившегося в управлении компании, упала почти на 70%. Впоследствии Комиссия по ценным бумагам и биржам возбудила судебный иск против информационного партнера *Heartland*; правда, дело было прекращено еще до суда [74].

Надо сказать, что разрывы могут приносить и пользу. Вот уже более ста лет на Нью-йоркской фондовой бирже существует система “специалистов”. Это торговцы ценными бумагами, специализирующиеся на акциях всего нескольких компаний, ведущие книгу клиентских приказов и, когда продажи не уравновешиваются покупками, вступающие в игру со своими собственными деньгами, чтобы восстановить баланс. Их функция, как указано в правилах биржи, состоит в том, чтобы “обеспечить непрерывность рынка”. Позднее эти торговцы приобрели дурную репутацию из-за участия в коснувшихся почти всей Уолл-стрит скандалах с “пузырями”. В проведенном



Комиссией по ценным бумагам и биржам исследовании краха 1997 года, о котором упоминалось раньше, обнаружилось, что специалисты в самые бурные 24 минуты активно действовали как нетто-покупатели; объем покупок превысил продажи в 2,06 раза. Эти профессионалы не прогадали: цены восстановились.

## 5. Рынки живут по гибкому времени

Если время — деньги, то денежную единицу Уолл-стрит надлежит изменить. Общепринятый финансовый анализ представляет собой спутанный клубок противоположных взглядов на время. В традиционной финансовой теории подразумевается, что время отсчитывают часы и для всех инвесторов оно течет одинаково. При расчете риска с помощью модели оценки финансовых активов (общепринятая английская аббревиатура — CAPM) все инвесторы, как следует из формул, думают и дышат практически одинаково, удерживая у себя ценные бумаги в течение одинакового для всех времени. И противоположный взгляд, который исповедуют рыночные мудрецы: каждый инвестор живет по своему собственному времени. Каждый период времени, каждый период удерживания акций или облигаций характеризуется своим риском. Согласно такому представлению, быстрая дневная торговля имеет совершенно отличный уровень риска, чем шестимесячные инвестиции, причем, по мнению многих профессионалов, более вероятным кандидатом на банкротство выступает как раз дневной торговец.

Без таких сложностей можно обойтись. Гениальность фрактального анализа состоит в том, что одни и те же факторы риска, одни и те же формулы применимы и к одному дню, и к одному году, и к одному часу, и к одному месяцу. Меняется только величина, а не пропорции. В фрактальном анализе последовательность цен подобна длинной телескопической автомобильной антенне. Можно рассматривать ее в полную длину, по сегментам или же сложить и изучать только один, в который упрятаны все остальные. Это и есть описанное ранее свойство самоповторения в масштабе рядов финансовых цен. Говоря статистическим языком, риски торговли в течение одного дня во многом подобны рискам недельной, месячной или годовой торговли. Однако величина колебаний цены самоповторяется во времени в масштабе.



Кроме того, все диаграммы выглядят одинаково. В случае с хлопком я обнаружил, что все дневные и месячные колебания цен подчиняются одинаковым статистическим закономерностям в течение соответственно нескольких десятилетий и восьмидесяти лет. Все линии колебались одинаково. Почему? Во-первых, предположил я, экономика отличается от физики отсутствием внутренне присущей ей временной шкалы. Диаграмма дневной активности выглядит так же, как месячной, потому что с точки зрения вероятности прибыли и убытков день действительно подобен месяцу. Да, некоторые временные масштабы имеют особое значение. Например, компании представляют свои финансовые отчеты ежеквартально и ежегодно. Торговый день имеет свой собственный внутренний ритм; это объясняется тем, что последовательно открываются и закрываются биржи в разных часовых поясах. Но это обычные циклические процессы, которые финансисты и экономисты уже давно научились исключать статистически при построении модели или разработке инвестиционной стратегии; такой подход применяется при сезонном регулировании. Эти различия — ничто по сравнению с существующими в физике непреложными, фундаментальными различиями в масштабах времени. Другими словами, в финансах отсутствуют барьеры, как, например, между субатомными законами квантовой физики и макроскопическими законами механики.

Фрактальный анализ построен на предположении о гибкости времени. Мультифрактальная модель описывает рынки как деформирующие время — увеличивающие или уменьшающие его в зависимости от обстоятельств. Чем радикальнее изменения цены, тем больше увеличивается торговое время. И чем спокойнее ценовая диаграмма, тем медленнее идут рыночные часы. Ряд исследователей пытались связать эту концепцию с объемом торговли: высокие объемы равносильны быстрому торговому времени. Такая связь до сих пор не выявлена, но в ней и нет необходимости. Искажение времени — просто удобное математическое допущение для упрощения анализа рынка; по счастливой случайности эта концепция также соответствует нашему субъективному восприятию. Время не течет равномерно и строго в одном направлении, как метки на линейке. Оно растягивается и сжимается, как если бы наша линейка была нарисована на длинном воздушном шарике, который может уменьшаться (сдуваться) и увеличиваться. Мы это



хорошо знаем из нашего повседневного жизненного опыта. В напряженные дни мы действуем бодро, быстро, энергично, но “клюем носом” в тихое, спокойное время. Так же ведут себя и рынки.

## 6. Рынки одинаковы везде и во все времена

Если подбросить кошку в воздух, она приземлится на лапы. Одно из самых известных маленьких чудес неврологии этого животного. Но вот еще более удивительный факт: если кошка, падая, зацепится за какой-то предмет, скажем, угол стола, ее тело самопроизвольно изогнется, чтобы изменить траекторию падения и избежать серьезного столкновения. Как ей это удастся?

Данный вопрос стал темой одного из моих необычных совместных исследований, когда я год провел в Нью-Йорке как приглашенный профессор физиологии в Медицинской школе Альберта Эйнштейна. Пригласивши меня профессор Вахе Амассиан хотел докопаться до сути этой загадки, для чего вживил в голову кошки датчики и снимал нейронные сигналы во время падения животного. (Признаюсь, было немного жутковато видеть все эти торчащие из головы кисти провода.) Но я остудил пыл моего коллеги и посоветовал ему приостановить эксперименты, вернуться к основам и сначала ответить на вопрос: как выглядит мозговая активность кошки в то время, когда ничего не происходит или когда она спит? Я имел в виду, что сначала нам следует понять мозг кошки в покое и лишь затем перейти к изучению мозга активной кошки. Молодые аспиранты прекратили подбрасывать кошек и начали поглаживать их и ласкать. А мы наблюдали за показаниями приборов в то время, как кошки мурлыкали в полудреме. Замеры производились и во время сна наших подопытных. Мы обнаружили удивительный факт: мозг кошки был постоянно активен, даже при минимальных внешних стимулах или их полном отсутствии. Мы постоянно регистрировали спонтанные сигналы нейронов. Или, как выразился бы экономист, в отсутствие каких бы то ни было “экзогенных” (внешних) входных сигналов “эндогенная” (внутренняя) активность продолжается, в соответствии со сложными правилами, которые мы начали раскрывать.

Хотя невозможно наблюдать фондовый рынок изолированно от окружающего мира, сформулированный выше принцип все равно работает. На рынке, как я полагаю, течет насыщенная внутренняя жизнь, имеет



присущая ему активность, обусловленная тем, что люди собираются вместе, организуются в банки и брокерские конторы, обмениваются активами. Сам по себе этот внутренний процесс не формирует цены, но выступает частью механизма ценообразования так же, как свою лепту в ценообразование вносят новости, банкротства, экономические отчеты, войны и корпоративные сообщения о доходах — все то, на что мы, как правило, обращаем основное внимание. Внутренний процесс в уравнениях ценообразования представлен эндогенными переменными. Это передаточные числа зубчатого механизма в “черном ящике”, на вход которого подаются экономические данные, а на выходе получается котировка акций *IBM*. До какой бы степени один рынок ни был похож на другой, можно ожидать, что отчасти это подобие обусловлено эндогенной активностью.

Один из удивительных выводов фрактального рыночного анализа — это подобие определенных переменных на разных рынках. Мое хлопковое исследование выявило одинаковые бурные колебания цен на протяжении более чем ста лет. Предполагаю, что процесс формирования цен на хлопок в Америке менялся только в масштабах, но не по своей природе.

Мы, математики и физики, любим так называемую инвариантность. Это некоторое свойство, которое остается неизменным, независимо от того, как мы трансформируем данные, форму или исследуемый объект. Фрактальная геометрия выступает математическим аппаратом одной такой инвариантности в физическом мире, а именно пространственных или временных структур, остающихся неизменными даже при изменении масштаба наблюдений. У статистиков есть близкая концепция, названная стационарностью: в течение всего стационарного временного ряда основные статистические свойства сохраняются. Но экономисты говорят, что их дисциплина не такая, как все другие. На одной конференции, где я тоже присутствовал, экономист Джекоб Маршак сказал, что единственная известная ему экономическая инвариантность заключается в равенстве количества левых ботинок количеству правых, да и то не всегда. Следуя этой логике, авторы многих последних моделей колебания цен попытались объяснить видимую изменчивость неустойчивости специально введенными новыми параметрами, меняющимися ежедневно, ежечасно и ежесекундно; таково семейство моделей *GARCH*, упомянутое ранее. Я оптимист. Предпочитаю



не исключать существование инвариантностей, а упорно искать их в неожиданных местах. Инвариантности облегчают нашу жизнь. Если мы найдем какие-то рыночные свойства, остающиеся неизменными во времени или в различных местах, то сможем строить более эффективные и полезные модели и принимать более здравые решения. Моя мультифрактальная модель работает как раз с таким набором устойчивых параметров.

## 7. Рынкам присуща внутренняя неопределенность, поэтому “пузыри” неизбежны

Как существовать на фрактальном рынке? Поясню это притчей.

Была когда-то страна, которая называлась Землей Десяти Тысяч Озер. Ее первое и самое большое озеро раскинулось, как настоящее море, на 1600 миль. Второе по размерам имело 919 миль в ширину; третье — 614; каждое следующее озеро было меньше предыдущего, а последнее, самое маленькое, имело всего одну милю в ширину. Один почтенный консультант правительства по математике заметил, что диаметры уменьшаются согласно четкой степенной формуле.

Сразу за этой страной раскинулась Туманная Долина, малонаселенный край, окутанный густыми туманами и дымкой, сквозь которые можно было видеть не дальше чем на милю. Правительство Земли Десяти Тысяч Озер решило нанести границы соседней страны на карту и направило в Туманную Долину исследователей и картографов. Вскоре они подошли к неизвестному им озеру. Дальний берег закрывала густая непроглядная мгла. Это озадачило экспедицию: какова ширина озера? Прежде чем отчалить от берега, исследователи хотели знать, к плаванию какой продолжительности им готовиться — дневному или месячному? Как большинство людей, они опирались на свои знания и опыт, поэтому, предположив, что новая страна подобна их родине, посчитали, что размеры новых озер распределены так же, как у них дома, и значит, плыть им предстояло не меньше мили, а в среднем — пять миль.

Однако они гребли и гребли, а берега все не было. Когда позади остались пять миль, первопроходцы пересчитали вероятность скорого окончания плавания. Получилось, что впереди еще пять миль. Они налегли на весла, но их вновь ждало разочарование, а вскоре и отчаяние: может быть, они



вышли в открытое море, не захватив с собой достаточно запасов воды и еды? Может быть, духи этих туманов передвинули берег, которого, судя по всем расчетам, они уже давно должны были достичь?

Забавная история, но, наверное, вполне знакомая профессиональному трейдеру на фондовой бирже. Диаметр озер уменьшается от наибольшего к наименьшему согласно степенному закону. Как только вы пересекаете пять миль воды, существует вероятность, что впереди вас ждут еще пять миль. Если и после десяти миль берега нет, шансы проплыть очередные десять миль остаются прежними. И так далее. Конечно, рано или поздно берег покажется; однако в любой момент времени вероятность остается неизменной, хотя это уже вероятность другого события (переплыть озеро другого диаметра).

Таково логическое следствие самоповторения в масштабе. Как я часто отмечал, распределение колебаний цен на финансовом рынке самоповторяется в масштабе. Как пропорция между миллиардерами и миллионерами в предложенной Парето формуле доходов, так и пропорция между крупными и мелкими колебаниями в ряду финансовых цен имеет постоянную структуру; этим объясняются более бурные скачки цен, чем можно было ожидать при отсутствии такой структуры. Сформулируем сказанное, используя понятие условной вероятности: если произошло событие  $X$ , то какова вероятность, что следующим произойдет событие  $Y$ ? В случае Парето формула самоповторения в масштабе означает, что вероятность заработать более десяти миллиардов, если уже заработано более одного миллиарда, такая же, как вероятность заработать более десяти миллионов при условии, что уже заработано более одного миллиона. В случае финансовых цен самоповторение в масштабе означает, что шансы массивной подвижки цен после крупной близки к шансам возникновения крупной подвижки после умеренной. В обоих случаях соотношения зависят от показателя степени  $\alpha$ .

Потрясающий парадокс. Рассмотрим его в нашем мире, а не в сказочной Земле Десяти Тысяч Озер. Вместо “исследователей” будем говорить об “инвесторах”. Туманы заменим ограниченностью наших познаний, а вместо озер введем в притчу стоимость 10 000 разных ценных бумаг. Если мы допускаем существование самоповторения в масштабе, то возникает ряд непростых вопросов. Может быть, нам повезло и купленные нами акции



будут расти и расти в цене, пока прибыли наши не станут неисчислимыми? Или же, на нашу беду, мы приобрели заведомо проигрышные акции и они рухнут в тот самый момент, когда нам покажется, что мы вот-вот разбогатеет? Может, мы стали свидетелями раздувающегося ценового “пузыря”, готового лопнуть в любой момент, и поэтому нам лучше оставаться в стороне от биржевой игры? Или же фундаментальные экономические правила изменились и лишь трусливый глупец не будет инвестировать в это время? Из-за самоповторения в масштабе сложно принимать решения и опасно прогнозировать, а “пузыри” неизбежны.

## 8. Рынки обманчивы

“Пузыри” — это драматические явления рынка, но склонность рынков обманывать и запутывать — обычное дело. Вспомним чартистов (специалистов по анализу рыночных диаграмм), пытающихся обнаружить рыночные закономерности. Сложность методов колеблется в широких пределах. Некоторые — всего лишь “прикидка на глазок”: структура индекса или ценовой диаграммы похожа на ту, какая встречалась раньше, поэтому очевидно, что и в этот раз диаграмма будет такой же. Другие — тоньше. Самым известным примером служит “волна Эллиота”. Уроженец Канзаса Ральф Нельсон Эллиот был бухгалтером. Большую часть своей профессиональной карьеры он посвятил реорганизации железных дорог и государственных финансов в Центральной Америке. Во время тяжелой и продолжительной болезни он разработал новую методологию диаграмм. Психология инвестора, предполагал Эллиот, движется волнами оптимизма и пессимизма, эти волны можно постоянно видеть на фондовом рынке в разное время в разных временных масштабах. Его теории привлекли внимание научной общественности в 1930-х годах, когда он верно предсказал несколько рыночных событий, а в 1980-х годах интерес к этим теориям возобновился. Но “волновое прогнозирование” — очень ненадежное дело. Это искусство, для которого субъективное суждение чартиста значит больше, чем объективный и повторяемый вердикт цифр. Его результаты, как и у многих вариантов технического анализа, далеко не однозначны.

Любим хочется видеть в окружающем мире знакомые структуры и закономерности. По ним развивалось человечество. Мы произошли



приматов, умевших обнаружить хищника в лесу и пищу в саванне. Это умение столь важно для нас, что мы применяем его повсюду, часто необоснованно. Находим закономерности там, где их нет. Между двумя мировыми войнами советский статистик Евгений Слуцкий показал, что даже броуновское движение (например, совокупные результаты подбрасывания монеты) может выглядеть неслучайным и упорядоченным. Глаз самопроизвольно разлагает его на восходящие и нисходящие циклы, а затем на еще меньшие циклы, наложенные на большие. Если добавить больше данных, появится больше циклов. Конечно, это циклы не настоящие, а лишь кажущиеся. Они представляют собой просто наложение случайных изменений.

Если даже заведомо случайный процесс кажется нам упорядоченным, то насколько больше закономерностей (повторяющихся структур) мы увидим в ценовых рядах? Как говорилось выше, долгосрочная зависимость цен создает своеобразную тенденцию в данных — не к какому-то определенному уровню цены, а к ценовым изменениям определенного размера или направления. Эти изменения могут быть направлены в одну сторону, и тогда они усиливают друг друга; однажды начавшийся тренд не прерывается, а продолжается. Но изменения также могут быть направлены встречно; однажды начавшийся тренд через некоторое время может измениться на противоположный. Однонаправленные изменения, особенно с экспонентой  $H$ , близкой к 0,75, интереснее, и именно такие обычно встречаются во многих рядах финансовых и экономических данных. В ходе наших с Уоллисом исследований в конце 1960-х годов мы генерировали такие данные с помощью абсолютно случайных операций. Тем не менее все они имели вид длинного и медленного цикла, состоящего из трех частей разного направления. Поверх этих длинных волн располагались подобные им меньшие и более многочисленные циклы. Рассмотрев меньший участок последовательности, мы вновь видели три волны, каждая на треть короче всего участка.

Одна из более противоречивых теорий глобального экономического цикла показывает такой же тройной ритм. В 1925 году русский экономист Николай Дмитриевич Кондратьев постулировал существование “длинных волн” роста и спада экономики в основных странах Запада. Каждая волна в среднем длится 54 года; первая началась в 1780-е годы, а третья, как



прогнозировал Кондратьев, должна была закончиться в 1940-е годы. Со времен Второй мировой войны экономисты спорят: то ли начался четвертый цикл, то ли русский ученый просто ошибся. Не мне судить, но я знаю, что даже по чистой случайности можно в собранных за полтораста лет данных легко увидеть трехволновую структуру длительностью 50 лет. А то, что мы приписываем этому явлению экономическое содержание, больше говорит о том, как работает наш разум, чем о подлинном механизме производства и экономического роста.

Долгосрочная зависимость столь обманчива, что ей нашлось место в инструментарии лучших баснописцев нашего времени в Голливуде. Я разработал на основе броуновского движения drobные подделки, позволяющие быстро получать кажущиеся реальными ландшафты. Пример горного массива приведен на рис. 12.2. Эти горы очень легко принять за подлинный Гималаи. Но на самом деле они — продукт компьютерного моделирования, основанного на абсолютно случайном процессе.

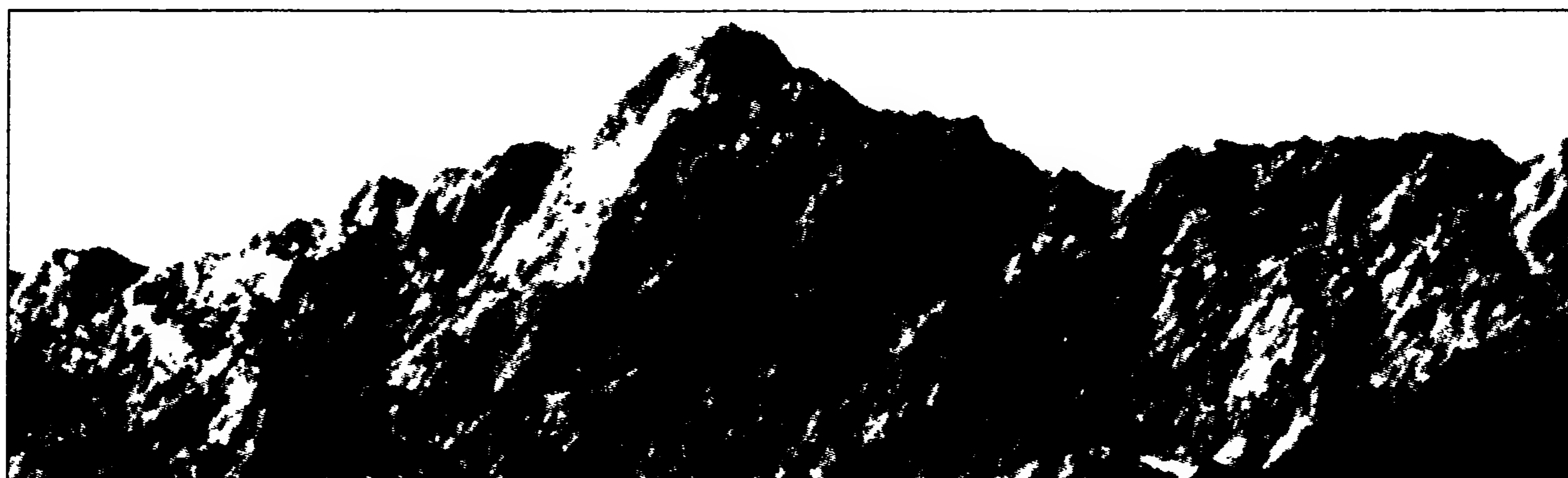


Рис. 12.2. Обманчивая сила случайности

Это Альпы? Лунные горы? В действительности это всего лишь результат работы компьютера, запрограммированного Р. Ф. Воссом. Впервые появившаяся в книге *Mandelbrot* 1982, эта диаграмма заложила стандарт компьютерной графики. Здесь полное отсутствие геофизики, только подходящий случайный процесс и фрактальность. Суть та же, что и в фрактальных финансах для получения обманчиво убедительных структур достаточно одной только случайности.

Не нужно обладать богатым воображением, чтобы понять, как в случайных финансовых данных могут появиться ложные упорядоченные структуры. Этим я не хочу сказать, что ценовые диаграммы бессмысленны или что все цены меняются только по прихоти судьбы. Однако нужно помнить, что при изучении ценовых диаграмм следует опасаться поспешных выводов.



том, будто ими управляет “невидимая рука рынка” Адама Смита. Лишь отважный инвестор решится предсказать определенный уровень цены, полагаясь исключительно на упорядоченную структуру, якобы выявленную на диаграммах.

## **9. Прогнозирование цены — путь к краху, но можно оценить вероятность будущей неустойчивости**

Не все так безнадежно. Рынки турбулентны, обманчивы, имеют тенденцию к образованию “пузырей”, заполнены ложными трендами. Может быть, прогнозировать цены вообще невозможно. Но оценивать риск — совсем другое дело.

Вернемся немного назад. Классическая модель “случайного блуждания” включает три принципиальных положения. Первое — это так называемое мартингальное условие: лучший прогноз завтрашней цены — сегодняшняя цена. Второе — “декларация независимости”: завтрашняя цена независима от последних цен. Третьим положением служит утверждение о нормальности: в совокупности все колебания цен, от малых до больших, имеют “мягкое” распределение Гаусса. На мой взгляд, два из трех положений лишние. Первое, хоть и не доказано фактическими данными, по крайней мере, не слишком им противоречит. И оно определенно помогает интуитивно объяснить, почему мы так часто ошибаемся в наших прогнозах о деятельности рынка. Но два других положения попросту ложны. Фактические данные совершенно однозначно показывают, что размах ценовых колебаний зависит от колебаний в прошлом, а кривая Гаусса — вообще нонсенс. Говоря математическим языком, рынки могут демонстрировать зависимость без корреляции. Объяснение парадокса кроется в различии между размером и направлением ценовых изменений. Предположим, что направление не коррелирует с прошлым, т.е. вчерашнее падение цен не означает большую вероятность их падения и сегодня. Это не исключает возможность зависимости абсолютных изменений: вчерашнее 10%-ное падение вполне может увеличить вероятность 10%-ной подвижки цен и сегодня, однако заранее невозможно сказать, в каком направлении будет эта подвижка — вверх или



вниз (рост цен или падение). Если так, то корреляция исчезает, несмотря на сильную зависимость. Вслед за крупными изменениями цен можно ожидать еще более крупных изменений, хотя они могут быть как положительными, так и отрицательными. Аналогично, за малыми изменениями, вероятно, последуют еще меньшие. Моменты неустойчивости сбиваются в кластеры.

Какая нам польза от этих знаний? Большая, если речь идет об управлении рисками, о том, как их избегать и даже как выиграть на них. Согласно регуляторным предписаниям, банки должны ежедневно оценивать свои рыночные активы и резервировать определенную сумму в качестве защитной меры от убытков. Более точный способ оценки потенциальных убытков позволит банку сэкономить деньги и защитит всю финансовую систему. Фондовый менеджер или инвестор, не желающий подвергаться риску крупных потерь, смог бы при появлении первых признаков финансовой бури просто спустить паруса и отказаться от рискованных сделок. А торговцы опционами даже пытаются заработать на риске. Они разрабатывают стратегии и финансовые продукты — равновесные сделки со спреedom, свопционы, барьерные опционы, — позволяющие заработать по максимуму, если правильно угадать будущую неустойчивость. По сути, эти трейдеры торгуют неустойчивостью; они даже используют для котировок единицу измерения *vol* (от английского *volatility* — неустойчивость). С 1993 года на Чикагской опционной бирже котируется продукт под названием VIX (“индекс волатильности”), построенный на прогнозном значении неустойчивости индекса S&P 500 через тридцать дней. Поскольку на кону стоят огромные деньги, то аналитики отрасли уже давно разработали ряд методов прогнозирования неустойчивости, но сами эти специалисты признают (хотя и не всегда вслух), что стандартные модели не работают.

Конечно, любые предсказания имеют ограниченную точность [75]. Прогноз рыночной неустойчивости подобен прогнозу погоды. Можно измерить интенсивность и маршрут урагана и рассчитать вероятность того, что он достигнет берега, но, как прекрасно знают жители восточного побережья США, невозможно точно предсказать место, где ураган обрушится на сушу, и каких разрушений от него ожидать. Тем не менее такого рода “метеорологические” идеи уже начали воплощать в финансах. Первый шаг — согласовать способ оценки интенсивности и направления рыночной



кризиса. Сразу напрашивается аналогия с известной шкалой Рихтера. Это логарифмическая шкала, по которой оценивают энергию, выделяемую при землетрясении. Например, катастрофическое землетрясение силой 7 баллов сопровождается вдесятеро большей энергией, чем просто разрушительное силой 6 баллов. Какой показатель финансового рынка аналогичен энергии? Некоторые называют неустойчивость (волатильность). Так, два научных работника Парижского университета предложили *индекс рыночных потрясений*, согласно которому с 1995 года произошло десять финансовых “землетрясений”. Например, российский рыночный кризис 1998 года получил по этой шкале 8,89 балла, а крупнейший, вызванный террористической атакой на Всемирный торговый центр в Нью-Йорке в сентябре 2001 года, — 13,42.

Следующий шаг — прогнозирование, но здесь работа только началась [76]. Исследователи из Цюриха, использующие свою собственную шкалу для кризисов валютного рынка, обнаружили, что их индекс позволяет предсказывать бури, но пока удаются только краткосрочные прогнозы. В течение недели 5–9 октября 1998 года обменный курс доллар/иена изменился на беспрецедентные 15%. За несколько часов до пика кризиса, обнаружили исследователи, их индекс взлетел от значения меньше 3 до точки, превышающей 10. “Мы получили раннее предупреждение о крайне нестабильной ситуации”, — было написано в отчете.

Как утверждает стандартная рыночная доктрина, рынок не проведешь. Это считается доказанным. Однако мы можем уклоняться от самых тяжелых ударов.

## 10. На финансовых рынках понятие “стоимость” недорого стоит

Для большинства людей стоимость — пробный камень. Финансовые аналитики, изучая бухгалтерские документы компании, пытаются оценить стоимость. Они рассчитывают ликвидационную стоимость (дисконтированный денежный поток) и рыночную стоимость. Экономисты пытаются смоделировать стоимость при прогнозировании роста. В классических валютных моделях входными показателями выступают разность между цифрами инфляции в зонах действия доллара США и евро, показатели роста,



процентные ставки и другие переменные. Это делается для оценки идеальной “средней” стоимости, к которой, как полагают экономисты, со временем возвратится обменный курс.

Получается, что стоимость — это рациональная и разрешимая функция информации. При наличии определенной информации о некотором активе — акциях, облигациях или паре шерстяных брюк — любой человек может определить стоимость этого актива; кто бы ни взялся за это дело, он придет к одной и той же цифре. Цены могут колебаться вокруг этого значения, которое порой трудно рассчитать, но оно всегда существует. Это некоторое среднее значение, нечто определенное в хаосе противоречивой информации. Людям удобно думать о стоимости в таком ключе. Человеческой природе претят неопределенность, неустойчивость, непредсказуемость. Людям нравится иметь некий средний эталон, на который они могут равняться, некую цель, даже если это и движущаяся цель.

Но насколько полезна эта концепция на самом деле? Какова стоимость компании? Читатель ответит, что это цена, которую рынок в своей коллективной мудрости присваивает данной компании. Самым распространенным показателем рыночной стоимости выступает отношение капитализации к прибыли компании (общепринятое английское обозначение  $P/E$ ). Для примера вновь обратимся к *Cisco Systems*, самому характерному “Интернет-пузырю”. Во время максимальной стоимости ее акций индекс  $P/E$  достиг фантастической величины — 137. Любой инвестор, действительно веривший, что эта компания имеет такую стоимость, и потому рискнувший купить ее акции, должен был рассчитывать и на продолжение такого же роста прибыли в течение, по меньшей мере, десяти лет. Если так, рыночная стоимость *Cisco* превысила бы объем всего производства США за год в денежном выражении. После того, как “пузырь” лопнул, история, конечно, изменилась. Индекс  $P/E$  компании *Cisco* в самой низкой точке рынка (начало 2003 года) упал до 26. Но что странно: к тому времени рост ее прибыли в действительности был выше, чем в дни “пузыря”, и составлял 30%. В чем тут дело? В том, что изменились не бизнес-основы *Cisco*, а аппетит рынка к технологическим компаниям, который служит такой же частью подлинной стоимости компании, как ее баланс или движение денежных средств. Так ли? Будь это справедливо, “истинная” стоимость *Cisco* меня-



бы каждый месяц, каждую неделю, каждый день и даже ежемоментно на фондовой бирже. А если стоимость столь переменчива, то какая практическая польза от нее инвестору или финансовому аналитику, решающему, продавать или покупать акции? И какая польза от модели оценки, если при каждом новых вычислениях в ней появляются новые параметры?

В таком случае стоимость, возможно, будет функцией себестоимости — себестоимости производства стальной болванки, себестоимости замены завода, себестоимости покупки отдельных частей компании после ее распада. Однако возникают дополнительные вопросы. Какова себестоимость программного обеспечения Microsoft Office? Это просто: нужно просуммировать последний бюджет разработки пакета, накладные расходы, уплаченные налоги и операционные расходы соответствующего подразделения компании *Microsoft*. Но как включить в эту цифру себестоимость предыдущих версий пакета Office, без которых последней версии просто не было бы? И как быть с себестоимостью операционной системы Windows, основного программного обеспечения, без которого не может работать Office? Как быть с себестоимостью инсталляции и послепродажного обслуживания пакета Office на компьютерах миллионов пользователей, без которых компания не получила бы столь важную для своего роста экономию за счет масштабов производства? Такие вопросы, достаточно трудные в производственной экономике прошлого, становятся вообще неразрешимыми в нашей современной информационной экономике, где из рук в руки переходят огромные деньги всего лишь за право использовать чьи-то нематериальные идеи. И даже если бы мы сошлись на какой-то определенной цифре себестоимости, по какой формуле нам рассчитывать на основе этой себестоимости цену продажи? Мы постоянно видим, как субъекты рынка вынуждены продавать свой товар ниже себестоимости. Цена платья может упасть на 90% всего лишь потому, что в конце сезона с витрины, где оно висело в начале сезона, его перенесли на вешалку уцененных товаров.

И опять согласится читатель, и опять найдет новое возражение: интеллектуальная собственность и финансовые активы относятся к неким иллюзорным позициям. А как насчет материальных активов? Никто не станет спорить, что цены на товары столь же (если не больше) нестабильны, как и цены на акции. Хлопковые цены колебались так бурно, что возникали очень



серьезные сомнения в том, имеют ли смысл такие стандартные параметры оценки, как среднее значение и дисперсия. И какая “истинная” стоимость серебра могла быть зимой 1979–1980 годов, когда всего за шесть недель цены почти утроились? Не надежнее и цены на недвижимость. Каждый, кому доводилось покупать или продавать дом или квартиру, знает, что “средние” цены не имеют значения: они основаны всего на нескольких продажах в данном районе и могут измениться в течение дня. Но даже и эти цифры удивляют причудливыми кульбитами: в конце 1990-х годов цены на лондонскую недвижимость выросли более чем в два раза. Цены на жилой фонд настолько стали отличаться от его “истинной” стоимости, что одна предприимчивая строительная фирма реконструировала бывший общественный туалет и продала его как маленький “коттедж” приблизительно за 125 тыс. фунтов стерлингов — сумма, более чем вшестеро превышающая средние лондонские расценки.

Хочу подчеркнуть, что я не отрицаю существование такого понятия, как внутренняя (присущая объекту) стоимость. Оно остается довольно популярным. Я и сам использовал его в некоторых своих экономических моделях. Однако турбулентные рынки последних нескольких десятилетий научили нас, что стоимость — это, по меньшей мере, скользкая концепция, чья польза очень преувеличена.

Так как же выживать в таком мире без абсолютов? Люди с этой задачей успешно справляются. Основной движитель финансового рынка — не стоимость и не цена, а разница цен; не усреднение продажной или покупной цены фондовых инструментов, а арбитраж (одновременная купля и продажа одного финансового инструмента на разных рынках с целью получения прибыли от расхождения цен). Люди извлекают пользу из разности цен в разных местах или в разное время. Приведу пример первого варианта (покупка и продажа в разных местах). Один мой друг облегчал свою не слишком богатую аспирантскую жизнь тем, что покупал по дешевке бывший в употреблении автомобиль с откидным верхом в своем родном заснеженном штате Миннесота, собственными руками ремонтировал его, а затем значительно дороже продавал в солнечной Калифорнии, где был спрос на открытые машины. А вот пример второго варианта (покупка и продажа в раз-



время). Спекулянт скупает пачку театральных билетов сегодня в надежде перепродать их дороже в следующем месяце, когда в кассах все билеты уже будут проданы. В обоих вариантах арбитражной тактики не предполагается существование “внутренне присущей” стоимости у товара; продавец просто наблюдает и предсказывает разность цен и пытается на ней заработать. Конечно, я никоим образом не первый, кто подчеркнул важность арбитража в финансовой теории; одна из последних “новинок” ортодоксальных финансов, так называемая *теория арбитражного ценообразования*, предлагает советы по максимальному использованию этого явления. Однако полное понимание мультифрактальных рынков начинается с осознания: не все то золото, что среднее.







# ГЛАВА 13

## В лаборатории

Если на трамвае маршрута № 4 проехать из центра Цюриха вдоль восточного берега озера, то в конце концов попадешь в старый Музей мельниц — четырехэтажную столетнюю фабрику, в которой ныне располагается экспозиция зерновых культур и достижений пищевой промышленности, а также представлена вековая история человечества: голод и изобилие, расцвет и упадок. По соседству находится нечто вроде лаборатории, занятой изучением расцвета и упадка — испытательный реактор, как называл лабораторию ее основатель. “Можно сказать, что мы занимаемся квантовой теорией финансов”, — гордо заявляет Ричард Олсен.

Его компания *Oanda.com*, выглядит как заурядная небольшая брокерская контора. В ней едва наберется двадцать пять человек, отслеживающих на мониторах состояние фондового рынка. Они ведут переписку по электронной почте со своими клиентами или выполняют другую работу на компьютерах. Web-страница компании, посвященная валютным рынкам, не представляет из себя ничего особенного. Однако этот Web-сайт предлагает определенный перечень услуг. Предусмотрена функция пересчета разных валют, даются текущие котировки, новости, размещены научные статьи о рыночной теории, обучающие игры по валютной торговле, загружаемое программное обеспечение для анализа рынка и — что отличается от обычного набора услуг подобных фирм — сервис, позволяющий ставить реальные деньги на прогнозные значения валютного курса. Открыв счет, посетитель сайта получает на своем компьютере такую же картинку, как дилер валютной



биржи Forex. Пользователь может вывести на экран диаграмму колебаний обменного курса доллар/иена или евро/фунт стерлингов, спрогнозировать будущие подвижки цен, разработать торговую стратегию, а затем сыграть реальными деньгами на “валютной бирже”. Ставка может быть совсем небольшой — один доллар. Запущенный в 2001 году, этот сервис к началу 2004 года приобрел десять тысяч пользователей, депонировавших деньги и принимавших участие в торгах. Большинство из них — любители, играющие на свой страх и риск. Но *Oanda* также привлекает и крупные деньги. В день через этот сервис проходят иены, евро, доллары, баты и песо на сумму около одного миллиарда долларов.

Можно сказать, что этот сервис представляет собой уменьшенную модель реального валютного рынка. Почти все экономические или финансовые исследования сталкиваются с одной проблемой — недостатком информации. Для изучения рынка требуется много обобщенных сведений, а именно индексы, котировки цен, объемы торгов. Сотрудник брокерской фирмы может пополнить эту информацию достоверными сведениями о действиях своих собственных клиентов и, в какой то мере, о причинах этих действий. Но ему ничего не известно о действиях клиентов других подобных фирм — т.е. получить полную картину, “вид со спутника”, невозможно. Однако Ричарду Олсену и его коллегам, докторам (Ph.D.) математики и финансов, частично удалось решить эту проблему с помощью своего сайта *Oanda.com*. Они получают как общую, так и детализированную картину того, что люди действительно делают на рынке, и анализируют эту информацию на своих компьютерах. Изучают покупательское поведение, то, что люди открывают и закрывают позиции, как долго их удерживают, что делают и, до некоторой степени, причины их действий.

“Мне не дает покоя одна мысль, — признается Олсен. — Мы запустили на орбиту космические челноки, отправили к Марсу зонды, но так и не поняли финансовые рынки. Мы буквально ничего не знаем о том, как работает экономика. Я хочу разрубить этот запутанный узел. Хочу преобразовать финансовые рынки в нечто столь же эффективное, как техника”.

Я разделяю его беспокойство. Просто не верится, что мы так мало знаем о том, как люди обогащаются или разоряются, как им удастся прожить в достатке и добром здравии или рано умереть от нужды и болезней. Финансы



рынки — это машины, от которых во многом зависит благополучие человека. Но мы тем не менее больше знаем о том, как работает двигатель нашего автомобиля, чем о функционировании мировой финансовой системы. Из-за своего невежества мы живем от кризиса до кризиса. В мире, опутанном различными сетями и связями, кризис на одном рынке мгновенно распространяется на все другие, а мы имеем лишь самое смутное представление о том, как это происходит и как справиться с данным явлением. Наши знания столь ограничены, что мы обращаемся за помощью к шаманам, а не к науке. Мы отдаем контроль над крупнейшими экономиками мира в руки нескольких престарелых джентльменов, руководителей центральных банков ведущих стран. Не понимая, что и как они делают, мы слепо верим в их мистическую связь с экономическими духами, в их способность даровать нам финансовую солнечную погоду, а если дождь — то денежный, и уберечь нас от финансовых холодов и экономического мора. Через эту книгу я хочу донести до людей только одну мысль: финансы должны избавиться от своих вредных привычек и стать на путь научного метода.

Не утверждаю, что знаю ответы на все вопросы. Хочу рассказать только о нескольких вещах, собранных, как колоски на поле, путем долгих исследований и благодаря свободному полету мысли. Интерес к моим гипотезам со временем то возрастал, то падал. После начального всплеска увлечения новым веянием в 1960-х, 1970-х и 1980-х годах мои, тогда еще полуоформленные, финансовые теории вышли из моды. Только в 1990-х годах, когда фрактальная геометрия стала пользоваться уважением, а мои теории развились и окрепли, еще небольшая, но растущая группа экономистов, математиков и финансистов присоединилась к моим трудам. Приблизительно сотня серьезных ученых во всем мире занята фрактальным финансовым и экономическим анализом. Многие из них работают в высших учебных заведениях и публикуются в тех немногочисленных научных журналах, которые решаются помещать на своих страницах фрактальную ересь. Некоторые занимаются финансами и пытаются делать деньги, хотя следует признать: наши знания пока еще столь ограничены, что никто особых успехов на избранном поприще не добился.

Не всегда я согласен со всеми этими исследователями и трейдерами, экспериментирующими с фракталами; в отдельных случаях разногласия весьма



значительны. Пока что рыночные тесты не рассматриваются как научно обоснованные испытания, но такая задача и не ставится. Руководствуясь принципом “что-нибудь да сработает”, в них часто смешиваются некоторые мои фрактальные идеи с доброй порцией других, нередко противоположных концепций. Таковы крайности реальных финансов, да и научного мира тоже. И еще нужно добавить, что фракталы стали чем-то вроде миникульты, но, как любой культ, этот тоже имеет своих противников.

Я готов аплодировать любым серьезным попыткам продвинуть наше понимание того, как в действительности работает финансовая система. Поэтому в заключение данной книги расскажу о нескольких современных экспериментальных направлениях, не комментируя их и не называя имен. Затем приведу список ряда серьезных научных вопросов, которыми, по моему мнению, надлежит заниматься исследователям.

“Он подобен атомному реактору, — восторженно говорит Ричард Олсен о своем проекте. — Мы можем заглянуть внутрь и увидеть, как работает финансовый рынок”.

Олсен — очень серьезный долговязый мужчина лет пятидесяти. Его манеры более подходят ученому, чем биржевому трейдеру. В мире Forex, где Олсен известен среди исследовательских подразделений крупных банков, его действительно считают ученым — интеллектуальным, увлеченным и, возможно, немного эксцентричным. Степень магистра по политологии и экономике он получил в Оксфорде, доктора (Ph.D.) права — в Цюрихе, где и работал среди финансистов-практиков. Но довольно скоро стал “проповедником” новой веры в финансовых исследованиях, получившей название “данные с высокой частотой”. Столетие назад было сложно собрать даже начальные данные о выраженных трендах. Со временем на биржах и в газетах стали стабильно сообщать месячные, недельные и дневные цены. Однако реальный поток данных (текущие котировки, меняющиеся с каждой транзакцией) был доступен только в нескольких местах, таких как Нью-йоркская фондовая биржа. В 1980-х годах некоторые компании, например *Reuters*, начали предоставлять своим клиентам платные услуги — сообщать в режиме реального времени текущие рыночные данные, в частности валютный курс. Олсен и его коллеги из Цюриха увидели в этом возможность извлечь выгоду. Они собирали, обрабатывали и изучали эту информацию, создав одну



из крупнейших в мире баз данных. Для ученых такая информация — настоящий клад. На ее основе написана масса научных статей о финансах. Правда, крупные банки, которым Олсен тоже надеялся продавать свою базу данных, не проявили большого интереса к предложению. Фирму пришлось ликвидировать.

Интернет-компания *Oanda.com* стала следующей идеей предприимчивого Ричарда Олсена, заинтересованного в изучении рынка. Он основал ее в 1996 году вместе со своим школьным другом и профессором компьютерных наук М. Штуммом. Этот проект оказался куда успешнее первого. В 2003 году, согласно отчету, представленному Комиссии по срочной биржевой торговле США, чистый капитал компании более чем удвоился и достиг 4,1 млн. долл. Прекрасный результат. Родственная компания, *Olsen Investment Corp.*, оперирует на валютном рынке в пользу клиентов относительно небольшими суммами — 30 млн. евро на конец 2003 года. Фонды, в которые инвестирует *Olsen Investment Corp.*, оправдывают ее надежды. Лучший из них принес в 2003 году 21,05% дохода, худший — 3,15% (данные взяты из прошедших аудит отчетов). Разница в результатах объясняется различными уровнями риска, который считает для себя приемлемым каждый отдельный фонд. До сих пор на рынке Forex самые рискованные фонды приносили и наибольший доход. Торговая стратегия для всех фондов одинакова; она основана на разработанных Олсеном компьютерных квазифрактальных моделях рынка. “Мир фрактален, — поясняет Олсен, — и если пытаешься подходить к фрактальным рынкам с евклидовыми представлениями, то получишь совершенно искаженную картину”.

С его точки зрения, финансовая транзакция подобна небольшому взрыву. В традиционной теории считается, что цены изменяются непрерывно, а каждый отдельный инвестор имеет для рынка столь же ничтожное значение, как и любой другой. Их торговля подобна столкновению молекул в газовой камере — миллионы актов обмена крохотным количеством энергии. “Чепуха”, — характеризует традиционную теорию Олсен. Оперативные рыночные данные четко показывают, что цены меняются скачками. Котировки “дергаются”. И инвесторы не все одинаковые, а весьма отличаются друг от друга по своему значению и влиянию на рынок. Поэтому точнее будет такая метафора: от искр свечей зажигания в камере двигателя внутреннего



сгорания возникают миллионы малых и крупных взрывов, приводящих в движение поршни, которые в свою очередь приводят в движение автомобиль [77].

По мнению Олсена, на хорошо функционирующем рынке мелкие инвесторы ведут себя подобно крупным инвесторам, получая пропорционально меньшую прибыль. И только несправедливая комиссионная структура и другие характеристики отрасли искажают гармоничную картину. Олсен также говорит, что торговцы краткосрочными инструментами действуют подобно торговцам долгосрочными инструментами, но с соответствующим масштабным коэффициентом. Это показывает его Web-сервис FXTrade ("Торговля на валютном рынке"). Здесь отсутствуют гонорары валютных брокеров, а процентные ставки формируются в оперативном режиме, что ставит крупных и мелких инвесторов на одну планку. Чтобы его система была рабочей, а не просто тренировочной, Олсен официально зарегистрировал свою фирму и потому стал таким же субъектом валютного рынка, как *Citibank* или любые другие гиганты. Фирма имеет собственную систему котировок, как и у крупных банков; здесь продают и покупают валютные контракты, управляют рисками. Подобно другим игрокам рынка, Олсен зарабатывает на спреде или, другими словами, на разнице между курсами покупки и продажи валюты. Но пользователям системы вся эта механика не видна: они видят только обычный валютный рынок, на котором могут торговать в любое время, используя по своему усмотрению любую стратегию и любые инвестиции.

"Это фантастика", — отзывается о сайте Олсена Л. Б. Майерс дневной трейдер из Вако (штат Техас). Каждую ночь, в 1:45 по тexasскому времени, он садится за свой компьютер, чтобы успеть к открытию валютного рынка в Лондоне, затем дремлет в ожидании открытия нью-йоркских рынков, и так спит и торгует с перерывами круглые сутки, просыпаясь к открытию очередного рынка. С тех пор, как случайно в 2002 году он открыл для себя Web-страницу Олсена, ему удалось заработать "семизначную сумму". Тогда он как раз потерял деньги на акциях и искал какой-то новый способ заработка. Подобную же одержимость обменом валюты демонстрируют и другие клиенты сайта *Oanda.com*, которые общаются здесь же, в чате. Какие-то торговцы из Хайдерабада (Индия) обмениваются профессиональными секретами.



с инвесторами из Лондона и Дейтона (штат Огайо). “Валютчик” из Китая обращается к чатланам: “Здесь есть трейдеры по доллару-иене? Нужен совет о том, куда движется иена!” Еще один трейдер, теперь уже из Южной Африки, пытался сыграть на росте евро, но вскоре понял, что ошибся в своем прогнозе. И рассказал эту грустную историю в чате: “Надеялся, что или тренды изменятся, или получу урок скромности... Вывод: таки надо быть скромнее”.

Большинство клиентов сайта ничего не знают о фрактальных представлениях Олсена или же не интересуются ими. Но любопытным предлагают ознакомиться с теорией так называемых “гетерогенных рынков”. Вся ортодоксальная экономика ошибочна, говорит Ричард Олсен. Люди не рациональны и думают по-разному. Одни — импульсивные спекулянты, которые по сотне раз за день заходят на рынок и быстро покидают его. Другие — казначеи крупных компаний, целенаправленно покупающие и продающие крупные контракты для финансирования корпоративного слияния или хеджирования экспортного риска. Есть и представители центральных банков, торгующие лишь от случая к случаю, в критические моменты. Много долгосрочных инвесторов, продающих в течение месяцев или лет спустя после покупки. Каждый из них работает в своем индивидуальном временном масштабе, но все они сходятся на рынке в один и тот же момент торгов. Все разные временные периоды сжимаются в единственное и общее для всех мгновение, будто семь цветов радужного спектра фокусируются в одной белой точке. Вот здесь, говорит Олсен, и вступает в игру мультифрактальный анализ. Этот математический инструмент для разложения рынка на разные элементы позволяет нам увидеть, как они соотносятся и взаимодействуют между собой. Мультифрактальный анализ также подсказывает реальные торговые стратегии. С помощью моделей Олсена его компьютеры обнаруживают моменты, когда кратко- и долгосрочные трейдеры движутся в противоположных направлениях — лучшее время поставить на то, что вскоре рынок автоматически вернется в состояние равновесия.

В конечном счете, говорит Олсен, он добивается более эффективной и надежной работы финансовой системы. Если бы реальный рынок работал как его FXTrade, затраты снизились бы, а ликвидность, напротив, выросла. “Мировая экономика подобна человеческому телу, — поясняет ученый-инвестор. — Сердце перекачивает шесть литров крови в минуту, поэтому



если человек весит, скажем, 80 кг, то его кровь будет перекачана приблизительно за 13 минут. При большем весе потребуется больше времени, а это уже повышенная нагрузка на сердце. По аналогии получается, что на мировом валютном рынке каждые 10 минут должны оборачиваться 40 трлн. долл., а в реальности мы имеем приблизительно всего 1 трлн. за 24 часа. Я утверждаю, что мировая экономика близка к сердечному приступу”.

На широком парижском бульваре Хауссман работают серьезные деньги. Жан-Филип Бушо и его коллеги из *Capital Fund Investment* одно время управляли двумя хеджевыми фондами\* с совокупным капиталом 725 млн. долл. (по состоянию на конец 2003 года). Оба фонда занимаются статистическим арбитражем: с помощью компьютеризированных математических моделей ищут на рынке, как они считают, слабые места, например неправильное ценообразование или другие неустойчивые структуры, на которых можно сделать деньги. Суммы индивидуальных сделок невелики, но начинается игра больших чисел и совокупная прибыль возрастает. В 2002 году их более крупный фонд *Ventus* показал на фондовом рынке 28,1%-ный рост, тогда как весь рынок упал на треть. Но это также игра случая: в 2003 году им повезло меньше, и рост составил всего 3,32%. Другой же их фонд, *Discus*, работающий на рынке фьючерсов, сообщил в том же году о 14,1%-ной прибыли. “Для статистического арбитража взлеты и падения — обычное дело”, — пожимает плечами Бушо.

Отчасти их стратегия мультифрактальна, но может быть и другой. Они разработали несколько собственных алгоритмов, большая часть которых представляет коммерческую тайну. Используются алгоритмы для распознавания потенциально выгодных рыночных ситуаций. Их модели рассчитывают, как называет это Бушо, “центр тяжести” индивидуальных акций рынка в целом; если цена слишком возрастает или падает, это воспринимают как торговый сигнал. Здесь ничего мультифрактального нет; на самом деле, хотя математический аппарат очень сложен, основная концепция — все тот же добрый старый расчет на возврат стоимости акций к среднему значению.

---

\* Взаимный инвестиционный фонд, использующий технику хеджирования для ограничения потерь. — Примеч. ред.



Но Бушо также использует несколько методов, которые, по его утверждению, он позаимствовал в мультифрактальном анализе. С их помощью планируют торговые операции, формируют портфели ценных бумаг и, самое главное, избегают риска крупных единовременных потерь. В 1998 году Жан-Филип Бушо с несколькими своими коллегами опубликовал на эту тему научную статью. “Работа с хвостами”, как они называли управление рисками на своем профессиональном жаргоне, состоит в следующем [78]. Согласно общепринятой портфельной теории, основанной на всех старых предположениях о броуновском движении цен, портфель формируют, старательно подбирая активы по их взаимному изменению; хорошая диверсификация подразумевает, что одни активы из портфеля растут в то время, когда другие падают. Однако при этом в методе Бушо принято как данное следующее: цены демонстрируют долгосрочную зависимость, их распределение имеет “толстые хвосты” и они самоповторяются в масштабе по степенному закону. Основное внимание Бушо уделяет вероятности краха, т.е. резкого катастрофического падения цен. В конце концов инвесторы теряют свои вложения вследствие катастроф, а не малого снижения. Используемая *Capital Fund Investment* формула самоповторения в масштабе минимизирует вероятность одновременного краха слишком многих активов, входящих в портфель. На основе этой формулы разработан метод *обобщенной границы эффективности* (аналогичный исходному портфельному методу Марковица), используемый для выбора портфеля, дающего наибольшую отдачу при заданном уровне защиты от краха. Как писалось в статье, “частота очень крупных, тяжелых убытков минимизирована для определенного уровня прибыли”.

Таким образом, важен не только выбор акций, но и защита от риска. Для второй задачи, замечает Бушо, весьма полезно мультифрактальное мышление.

\* \* \*

Фракталы в финансах прошли извилистый путь. В начале 1990-х годов они стали модным увлечением, поскольку Уолл-стрит, оправляясь от кризиса 1987 года, искала новые идеи. Было сформировано несколько фондов, экспериментировавших с теорией хаоса, которую позаимствовали у физики



и математики; как говорилось выше, хаотические системы часто демонстрируют фрактальное поведение, но две области — финансы и естественные науки — интеллектуально различны. Несколько ученых из Института Санта-Фе создали фирму *Prediction Co.* (Предсказания), которая некоторое время пользовалась большой популярностью. Один бостонский фондовый менеджер, Эдгар Э. Питерс из компании *PanAngora Asset Management*, написал две книги по фрактальному анализу рынков — хотя, как признается сегодня, при управлении фондами *PanAngora* он таким анализом не пользовался. Консервативная клиентура фирмы просто не интересовалась новомодной теорией, несмотря на ее популярность. Однако с тех пор исследования продвинулись вперед и фракталы вновь вошли в моду в среде финансистов [79]. Тем не менее следует сказать, что, как и в случае с любой модой, показухи обычно больше, чем содержания.

На мой взгляд, еще рано надеяться на серьезную отдачу от фрактальных финансов. Слишком многого мы пока не знаем. Ниже следует краткое изложение нескольких практических вопросов, которые нам еще надлежит разрешить. Они дают представление о том, чего мы, возможно, добьемся с помощью фрактального анализа; я также надеюсь, что они подвигнут других ученых на серьезные исследования в этой области.

## Задача 1. Анализ инвестиций

На Уолл-стрит любят учет и потому старательно подсчитывают ряд индексов и показателей: Доу-Джонса,  $P/E$  (отношение капитализации к прибыли компании), book-to-market (отношение балансовой стоимости компании к ее капитализации), EBITDA (прибыль до вычета налогов, процентов и неденежных расходов). Не важно, что они означают; главное — их количество растет. Они помогают выявить тренды, сравнить инвестиции, оценить результаты, назначить премии и рассчитать прибыль. Но когда дело доходит до оценки риска, то инструментарий отрасли оказывается на удивление скудным. Наибольшее применение нашли  $\alpha$ , или неустойчивость, и  $\beta$ , или степень корреляции изменения цены акций с изменением рынка в целом. Эти две величины используют вновь и вновь; вторую для формирования инвестиционного портфеля и в корпоративных финансах, а первую — буквально во всех мыслимых расчетах риска. Конечно, обе имеют смысл толь-



если цены меняются умеренно, в соответствии с кривой Гаусса, но мы уже точно знаем, что это не так, поэтому использовать эти две величины для анализа цен акций подобно попыткам распилить доску с помощью молотка. Даже если бы математический аппарат был правильным, он покоится на ошибочном предположении. Разве возможно, чтобы одно и то же распределение вероятностей описывало все виды финансовых активов? Разве цены на серебро меняются так же, как казначейские векселя, а акции *Amazon* следуют той же кривой, что и фьючерсы на целлюлозу?

Важно систематизировать собранные данные. Финансы сегодня находятся в том же первобытном состоянии, в каком три столетия назад пребывали естественные науки. Их понятия и инструментарий ограничены, поэтому мы часто путаем “финансовые виды”, как в прежние времена путали виды животных. Открытие новых, более точных способов различия инвестиций очень помогло бы экономистам. Инвесторам было бы проще выбирать акции, фондовые менеджеры формировали бы более надежные инвестиционные портфели, а финансистам было бы проще решать, нужны ли для достижения целей компании новый завод или слияние с другими компаниями.

В разное время многие исследователи пытались с помощью моей работы отыскать такой новый набор инструментов. Первым стала альфа,  $\alpha$ , показатель степени, характеризующий интенсивность колебания цен, или “толщину хвостов” кривой изменения цен. Я обнаружил, что для хлопка  $\alpha$  равна 1,7; такая величина свидетельствует об интенсивном колебании цен. Для пшеницы  $\alpha$  близка к 2; это случай кривой Гаусса и более умеренных колебаний. Мой студент, Фама, продолжил исследования в этом направлении и выяснил, что разные акции имеют разные значения  $\alpha$ . Например, значения, близкие к гауссовым 2, имеют акции таких промышленных тяжеловесов, как *Alcoa*, *Standard Oil* и *General Foods*, а значения, близкие к единице Коши — компаний *Westinghouse*, *United Aircraft* и *American Tobacco*. Но работа Фама также показала, что важен выбор метода расчета  $\alpha$ ; используя разные методы, он получал разные оценки для одних и тех же акций.

Пока что столь же неоднозначными были попытки разработать критерий риска на основе  $H$  — показателя степени, характеризующего зависимость изменений цены от прошлых изменений. Например, одно исследование



18 разных долларовых рынков — относительно иены, фунта стерлингов и других валют — показало диапазон значений  $H$  от 0,53 до 0,63 [80]. Хотя все они выше значения “случайного блуждания” (0,5), четкого понимания, почему данная конкретная валюта имеет именно такое значение  $H$ , не появилось. Как упоминалось выше, другой исследователь, Питерс из *PanAngora*, в 1994 году сообщил о казавшейся тогда завершенной и логичной системе колебаний  $H$  в зависимости от типа активов. Акции высокотехнологических компаний имеют более высокую зависимость и соответственно более высокие значения  $H$ ; для стабильных коммунальных акций эти значения близки к “случайному блужданию”. Согласно общепринятому анализу, акции высокотехнологических компаний менее устойчивы, что делает их по утверждению Питерса, привлекательными для инвестора, поскольку ценовые тренды легче распознать. Но опять-таки важен выбор метода. Если мы рассмотрим все проведенные на сегодня исследования, то обнаружим обескураживающий разброс значений  $H$  без какой-либо видимой закономерности. Например, чему равно  $H$  для рынка доллара и немецкой марки? Ответ: шесть разных исследований дали шесть разных значений, от 0,5 до 0,64. А для рынка доллара и иены? Почти такой же разброс значений. На фондовом рынке различные авторы оценивают индекс S&P 500 в диапазоне 0,53–0,74. Список можно продолжить. Ясно одно: “В товарищах согласия нет”.

Существуют, правда, совершенно другие подходы к фрактальному анализу. В Йельском университете несколько моих студентов попытались создать нечто подобное “фрактальным отпечаткам пальцев” акций. Идея заключается в том, чтобы использовать данные о ценовых колебаниях акций для выполнения повторяющегося фрактального процесса — подобно тому как можно сделать просечки на бумажном рулоне старого механического пианино в соответствии с данными электрокардиограммы (ЭКГ) пациента. Эксцентрический способ. Но надо признать, что такой процесс систематически выявлял бы определенные различия между рядами данных. Например, определенный отличный от нормы сердечный ритм на исходной ЭКГ начал бы на механическом пианино как характерные тихие высокие звуки или как отсутствие нот вокруг “до” первой октавы — любой из звуковых сунков легко узнаваем. Таким же образом определенные ценовые колеба-



оставляли бы на фрактальных “отпечатках пальцев” характерные следы. Как видно из рис. 13.1, “отпечатки пальцев” разных акций имеют резкие отличия. Отпечаток акций *Citigroup* имеет четкую диагональ — с верхнего левого угла в нижний правый, что свидетельствует о множестве небольших последовательных колебаний цен вверх и вниз; именно этого мы ждем от акций стабильного банка. В отличие от *Citigroup*, “дактилоскопический отпечаток” компании *Sonus Networks* имеет противоположную диагональ — из нижнего левого угла в верхний правый. Она образована резкими скачками вверх, которые перемежаются резкими скачками вниз, что не удивительно для очень рискованных технологических акций. Другие исследователи использовали эту методику для анализа связей между китайским и тайваньским фондовыми рынками, а также между отдельными акциями и рынком в целом [81].

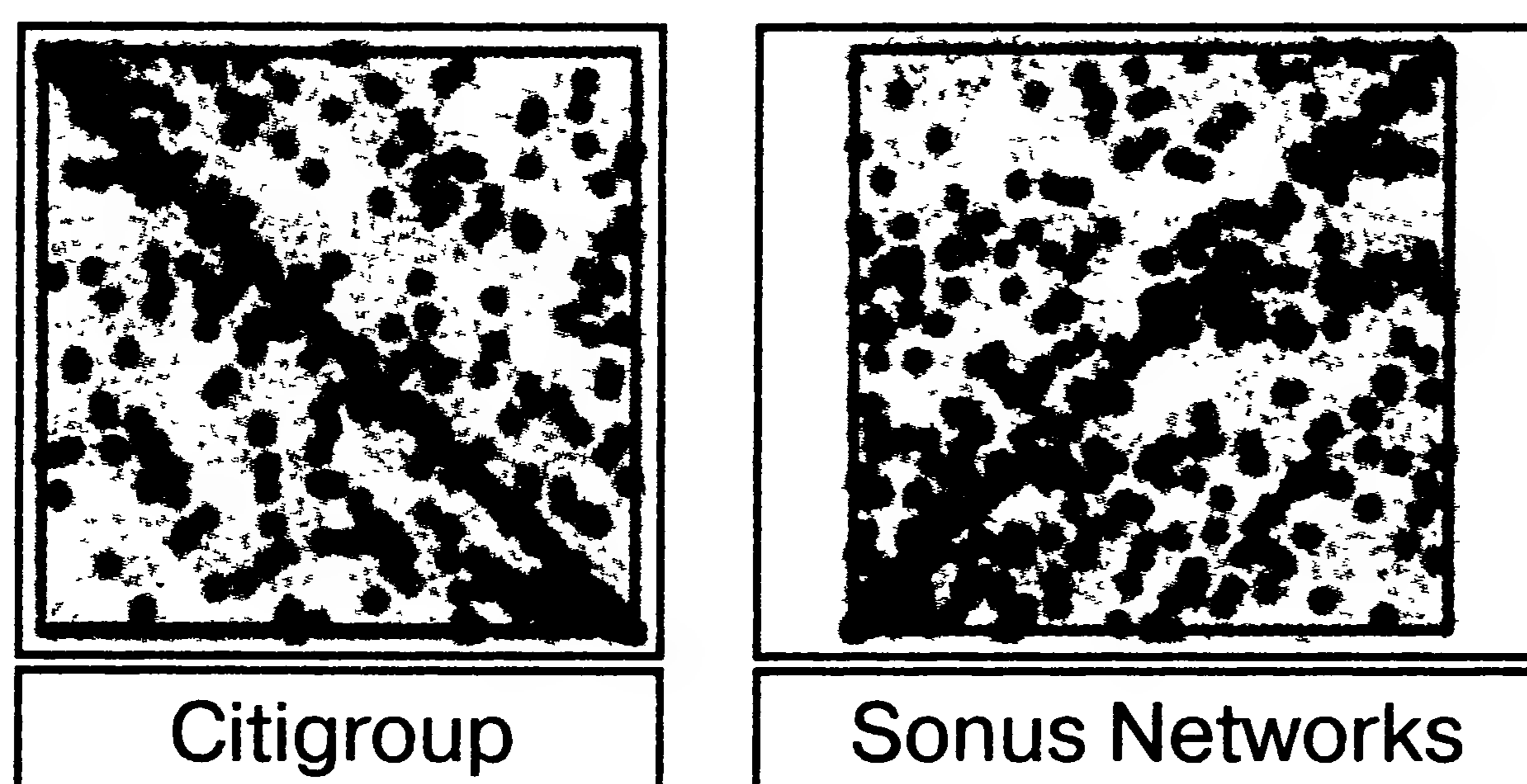


Рис. 13.1. Фрактальные “отпечатки пальцев”

Один инновационный подход к фрактальному анализу фондового рынка заключается в использовании данных о ценовых колебаниях акций для выполнения простого, повторяющегося фрактального процесса, который даст уникальное изображение колебаний цен отдельных видов акций. Слева изображен такой “дактилоскопический отпечаток” для стабильного банка *Citigroup*, справа — для рискованных акций компании *Sonus Networks*. Эта методика подтверждает наше интуитивное представление о различном поведении котировок акций двух компаний. Но чтобы использовать ее в качестве инструмента финансового анализа, требуются сложные расчеты.

Очевидно, пока что фрактальный анализ инвестиций ставит больше вопросов, чем дает ответов. Это не должно нас удивлять. Обычные инструменты



современного финансового анализа сформировались на основе более чем полувековой работы тысяч экономистов и финансовых аналитиков, тогда как фрактальным анализом серьезно до сих пор мало кто занимался, да и то не систематически. Пришло время взяться за эту работу всерьез.

## Задача 2. Формирование инвестиционного портфеля

Можно погнаться за двумя зайцами и поймать обоих — обещает современная теория формирования портфеля ценных бумаг. Она представляет собой сложный математический аппарат снижения риска без принесения в жертву слишком большой части возможной прибыли. В описанной ранее разработанной Шарпом модели оценки финансовых активов (общепринятая английская аббревиатура — CAPM) вначале предполагается, что ожидаемая прибыль любой ценной бумаги равна сумме двух простых элементов. Первый — это прибыль, полученная за счет роста курса данной ценной бумаги вместе с ростом рынка в целом, а второй — прибыль, полученная за счет собственного роста ее курса. Рост и падение курса данных акций одновременно с рыночным индексом в целом характеризуются коэффициентом  $\beta$ ; финансовые аналитики потратили много сил и времени на изучение и расчет этого параметра. По сути, акции с коэффициентом  $\beta$ , равным 1, движутся строго синхронно с рынком в целом. Акции с большим  $\beta$  сверхчувствительны к движениям рынка; они увеличивают рыночный риск, поэтому инвестор, намеревающийся их купить, должен верить, что значительный рост этих акций оправдывает повышенный риск. Акции с меньшим  $\beta$  нечувствительны к движениям рынка; они уменьшают рыночный риск, поэтому могут быть привлекательными для инвестора даже при том, что стоит ожидать значительного роста их цены. При таких предположениях можно довольно точно рассчитать оптимальный, т.е. сбалансированный по риску и прибыли, портфель ценных бумаг. Такова теория. Но она часто расходится с практикой: многие фондовые менеджеры имеют собственные “фирменные” методы выбора инвестиций и используют строгий математический аппарат современной портфельной теории лишь для ориентира, проверки того, что их выбор не более рискован, чем они предполагали.



Однако как бы ни использовали современную портфельную теорию — в качестве ориентира или основного инструмента, — в ее основе лежат общепринятые рыночные предположения: цены меняются умеренно, независимо и непрерывно от одного момента времени до другого (т.е. без скачков). Если эти предположения ошибочны, то все рухнет. Портфельная теория, которую мы считали тщательно отлаженным инструментом получения прибыли, окажется опасной и ненадежной.

Впервые об этом сказал Юджин Фама. Принято считать, что при правильном выборе инвестиций оптимальный портфель обеспечивают приблизительно тридцать различных видов акций. Но на самом деле, как обнаружил Фама в 1965 году, если допустить бурные колебания цен, то придется включать в портфель гораздо больше разных ценных бумаг, возможно, втрое или даже вчетверо больше. Интенсивные скачки реальных рынков означают, что в нашем портфеле необходимо предусмотреть большую, чем следует из общепринятой теории, надежность. В 2000 году несколько ученых во Франции повторили более подробно его расчеты [82]. Выяснилось, что для тех девяти видов акций, которые они изучили на Парижской бирже, традиционные методы постоянно давали заниженное значение основного рыночного параметра,  $\beta$ . Например, для французской компании ACCOR, занятой в гостиничном бизнесе, параметр  $\beta$  при оценке по стандартному методу оказался равным 0,91. Значит, акции этой компании — “оборонительные” и их можно включить в портфель. Когда же исследователи пересчитали  $\beta$  с помощью более реалистичной модели ценовых колебаний, то получили на 8% большее значение (0,98), что делает акции компании ACCOR столь же рискованными, как и рынок в целом. Ученые выяснили, что стандартные методы давали в среднем на 6% заниженные значения  $\beta$ . Вывод: выбирая акции стандартным методом, инвестор в действительности может повышать риск, а не снижать его.

Возможно ли разработать новую, точную портфельную теорию? Пока еще не ясно. Независимо от того, какой  $\beta$  мы используем — традиционный или новый “реальный”, вся теория базируется на предположении, что средние рыночные показатели важны, т.е. что мы можем использовать индексы Доу-Джонса или САС-40 как удобный критерий рискованности отдельных видов акций. Но что проку в средних показателях, если отдельные виды



акций столь бурно и непредсказуемо скачут вокруг них? Каково “среднее” расположение звезд в галактике? Очевидно, нужен новый подход. Сегодня формирование портфеля “по науке” представляет собой скорее статистическую игру, чем работу ума: мы исходим из предположения, что рынок правильно определил цену всех акций, поэтому наша задача заключается просто в составлении необходимой для достижения наших инвестиционных целей оптимальной комбинации отдельных акций в нашем портфеле. Подобным подходом пользуется художник, просто выдавливающий из разных тюбиков краску, уже приготовленную на фабрике. Но если ему приходится самостоятельно готовить краски, смешивая разные компоненты, то он больше полагается на свое ощущение цвета, насыщенности и сбалансированности разных оттенков. Аналогичная ситуация с акциями: если они не имеют заранее известной цены, если процесс ценообразования оказывается сложнее, чем ожидалось, то большое значение приобретает умение инвестиционного менеджера обнаруживать удобные возможности для вложения свободных средств. В самом деле, в негауссовом мире такой специалист действительно должен отрабатывать свои немаленькие гонорары.

Что посоветовать? Начинающие “портфельные” менеджеры могут чаще прибегать к “нагрузочным испытаниям”, т.е. моделировать на компьютере все возможные нестандартные ситуации и при получении крайне негативного результата пересмотреть всю стратегию. Эта технология получила название *моделирование Монте-Карло*. Мы задаем компьютеру предполагаемую схему колебания цен, а именно вид генератора случайных чисел, и вводим все исходные данные: вид акций, их ценовую историю, нашу покупательскую стратегию. Запускаем процесс. С помощью заданных правил отбора случайных чисел компьютер генерирует ряд гипотетических цен для каждого вида акций; по существу, моделируется возможный опыт работы инвестора с портфелем. Компьютер повторяет процесс вновь и вновь, тысячу раз, как будто кто-то многократно подбрасывает монету, желая убедиться, что вероятность выпадения орла или решки действительно составляет 50%. В конце компьютер обобщает результаты всех итераций и определяет, какие из них получались чаще всего и, следовательно, наиболее вероятны в реальной жизни. Мы также узнаем, какие результаты маловероятны, но могут иметь катастрофические последствия. Наконец, инвестор сам решает,



нравится ли ему предложенный компьютером сценарий. Если нет, то данный портфель признается слишком рискованным, и процесс начинается снова.

Звучит как вычислительный кошмар. Действительно, когда несколько десятилетий назад этот метод впервые появился в физике, его из-за математических сложностей использовали очень редко. Сегодня компьютеры стали дешевле и более быстродействующими; программное обеспечение для выполнения таких вычислений широко доступно. Например, смоделировать на обычном персональном компьютере работу опционного контракта можно менее чем за минуту. Поэтому за последние десять лет метод нашел применение во многих сферах финансов. Смее утверждать, что он уже становится стандартным инструментом формирования инвестиционного портфеля.

### Задача 3. Оценка опционов

Сколько стоит опцион? Ответ зависит от метода оценки.

В одном исследовании 2003 года, которое проводилось по заказу Исследовательского фонда финансовых управляющих США, сравнили шесть распространенных методов оценки фондовых опционов. По одному из них стоимость включенного в исследование фондового опциона для руководителя, получившего эту ценную бумагу от своей компании, оказалась равной 8,76 долл. на одну акцию. Но второй метод, а именно предложенное 30 лет назад уравнение Блэка-Шоулза, дал для того же фондового опциона другую цифру — 25,27 долл. на акцию. Какое значение истинно? Вероятно, никакое. Другие исследования выявили еще больший разброс оценок. На валютном рынке, где в 2001 году объем торгов составил 15 трлн. долл., исследователи обнаружили 84%-ную недооценку некоторых опционов доллар-иена и 40%-ную — некоторых опционов швейцарский франк-доллар [83].

Правильная оценка опционов — игра с высокими ставками, но в правилах этой игры существует полная неразбериха. Как говорилось выше, самую широко известную формулу опубликовали в 1973 году Фишер Блэк и Майрон Шоулз, однако на протяжении многих лет ее считали попросту неверной. Она построена на нереалистических предположениях:



распределение колебаний цены образует кривую Гаусса; за все время существования опциона неустойчивость (волатильность) остается неизменной; цены не скачут; налогов и комиссионных не существует и т.д. Конечно, такие упрощения облегчают математические вычисления. Настолько, что в течение первых 15 лет после открытия этой формулы ее слепо использовали на всех опционных рынках, считая своего рода финансовым алхимическим средством, превращающим все в золото. Корпорации получили возможность назначать стоимость фондовым опционам, которые они выдавали своим руководителям. А банкам это позволило разрабатывать новые и еще более причудливые финансовые продукты. Появилась даже “портфельная страховка” — точно рассчитанное количество опционов, стоимость которых должна возрасти при падении основного портфеля акций. Всем казалось, что они занимаются “финансовым инжинирингом” высшего класса. Но, конечно, истина открылась в Черный Понедельник, 18 октября 1987 года, когда за внезапным падением фондовых цен последовал массовый обвал страховых опционов.

Основной проблемой стало заложенное в формулу Блэка-Шоулза предположение о постоянстве волатильности — по существу, о том, что наш мир не меняется. Чтобы рассчитать цену опциона, обычно вводят несколько цифр, включая нашу оценку интенсивности колебаний стоимости исходной акции или валютного курса в прошлом; “на выходе” формулы получают рекомендованную цену опциона. Но если выполнить расчет в обратном направлении, подавая “на выход” реальные рыночные цены и “снимая с входа” значение неустойчивости, которая должна быть при таких ценах, то получим полную бессмыслицу: диапазон разных прогнозов неустойчивости для одних и тех же опционов. Графический пример приведен на рис. 13.2. Показаны предполагаемые значения неустойчивости для нескольких разных характеристик (срока ликвидации и цены исполнения) одного и того же вида опционов. Будь формула Блэка-Шоулза верна, мы имели бы весьма унылую картину — одну прямую линию для всех вариантов характеристик опционов. В реальности же мы видим целый диапазон ошибок, покрывающий всю диаграмму (рис. 13.2). Ошибки имеют собственную сложную структуру, достойную глубоких исследований. В сфере опционов, где ошибки могут стоить миллионы долларов, такие исследования



действительно проводились. Сотни научных статей, несколько учебников и множество финансовых конференций посвящены изучению ошибок.

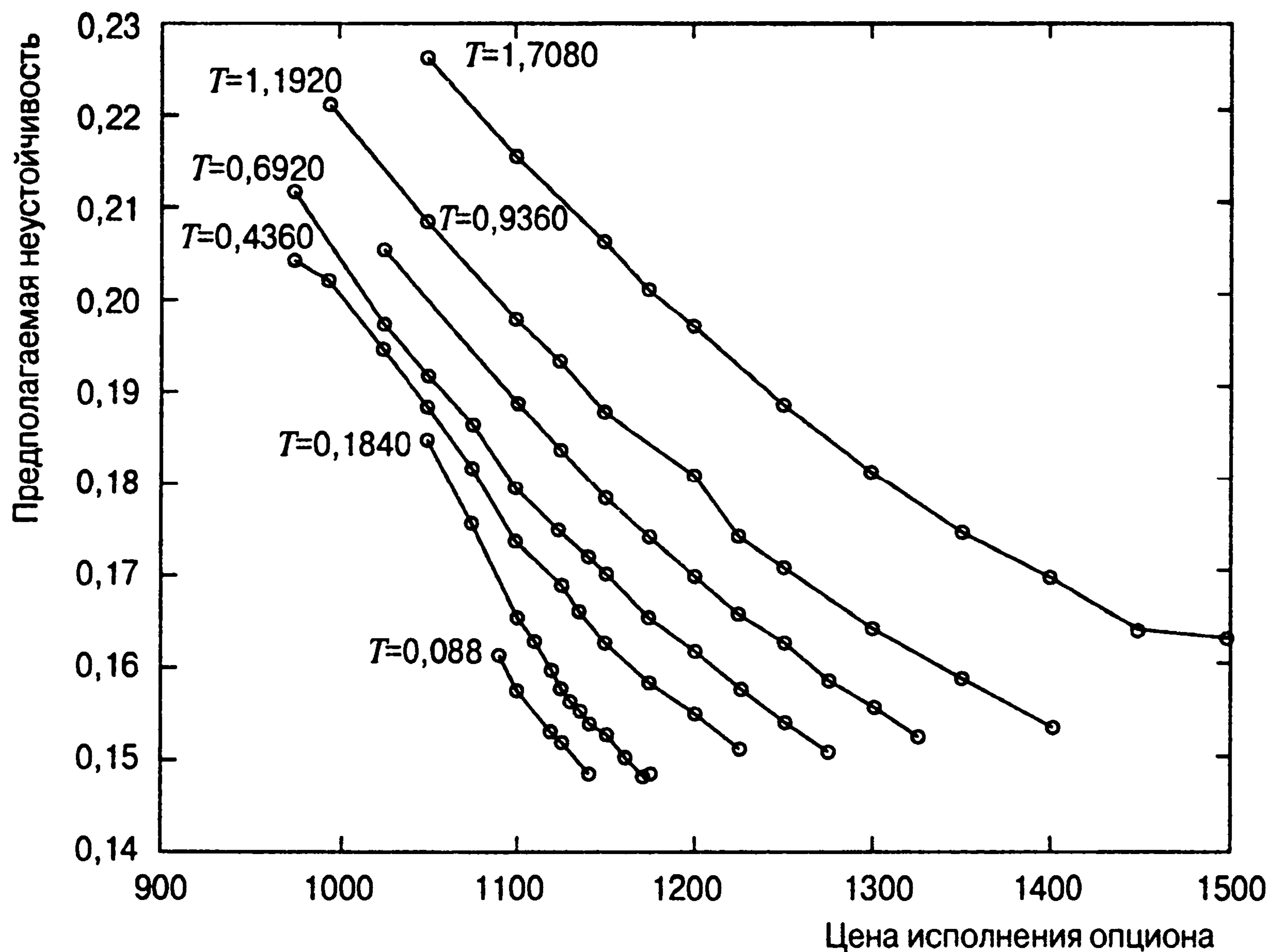


Рис. 13.2. Широкий диапазон ошибок

На этой диаграмме из книги *Schoutens 2003* приведены графики неустойчивости, полученные для одного семейства опционов по стандартной формуле Блэка-Шоулза, исходя из рыночных цен. Все кривые соответствуют одному и тому же виду опционов, но с разными значениями срока ликвидации  $T$ . Цена исполнения для каждого контракта отложена на горизонтальной оси; неустойчивость в стандартных отклонениях, полученная по формуле Блэка-Шоулза, исходя из цены, — на вертикальной. Будь эта формула верна, мы увидели бы на диаграмме всего одну линию, к тому же прямую.

Модернизация или замена формулы Блэка-Шоулза — одна из самых динамичных субдисциплин в математических финансах. Самый распространенный метод заключается в попытках просто “подремонтировать” старую формулу. Уже обычным стало программное обеспечение для корректировки “улыбки волатильности”, как называют U-образный график ошибок неустойчивости, который часто получают в результате применения формулы Блэка-Шоулза. Многие берут на вооружение упомянутые ранее методы GARCH; правда, хотя они дают лучшие результаты, чем одна только формула



Блэка-Шоулза, их точность все равно невелика. Иногда комбинируют идеи, близкие к моим, с предложениями других исследователей. Например, Морган Стэнли для оценки своих собственных опционных книг в конце каждого торгового дня использовал дисперсионный гамма-процесс. Этот метод, разработанный Дилипом Б. Маданом из Мэрилендского университета и еще двумя учеными, представляет собой двухшаговую формулу [84]. Начинается она с уравнения преобразования времени, а именно произвольного скачка вперед с последующим замедлением. Затем следует разновидность броуновского движения и генерация цены. Существует много других методов, и до сих пор в отрасли нет согласия относительно того, какой из них лучший. Не имея четких ответов, каждый решает эту проблему для себя сам. Даже в одной и той же фирме одна группа может использовать экспериментальные новые методы для оценки “экзотических” опционов (сложных и высокоприбыльных продуктов, которые банки разрабатывают для своих корпоративных клиентов с особыми условиями риска), другая группа (специалисты по предотвращению слишком больших финансовых потерь банка) может отдавать предпочтение модифицированной формуле Блэка-Шоулза, и третья — трейдеры — может применять все вышеперечисленные методы или вообще обходиться без них, полагаясь при этом только на свои интуицию и опыт.

По моему мнению, не таким должен быть опционный бизнес. Даже если существующее положение вещей устраивает крупный капитал с его бастионом, Уолл-стрит, то Мэйн-стрит — “простая Америка” — недовольна. В 2004 году главная американская организация по разработке принципов бухгалтерского учета, Совет по стандартам финансового учета, пересмотрела правила отчетности корпораций по фондовым опционам, которые она выдает своему руководящему персоналу. После того, как лопнул “Интернет-пузырь”, отталкивающее зрелище алчных высших руководителей компаний, обналичивающих свои опционы раньше других акционеров, вызвало резкую общественную критику. Совет по стандартам финансового учета, понукаемый Вашингтоном, впервые потребовал от компаний учитывать опционы как затраты, другими словами, как стоимость рабочей силы, что автоматически снижает сумму объявленной прибыли. Такая позиция очень разозлила многих корпоративных “вождей”, особенно в высокотехнологическом



секторе. Конечно, они опасаются, что дорогие опционы в любой форме лишают их привлекательности в глазах рядовых акционеров. Но в то же время они жалуются на отсутствие хороших формул оценки.

“Несмотря на изначально неточные и ненадежные результаты, — пожаловался однажды исполнительный директор компании *Intel* Крэйг Баррет, — формула Блэка-Шоулза остается единственным приемлемым методом”. Вот что он написал в *Wall Street Journal* 24 апреля 2003 года.

Если бы разработчиков стандартов, которые предлагают учитывать фондовые опционы как расходы, вынудили сертифицировать их собственную работу, то я очень сомневаюсь, что они так же терпимо, как сейчас, относились бы к неточности оценки. Не знаю ни одной ситуации, в которой считалось бы приемлемым для высшего руководителя компании характеризовать ее финансовые результаты как “неплохие” — именно этим термином г-н Херц из Совета по стандартам финансового учета описал результаты, которые дает модель Блэка-Шоулза...

Я поддерживаю... корпоративную реформу, но при всем моем уважении к разработчикам стандартов вынужден сказать, что “неплохие” результаты — это не то, что нам нужно.

## Задача 4. Управление риском

По всем оценкам конец 1990-х годов был временем чрезвычайного роста и процветания в большей части мира, но, несмотря на это, глобальная финансовая система “ухитрилась” пережить шесть кризисов [85]. В это время пост секретаря казначейства США занимал Лоуренс Г. Саммерс. Он взялся “вспомнить всех поименно”: Мексика, 1995 год; Таиланд, Индонезия и Южная Корея, 1997–1998 годы; Россия, 1998 год; Бразилия, 1998–1999 годы. Особенно тяжелым оказался индонезийский кризис. Реальный квартальный ВВП страны упал на 18,9%, а национальная денежная единица обесценилась на 526%. Каждый из этих пришедшихся на конец тысячелетия финансовых переворотов эхом отзывался почти по всему миру, что приводило к дестабилизации денежных единиц, появлению “дыр” в банковских балансах и, во многих случаях, порождению волны громких банкротств. То, что каждая страна в конце концов переживала кризис, а глобальная



экономика продолжала свое движение вперед, скорее всего, удача, а не эффективность финансового управления (при которой кризисы можно было бы просто предотвратить).

Поэтому сегодня, в начале уже нового тысячелетия, управление риском стало ведущей темой среди финансистов и политиков. Для предотвращения банкротств большинство банков в мире по закону вынуждены иметь некоторый запас свободных денежных средств (капитальный резерв). Его можно использовать лишь в крайнем случае, однако главная цель этого резерва — уверить весь остальной мир, что обстановка спокойная и под контролем, а с банком, создавшим “неприкосновенный запас”, можно иметь дело как с надежным партнером. Понятно, что капитальный резерв должен быть достаточно большим, и в этом суть проблемы. Банк международных расчетов в Базеле устанавливает всеобщие стандарты “достаточного” размера капитального резерва, и с 2001 года центральные банки и министерства финансов всех стран не прекращают спорить об этих правилах. Аргументы сводятся к тому, что старые методы неадекватны. Но чем же их заменить?

Один из стандартных методов основан — угадайте на чем? — на броуновском движении. Те же самые ложные предположения, из-за которых мы недооцениваем рискованность фондового рынка, неправильно определяем стоимость опционов, формируем неоптимальные инвестиционные портфели и вообще неверно понимаем финансовый мир, встроены в стандартное программное обеспечение по управлению рисками, которым пользуется большая часть банков мира. Метод называется VAR-анализ (анализ “стоимости при риске” или “рисковой стоимости”) и работает следующим образом. Сначала мы решаем, какой уровень надежности нам нужен. Допустим, нас устраивает 95%-ный доверительный интервал. Значит, мы хотим так структурировать инвестиции нашего банка, чтобы по нашим моделям убытки с 95%-ной вероятностью не превысили некоторую опасную величину, или вероятность того, что убытки превысят эту черту, составляла всего 5%. Приведем пример, предложенный несколькими аналитиками *Citigroup*. Предположим, мы хотим проверить рискованность нашей позиции на рынке евро/доллар. Нажав несколько клавиш на клавиатуре персонального компьютера, мы можем рассчитать неустойчивость (волатильность) этого рынка, исходя из предположения о распределении Гаусса колебаний цен.



Примем волатильность равной 10%. Тогда после еще нескольких нажатий на клавиши получаем ответ: существует всего 5%-ная вероятность того, что наш портфель упадет более чем на 12%. На такую незначительную неприятность можно не обращать внимания.

Однако наш читатель уже видит ошибочность этого вывода. Возможные потери могут оказаться намного и намного больше 12%. Проблема не только в том, что кривая Гаусса ведет нас к недооценке неустойчивости рынка (хотя и этой неточности было бы достаточно, поскольку недооценивается вероятность убытков). Проблема гораздо серьезнее. Допустим, на рынке разразится кризис и мы попадем в ту несчастливую 5%-ную часть кривой Гаусса. Сколько мы при этом потеряем? Как кажется на первый взгляд — 12%. Ответ неверный. Даже VAR-модель признает, что фактические потери могут оказаться большими; превышение теоретических 12% на профессиональном жаргоне финансистов называется “выступом” или “навесом”. Если исходить из предположения о кривой Гаусса, то “выступ” пренебрежимо мал. Если же колебания цены самоповторяются в масштабе, “выступ” может оказаться катастрофически большим. Мы уже знаем: стоит нам попасть на края кривой распределения вероятности по законам самоповторения в масштабе — жди огромных скачков. Нельзя даже предположить, насколько велики будут потери банка. Его собственное банкротство может оказаться меньшим из всех зол; он не выполнит свои обязательства перед другими банками, так что все потери превысят даже весь его собственный капитал. Кризис распространяется на все взаимосвязанные финансовые учреждения. Такой урок выносил финансовый мир из каждого международного катаклизма. И только действенные меры регулирующих органов — “огневое ограждение” вокруг самых “больных” фирм — предотвращали слишком широкое распространение кризиса.

К счастью, сегодня ущербность системы понимают и банкиры, и регулирующие органы. Центральные банки сами настаивают на том, чтобы им предложили более эффективные модели риска. В последнее время популярность приобретает метод, основанный на позаимствованной в страховой отрасли “теории экстремальных значений”. Он построен на предположении о бурном колебании цен, с “толстыми хвостами”, которые самоповторяются в масштабе. Но обычно в расчет не принимается еще один источник



риска, о котором я писал выше, а именно долгосрочная зависимость, которую можно охарактеризовать поговоркой “беда не приходит одна”. Банк, выдержавший один кризис, может не пережить второй или третий. Я таким образом призываю регулирующие органы, принявшие Новое Базельское соглашение о капитальных резервах, предпринять исследование еще более реалистичных моделей риска, а затем и внедрить их в банковскую практику. Если этого не сделать, то список Саммерса, в котором сейчас числятся шесть кризисов, будет расти.

Приятно сознавать, что я уже не одинок в своих взглядах. Майрон Шоулз после того, как в результате российского кризиса 1998 года лопнула его брокерская контора LTCM, написал (*American Economic Review*, май 2000 года) следующее.

Пришло время призвать Банк международных расчетов и другие регулирующие органы поддержать исследования стрессовых ситуаций. Планирование кризисов важнее, чем VAR-анализ.

## К оружию!

Я — человек настойчивый. Если что-то решил, то буду стоять на своем с чрезвычайным упорством. Многие годы я без устали развивал свои идеи о самоповторении в масштабе, степенных законах, фрактальности и мультифрактальности. Я говорил научному миру о непредсказуемом случае “толстых хвостов”, долгосрочной зависимости, концентрации скачков и разрывах. Теперь я с не меньшим упорством направляю свои усилия на то, чтобы донести эти идеи не только до ученых, но и до всего рынка, где они наконец-то принесут миру практическую пользу.

Конечно, у меня есть свои представления о динамике рынка, и я надеюсь, что они обоснованны. У других исследователей другие взгляды. Даже самый беглый обзор экономической литературы позволяет увидеть обескураживающее нагромождение противоречивых мнений — и, что обиднее, противоречивых “фактов”. Рассмотрим один пример, в котором требуется выбрать правильный вариант утверждения. Существует зависимость цены в течение: а) дня, б) квартала, в) трех лет, г) бесконечного отрезка времени, д) ничего из перечисленного. Если верить противоречивой экономической литературе, то все варианты верны. Все эти взгляды приводятся к



неоспоримые факты во многих статьях, написанных весьма достойными исследователями и подтвержденных бесчисленными компьютерными расчетами, таблицами вероятностей и аналитическими диаграммами. Василий Леонтьев, гарвардский экономист и Нобелевский лауреат 1973 года, однажды заметил: “Ни в одной области эмпирических исследований не использовался столь широко изощренный статистический аппарат, но при этом со столь посредственными результатами”.

Пришла пора исправлять ситуацию. В качестве первого шага я бросаю вызов Алану Гринспену, Элиоту Спитцеру и Уильяму Доналдсону — соответственно президенту Федеральной резервной системы США, прокурору штата Нью-Йорк и председателю Комиссии по ценным бумагам и биржам. В апрельском 2003 года соглашении об урегулировании обвинений в мошенничестве, которые появились вследствие лопнувших “пузырей”, крупнейшие фирмы Уолл-стрит договорились о создании совместного фонда в размере 432,5 млн. долл. для проведения “независимых” исследований, поскольку в офисе Спитцера собрано достаточно документов, свидетельствующих о том, что проводившиеся ранее инвестиционные исследования были не только ошибочными, но и мошенническими. Когда Уолл-стрит дала добро на проведение независимых изысканий, быстро образовалась длинная очередь из медийных и рейтинговых фирм, желающих урвать кусок от новообразованного фонда и приступить к исследованиям. Правда, о том, что именно должны искать эти “следопыты”, говорилось очень мало.

Я предлагаю совсем небольшую часть упомянутой суммы — скажем, 5%, в честь описанного выше VAR-анализа — направить на фундаментальные исследования финансовых рынков. Пусть основные средства фонда растратят как обычно, т.е. на эфемерные и противоречивые теории о том, какие акции покупать, какие продавать, и стоит ли вообще что-нибудь продавать или покупать. Однако давайте же хотя бы малую толику, “вдовью лепту”, используем для понимания истинного поведения активов, для финансирования международной группы, которая бы занялась систематическими, строго научными и дающими воспроизводимые результаты исследованиями рыночной динамики. Конечно, 20 млн. долл. не достаточно; хотя компьютеры и труд аспирантов обходятся недорого, частные источники данных стоят больших денег. Но даже с такой скромной стартовой суммой и при



разумном руководстве исследовательская группа вскоре привлечет инвестиции от третьих заинтересованных сторон, что активизирует ее деятельность.

Любая хорошо организованная и имеющая мудрое руководство компания направляет часть своего исследовательского бюджета на фундаментальные изыскания в той научной области, на которой построен ее основной бизнес. Но разве понимание рынка не столь же важно для экономики, как, допустим, знание физики полупроводников для компании IBM? Если нам удалось расшифровать человеческий геном, то почему бы нам не разгадать механизм того, как человек теряет свое благосостояние? Если миллионы пользователей Интернета часами способны искать сигналы от внеземных цивилизаций, то почему бы им не присоединиться к поиску закономерностей финансовых рынков?

Ночью 1 февраля 1953 года на голландский берег обрушился сильнейший шторм [86]. Его натиска не выдержали знаменитые морские дамбы, древний и гордый бастион, призванный защищать страну от стихии. Погибло более 1800 человек. Голландские гидрологи обнаружили, что в Амстердаме вода поднялась на 3,85 м выше среднего уровня. Такое казалось невозможным. Дамбы считались достаточно надежными, чтобы защитить город от любого бедствия. Вероятность столь высокого подъема воды составляла менее одной десятичной. Но когда исследователи подняли исторические данные, то оказалось, что всего несколько столетий назад, в 1570 году, страна пережила еще более сильное наводнение. Тогда вода поднялась на четыре метра. Практичные голландцы не стали тратить время на математические вычисления. Они просто расчистили разрушения и построили новые дамбы, еще выше и прочнее.

Такой же прагматизм нужен и в финансовой теории. Если представить, что к ней применима заповедь Гипократа "Не навреди", то стандартные модели и их более поздние "модернизации" нарушают эту клятву. Они просто ошибочны — они опасно ошибочны. Они подобны кораблестроителю, полагающему, что штормы на море редки, а ураганы — вообще морские байки, поэтому он строит корабли быстрые, вместительные и удобные, не придавая значения остойчивости и прочности. Отправить такое судно в плавание по океану в сезон тайфунов — серьезное преступление. Подобно погоде, рынки тоже беспокойны и коварны. Мы должны признать это и научиться с этим бороться.



# ПРИЛОЖЕНИЕ 1

## Примечания

Фрактальные финансы в целом — это прекрасная и сложная математическая тема. До данного момента в этой книге нам удавалось обходиться без уравнений. Но любознательному читателю мы предлагаем в настоящих “Примечаниях” ознакомиться с математическими и историческими подробностями. Еще глубже изучить тему можно по первоисточникам, перечень которых приведен в Приложении 2 (“Литература”) и на Web-странице <http://www.misbehaviorofmarkets.com>. Во многих случаях прямые ссылки можно найти на Web-странице <http://classes.yale.edu/fractals/index.html>.

### *Предисловие.*

#### **Знакомство с “научным диссидентом”**

1. Из *Cootner 1964*.
2. Часто повторяемая цитата Альберта Эйнштейна из журнала *Life*, January 9, 1950.
3. Все рассказы о жизни Мандельброта, включенные в эту книгу, основаны, главным образом, на беседах соавторов, а также дополнены им самим. Полную биографию и рассказ о научной деятельности Мандельброта можно найти в *Gleick 1987*. Автобиографический очерк плюс дополнительная биографическая и библиографическая



информация доступны на Web-странице ученого <http://www.math.yale.edu/mandelbrot>. Кроме того, на момент выхода в печать данной книги Бенуа Мандельброт писал мемуары.

4. Здесь уместно назвать самые значительные работы Мандельброта по финансам. Первыми, посвященными “толстым хвостам” и самоповторению в масштабе в финансах, были *Mandelbrot 1962b* и *1962c*, *1963a* и *1967*. Первая о самоповторении в масштабе и ренормализации — *Mandelbrot 1963c*. Первая о “долгосрочной зависимости” и эффекте Херста — *Mandelbrot 1965a* и *Mandelbrot, Van Ness 1968*. Первая о финансовых “пузырях” — *Mandelbrot 1966a*; о “торговом времени” и “субординации” — *Mandelbrot, Taylor 1967*; о “мультифракталах” с указанием их возможного применения в экономике — *Mandelbrot 1972*.
5. Обзор самых последних работ Мандельброта в области финансов представлен четырьмя публикациями в *Quantitative Finance* (*Mandelbrot 2001a–d*). Это переиздание важнейших выходивших ранее его статей, дополненных обширными комментариями. На момент написания данной книги были опубликованы четыре тома. *Mandelbrot 1997a* и *1999a* освещают темы, указанные в названиях. Название работы *Mandelbrot 2002* менее описательно, поэтому стоит сказать несколько слов о содержании отдельных глав. Так, глава *H0* — обзор фракталов и мультифракталов — представляет широкий общий интерес. Глава *H1* — детальный разбор разнообразного семейства карикатур — непосредственно дополняет многие темы, рассмотренные в данной книге. В главе *H5* описан извилистый путь к показателю степени *H*, который характеризует долгосрочную зависимость. В главе *H3* рассмотрены непростые проблемы, возникающие при допущении долгосрочной зависимости в экономике и финансах. В главах с *H11* по *H14* и в *H27* воспроизведены часто цитируемые статьи Мандельброта, написанные им в соавторстве с Джоном Ван Нессом и Джеймсом Р. Уоллисом. В главах с *H21* по *H24* приведена история того, как Мандельброт пришел к понятию “карикатур”.



Четвертый том, *Mandelbrot 2004*, вообще не касается финансов, однако в нем много говорится об авторе. Здесь впервые опубликованы богато иллюстрированные рассказы о том, как он открыл свое знаменитое “множество Мандельброта”.

Web-сайт [www.math.yale.edu/mandelbrot](http://www.math.yale.edu/mandelbrot) постоянно пополняется различными ранее опубликованными статьями Бенуа Мандельброта.

## Глава 1.

### Риск, разрушение и вознаграждение

6. Это описание событий российского кризиса основано, главным образом, на публиковавшихся в то время сообщениях *Wall Street Journal*, за которые газета получила Пулитцеровскую премию. Используются следующие ключевые статьи.

“Investors Find Few Havens from Russia — Most ‘International’ Funds Have Some Exposure to Former Soviet Union.” (“Инвесторам от России не спрятаться — большинство международных фондов уязвимы для событий в бывшем Советском Союзе”.) Charles Gasparino, Pui-Wing Tam. Aug. 28, 1998.

“Abreast of the Market: Russian Worries Overwhelm Stock Markets — U.S. Shares Decline 4,2%; Profit Fears Hurt Stalwart Names.” (“В ногу с рынком: российские проблемы сказываются на фондовых рынках — американские акции упали на 4,2%; покой теряют даже крупнейшие компании”.) Robert O’Brian. Aug. 28, 1998.

“Down Market: U.S. Shares Plummet 512 Points, Bringing Bear Market Closer — A Drumbeat of Bad News Triggers Deep Pessimism Among Global Investors — Europe Faces a Grim Day.” (“Спад на рынке: американские акции падают на 512 пунктов, приближая “рынок медведей” — под барабанный бой плохих новостей глобальных инвесторов охватывает глубокий пессимизм — Европе предстоит тяжелый день”.) *Wall Street Journal Europe Roundup*. Sept. 1, 1998.



7. Вероятность краха рассчитывали по ежедневной разности натуральных логарифмов индекса Доу-Джонса за период 1916–2003 годов. Звучит пугающе, но на самом деле это простая математическая задача. Она вполне по силам любому пользователю компьютера, умеющему работать с какой-нибудь программой электронных таблиц, например Excel. Решение этой задачи еще раз демонстрирует, насколько далеко от здравого смысла стандартные финансовые модели.

Следуйте указаниям. Загрузить значения индекса, например с Web-страницы компании *Dow Jones & Co.* (<http://www.dowjones.com>). Затем с помощью электронной таблицы найти логарифм всех ежедневных значений индекса. Вычесть логарифм ежедневного значения из логарифма за следующий день, чтобы найти величину ежедневного изменения цен; это — изменение, а не собственно величина индекса. Теперь допустим, что изменения описываются кривой Гаусса, предполагается стандартной моделью. Далее используем обычную формулу расчета выборочной дисперсии  $s^2$  для гауссовой случайной переменной:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}.$$

Или, простым языком: просуммировать все квадраты разности между отдельными ежедневными изменениями и средним изменением, затем разделить полученную сумму на количество дней, уменьшив на единицу. (Напомним читателям, что греческая прописная буква  $\Sigma$  означает сумму первого, второго, третьего и всех остальных  $i$ -х членов последовательности вплоть до  $n$ -го члена включительно. Черта над переменной означает среднее значение.) Стандартное отклонение находим, извлекая квадратный корень из  $s^2$ . Теперь мы знаем, в каких пределах “обычно” ежедневно меняется индекс; согласно общепринятой математике, 68% всех колебаний не превышают одного стандартного отклонения от среднего значения индекса.

Следующий шаг. Рассчитаем, насколько “атипичными” были дни мирового кризиса. Для этого требуется узнать, на сколько стандартных отклонений от среднего значения было удалено кризисное значение.



индекса, или, пользуясь статистической терминологией, требуется определить так называемое z-значение:

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}.$$

Наконец, имея для каждого кризисного дня такое z-значение, мы можем оценить вероятность кризиса, если только гауссова модель верна. Многие учебники по статистике содержат стандартные таблицы вероятностей; также можно воспользоваться формулами, взятыми из Интернета. Подставив в них z-значение, получаем вероятность.

Вероятности, приведенные в главе 1, основаны на стандартном отклонении набора данных, собранных за 88-летний период (т.е.  $n$  в приведенном выше уравнении равно произведению 88 лет на 250 торговых дней в году). Правда, подобные же результаты мы получили бы, используя стандартное отклонение за любой 250-дневный период. Более короткий, 30-дневный расчетный период немного повысил бы кажущуюся вероятность биржевого краха, но совсем незначительно.

8. Из *Buffet* 1988.

9. После “Интернет-пузыря” Совет стандартизации бухгалтерского и финансового учета США начал настойчиво рекомендовать американским компаниям учитывать фондовые опционы руководства как расходы. Встал вопрос: как оценивать опционы? После слушаний на эту тему Совет в начале 2004 года был готов расширить перечень утвержденных методов оценки, отказавшись от обязательного повсеместного использования только формулы Блэка–Шоулза. Более подробную информацию на эту тему можно найти на сайте <http://www.fasb.org>.

## Глава 2.

### Подбрасывать монету или пускать стрелу?

10. Диссертация называлась “*Contribution a la theorie mathematique des jeux de communication*” (“Дополнение к математической теории коммуникационных игр”), *Mandelbrot* 1953.



11. Из работы Гнеденко и Колмогорова, 1954 год.
12. Подробнее об этом можно узнать из биографии Гаусса на стр. 74–75 (Hall, 1970). Особенно интересное повествование о жизни Гаусса содержится в книге *Men of Mathematics* (Люди математики, Bell, 1937). Эта подборка биографий известных математиков крайне увлекательна, хотя идеальной исторической точностью не отличается. Автор был профессором математики Калифорнийского технологического института, где я, будучи аспирантом, и познакомился с ним.
13. Обычный метод наименьших квадратов в настоящее время является стандартной темой любого начального курса статистики — хотя и сокращенный до формата кулинарного рецепта, так что Гаусс и Лежандр, наверное, узнали бы этот метод с трудом. Если предположить, что ошибки измерения наших данных — скажем, результатов клинических испытаний эффективности различных доз нового лекарства — соответствуют представлениям Гаусса, то с помощью обычного карманного калькулятора можно легко рассчитать “настоящую” связь между данной дозой,  $x$ , и данным терапевтическим эффектом,  $y$ , по типовой формуле:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \varepsilon_i.$$

Первое слагаемое правой части  $\hat{\beta}_0$  — это значение терапевтического эффекта,  $\hat{y}$ , когда независимая переменная  $x$ , доза лекарства, близка к нулю, т.е. когда испытываемое лекарство пациенту не дают. Второе слагаемое показывает, насколько быстро возрастает терапевтический эффект при увеличении дозы. Третье слагаемое — это ошибка каждого измерения. (Надстрочный знак “шляпка” над переменной означает оценку реальных данных.) Графически эта формула изображается прямой линией, откуда и пошло ее общепринятое рабочее название — линейная регрессия. По существу, метод заключается в проецировании прямой линии через облако точек, чтобы выделить базисный “средний” тренд, если таковой действительно существует. Как будет показано ниже, этот метод с безрассудным доверием широко используют в финансовом анализе. Ключевые параметры,  $\hat{\beta}_0$  и  $\hat{\beta}_1$ , в формуле регрессии легко рассчитать на обычном калькуляторе.



14. Формула кривой Гаусса представляет собой малопривлекательную функцию одной из тех великих математических констант, которые возникают в самых невероятных местах. В данном случае мы имеем дело с константой  $e$  — иррациональным числом, бесконечной непериодической десятичной дробью, величина которой равняется 2,7128... Еще в начале XVII века ученые обнаружили, что это число можно использовать в финансовых уравнениях для расчета непрерывного сложного процента. Уравнение кривой Гаусса показывает вероятность некоторого события, например, встретить какой-то определенный уровень IQ или рост человека в данной популяции, соответствующей некоторым базовым условиям.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{((x-\mu)/\sigma)^2}{2}}$$

- Здесь  $x$  — определенный уровень исследуемой переменной, например IQ 110 баллов или рост 188 см. Греческая буква  $\mu$ , мю, означает среднее значение всех  $x$  в популяции; греческая буква  $\sigma$ , сигма, означает стандартное отклонение, т.е. оценку ширины разброса всех  $x$  вокруг среднего значения. “Приведенные” гауссовы значения соответствуют  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$ . Таким образом, конкретное значение исследуемого  $x$  определяет местонахождение точки на кривой Гаусса. Если точка находится близко к среднему значению, то вероятность довольно высока; если на краях (“хвостах”) кривой — довольно низка. Стандартное отклонение определяет вид кривой: будет она широкой и низкой (сигма велика) или узкой и высокой (сигма мала). Благодаря тому, что всего два числа — среднее значение и стандартное отклонение — говорят нам все необходимое о популяции (при условии, что она — гауссова), кривая Гаусса приобрела столь широкую популярность. А “неудобоваримую” исходную формулу уже давно встроили как простую функцию в инженерные калькуляторы и как автоматическую функцию в компьютерные электронные таблицы.
15. По иронии судьбы уравнение для приведенной плотности вероятности Коши намного проще по сравнению с приведенной формулой Гаусса.



$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

Ее график изображен в тексте главы 2 (см. рис. 2.3). Это тоже кривая Гаусса, но ее хвосты гораздо длиннее и толще.

## Глава 3.

### Башелье и его наследие

16. Рассказ о жизни и работе Башелье основан на нескольких источниках. Первый биографический набросок содержится в *Mandelbrot 1975* (стр. 172–177); шире тема раскрыта в *Mandelbrot 1982* (стр. 392–395). Включены выдержки из доклада Пуанкаре. В 2000 году, когда исполнилось сто лет со дня выхода диссертации Башелье, появилась целая виртуальная библиотека, посвященная этому ученому. Прекрасную подборку первоисточников — переписку, правительственные документы и несколько собственных статей Башелье — опубликовал во Всемирной сети Безансонский университет (ныне — Университет Франш-Комте), последнее место работы героя публикаций. Эти документы находятся по Web-адресу [http://sjepg.univfcomte.fr/La\\_recherche/Libre/bachelier/page01/-page01.htm](http://sjepg.univfcomte.fr/La_recherche/Libre/bachelier/page01/-page01.htm). Можно назвать еще несколько полезных источников, таких как *Taqqi 2001* и *Courtault 2000*. Английский перевод диссертации Башелье содержится в *Cootner 1964*.

17. Речь идет о *Regnault 1863*. Ключевое положение, английский перевод которого приведен в *Taqqi 2001*, звучит следующим образом:

“Таким образом, существует математический закон, регулирующий колебания и среднее отклонение цен на фондовом рынке. Этот закон, который, кажется, никто раньше не замечал, впервые формулируется здесь:

ОТКЛОНЕНИЕ ЦЕНЫ ПРЯМО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО КОРНЮ КВАДРАТНОМУ ИЗ ВРЕМЕНИ.



Отсюда следует, что инвестор, желающий продать свои ценные бумаги после того, как отклонение удвоится, т.е. при вдвое большей разности между ценами покупки и продажи, должен ждать вчетверо дольше...

Сколь удивительны и восхитительны пути Провидения, какие мысли приходят нам в голову, когда мы наблюдаем чудесный порядок, которому подчинены мельчайшие детали самых скрытых событий! Невероятно! Изменения цен фондового рынка подчинены строгим математическим законам! События, причиной которых стали преходящие причуды людей, самые непредсказуемые потрясения политического мира, тонкие финансовые схемы, результат множества несвязанных событий — все это в совокупности превращает случайность в слово, лишенное смысла! Вы, правители мира, слушайте и повинуйтесь! Вы, кто в своей гордыне грезит властью над судьбами народов, вы, финансовые короли, имеющие богатство и доверие правительств, вы — всего лишь слабые и послушные орудия в руках Того, кто сводит воедино все причины и следствия, кто, как сказано в Библии, соизмерил, взвесил и распределил все сущее в идеальном порядке”.

Человек предполагает, а Бог располагает.

18. Башелье сказал об этом так (английский перевод взят из *Cootner 1964*):

“В любой заданный момент времени рынок не верит ни в рост, ни в падение подлинных цен. Но если рынок не верит ни в рост, ни в падение подлинных цен, он может допускать большую или меньшую вероятность некоторых колебаний заданной амплитуды. Цель данного исследования — определить закон вероятностей, согласующийся с рынком в любой заданный момент времени...

“Математическое ожидание” неопределенного выигрыша равно произведению величины этого выигрыша на соответствующую вероятность того, что выигрыш произойдет. “Полное математическое ожидание” игрока равно сумме произведений неопределенных выигрышей на соответствующие вероятности получения этих выигрышей. Очевидно, игрок ничего не приобретет и не потеряет, если его полное математическое ожидание равно нулю. В таком случае игра называется “честной игрой”...



Покупателя [на бирже] можно сравнить с участником азартной игры. В сущности, если стоимость ценной бумаги после ее покупки может возрасти, то с равной вероятностью может произойти и падение стоимости”.

19. Первое упоминание о концепции случайного блуждания появилось в 1905 году в разделе читательских писем английского научного журнала *Nature*. Под заголовком “Задача о случайном блуждании” профессор и член Королевского общества Карл Пирсон предложил читателям решить такую задачу.

Некий человек выходит из точки  $O$  и проходит  $L$  ярдов по прямой; затем сворачивает под любым произвольным углом и проходит еще  $L$  ярдов, и тоже по прямой линии. Он повторяет этот процесс  $n$  раз. Требуется определить вероятность того, что после  $n$  прямых отрезков он находится на расстоянии  $s$  от исходной точки  $O$ , где  $r < s < \delta r$ .

На вызов ответил выдающийся ученый лорд Рэйли, на что Пирсон возразил:

“Из решения, предложенного лордом Рэйли, мы можем вынести урок о том, что в открытом поле обнаружить пьяницу, который еще держится на ногах самостоятельно, вероятнее всего вблизи того места, откуда он вышел!”

Читатели нашей книги, которым интересна история науки, могут найти начало этой переписки в журнале *Nature* № 27 (от 27 июля 1905 года), с продолжением в двух последующих выпусках.

1905 год отмечен не только работами Пирсона и Рэйли; тогда же вышли три статьи Альберта Эйнштейна, одна из которых посвящена броуновскому движению в статистической физике. Случайное блуждание и броуновское движение мгновенно стали центральной темой науки. Через определенное время обнаружился и давно забытый предвестник случайного блуждания на плоскости — Джон Венн (John Venn, 1834–1923), имя которого нам знакомо по диаграммам Венна в логике. Эта история рассказана и проиллюстрирована в главе H3 (стр. 205–207) книги *Mandelbrot 2002*.

20. Статья Cowles 1933 была опубликована в его журнале, *Econometrica*. Исследование, выполненное 11 лет спустя (Cowles 1944), показало, что



эффективность его прогнозистов не повысилась ни с возрастом, ни с опытом. Статья *Kendall 1953* появилась в *Journal of the Royal Statistical Society*. Студентом, работавшим под руководством Самуэльсона над докторской диссертацией и упомянутым в тексте главы, был Ричард Дж. Круйценга; его диссертация называлась “Put and call options: A theoretical and market analyses” (“Опционы “пут” и “колл”: теоретический и рыночный анализ”).

21. *Rozeff, Kinney 1976*.

## Глава 4.

### Здание современных финансов

22. Об американской модели CAPM написано в *Graham, Harvey 2001*. Европейское исследование — *Bancel, Mittoo 2003*. В тексте упоминаются следующие регулирующие органы и их решения: Совет штата Нью-Йорк по защите прав потребителей (2001 год) и Комиссия по вопросам монополий и слияний (1997 год).
23. Сказано Марковицем при получении, вместе с Шарпом и Миллером, Премии банка Швеции в память Альфреда Нобеля в области экономики за 1990 год. Полное изложение его работы, о которой говорится в настоящей книге, содержится в *Markowitz 1959* и его ретроспективной статье 1999 года в *Financial Analysts Journal*. Биография Марковица в числе прочих Нобелевских лауреатов размещена в электронном Нобелевском музее (Web-сайт <http://www.nobel.se/economics/laureates>). Увлекательные рассказы о Марковице и некоторых других основателях финансовой экономики можно найти в *Bernstein 1992*.
24. В действительности, как указывает Марковиц, ученые и раньше предлагали использовать дисперсию для оценки риска. Экономист Э. Д. Рой из Кембриджского университета тоже работал над моделями, подобными предложенным Марковицем, причем в то же самое время. Но издатели предпочли Марковица, а он в последующие годы полностью воплотил свои идеи в практическую теорию.



25. Суть портфельной теории Марковица сводится к так называемому критерию среднего-дисперсии и звучит достаточно просто: если имеются два инвестиционных портфеля, то выбираем вариант с высшей ожидаемой средней прибылью и минимальной дисперсией (риском). Однако сложности возникают при попытке ответить на очевидный практический вопрос: как рассчитать среднее и дисперсию портфеля?

Рассчитать среднее значение легко. Мы просто умножаем ожидаемую прибыль каждого вида акций в данном портфеле на их весовой коэффициент. Например, если портфель состоит из акций двух видов и мы вложили в акции А, которые дают 5% прибыли, 40% своих инвестиционных средств, а 60% средств потратили на покупку акций В, приносящих 10%-ную прибыль, то совокупная ожидаемая прибыль нашего портфеля составит 8% ( $0,4 \times 5 + 0,6 \times 10$ ).

Намного сложнее рассчитать рискованность акций, мерой которой служит дисперсия. Она может оказаться больше или меньше простого взвешенного среднего в зависимости от корреляции между акциями, т.е. того, насколько они повторяют движения друг друга. Два вида акций, которые могут обрушиться одновременно, образуют более рискованный портфель, чем два других вида акций, движущихся в противоположных направлениях. Ниже приведена формула дисперсии портфеля Р, состоящего из акций двух видов, где  $\sigma_A$  и  $\sigma_B$  — стандартные отклонения акций А и В, квадрат этих величин — дисперсия,  $\omega$  — весовой коэффициент каждого вида акций в портфеле, а  $\rho_{AB}$  (читается “ро”) — коэффициент корреляции между акциями А и В.

$$\sigma_P^2 = \omega_A^2 \sigma_A^2 + \omega_B^2 \sigma_B^2 + 2\omega_A \omega_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$$

Рассмотрим пример. Предположим, неустойчивость (волатильность) или стандартное отклонение, для акций А равно 10%, для акций В — 15%. Подставляем эти числа в формулу и упрощаем уравнение:

$$\sigma_P^2 = 0,4^2 \times 10^2 + 0,6^2 \times 15^2 + 2 \times 0,4 \times 0,6 \times 10 \times 15 \rho_{AB}.$$

Окончательный вид уравнения:  $\sigma_P^2 = 97 + 72\rho_{AB}$ . Очевидно, что чем выше коэффициент корреляции, тем больше дисперсия и риск. Теперь



сравним два портфеля. Допустим, акции А и В движутся согласованно, а коэффициент корреляции между ними равен 1. Другой вариант: акции А и В движутся в противоположных направлениях и коэффициент корреляции равен -1. Подставив числа в уравнение  $\sigma_p^2 = 97 + 72\rho_{AB}$ , получим, что в первом случае дисперсия и стандартное отклонение (квадратный корень из дисперсии) равны соответственно 169 и 13; значит, неустойчивость составляет 13%. Для второго портфеля дисперсия и неустойчивость равны соответственно 25 и 5%. Очевидно, что второй портфель эффективнее. Оба характеризуются ожидаемой прибылью 8%, но второй несет намного меньший риск, т.е. от него с большей вероятностью можно ожидать прибыли.

Мы рассмотрели едва ли не простейший портфель, состоящий из акций всего двух видов. Увеличивая разнообразие ценных бумаг, мы удлиняем расчеты, однако принцип остается прежним. Затем различные варианты портфелей можно представить в виде графика и таким образом обнаружить дающий оптимальную прибыль при минимальном риске. Не забудем, что все эти расчеты построены на предположении применимости к рынкам среднего значения и дисперсии распределения Гаусса.

Читателей, желающих больше узнать на данную тему, мы отсылаем к учебникам по теории и основам управления инвестициями, которых очень много. Примером хорошего учебника, не требующего солидной математической подготовки, служит *Bodie, Kane, Marcus 2002*. Более сложный математический аппарат представлен в книге *Watsham, Parramore 1997*, содержащей широкий обзор этого и многих других аспектов математических финансов.

26. Представленный здесь рассказ о работе Шарпа составлен из нескольких первоисточников, включая речь, произнесенную при вручении Шарпу, Марковицу и Миллеру Нобелевской премии по экономике за 1990 год, подготовленную к этому событию автобиографию Шарпа, статью *Sharpe 1964*, воспоминания о Шарпе в работе *Markowitz 1999* и расшифровку интервью, которое ученый дал в 1998 году изданию *Dow Jones Asset Manager*.



27. Уравнение “ожидаемая прибыль–бета” лежит в основе модели Шарпа. Как описано в тексте, оно выглядит следующим образом:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i (E(r_M) - r_f),$$

где  $E$  — математическое ожидание. Оно означает произведение прогнозного результата на вероятность получения такого результата. Например, математическое ожидание в честной игре с подбрасыванием монеты равно 0, поскольку вероятность выиграть одно очко равна вероятности проиграть одно очко и равна 0,5 ( $0,5 \times 1 + 0,5 \times (-1) = 0$ ). Представленное уравнение означает, что ожидаемая прибыль  $r$  ценной бумаги  $i$  равна сумме двух чисел. Первое — это “безрисковая норма”, т.е. прибыль, которую можно ожидать от надежной ценной бумаги, наподобие казначейского векселя. Второе, которое будет превышением отдачи рынка  $M$  над казначейской нормой, получено умножением бета Шарпа на “рыночную премию”. Здесь ключевую роль играет бета. Все акции имеют собственную бету или, другими словами, степень корреляции ее ценовых колебаний с колебаниями рынка в целом. Определяют бету делением ковариации акций (степень их изменения одновременно с изменениями рынка) на дисперсию или риск самого рынка. И вновь следует подчеркнуть, что мы имеем дело с гауссовой математикой. Справедливость изложенного всецело зависит от предположения, что колебания цен описываются кривой Гаусса.

28. Данную тему также исследовал Джек Трейнор из компании *Arthur D. Little, Inc.* Но в этой связи его имя редко упоминают, поскольку он не опубликовал результаты своей работы. Как пояснил бывший коллега Трейнора по компании *ADL* Фишер Блэк, “нежелание публиковаться отчасти объяснялось стремлением Трейнора к совершенству, которого он не находил в полученных им результатах, и отчасти (это уже мое мнение) тем, что Джек Трейнор не был профессиональным ученым” (*Black 1989*).

29. Источником информации для этого примера послужили выходившие в то же самое время, хотя и весьма краткие, сообщения *Wall Street Journal*. Сегодня, анализируя минувшие события, можно сказать, что газета недооценила значение открытия биржи.



30. Приведенный здесь рассказ об открытии Блэка и Шоулза основан на книге *Black, Scholes 1995*, опубликованных воспоминаниях обоих авторов, включая *Black 1989, Scholes 2001*, и автобиографических очерках *Merton, Scholes 1997*.

31. Хотя формула Блэка–Шоулза выглядит сложной, работать с ней довольно просто. Нужно всего лишь вводить числа в электронную таблицу или калькулятор. Цена опциона “колл” (опциона на покупку), который дает право купить акции по заданной цене и в заданное время, вычисляется по формуле:

$$C_0 = S_0 N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2).$$

Здесь  $C_0$  — цена опциона “колл”,  $S_0$  — текущая цена акций,  $X$  — цена исполнения, по которой опционный контракт позволяет купить акции,  $r$  — безрисковая процентная норма и  $T$  — срок исполнения опциона. Каждая из двух функций,  $N(d_1)$  и  $N(d_2)$ , отражает вероятность того, что случайное число,  $d$ , которое имеет распределение Гаусса, меньше следующих величин:

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / X) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T},$$

где  $\sigma$  — стандартное отклонение цены акций, а  $\ln$  — натуральный логарифм. По сути,  $d_1$  и  $d_2$  — это значения вероятности того, что опцион станет “денежным”, т.е. принесет прибыль.

Для иллюстрации приведем пример из популярного учебника *Bodie, Kane, Marcus 2002*. Допустим, что текущая цена акций  $S_0$  равна 100 долл., цена исполнения  $X = 95$  долл., безрисковая норма равна 10%, срок исполнения опциона  $T$  — четверть года, стандартное отклонение акций равно 50%. Подставив эти числа в формулы, получаем:  $d_1 = 0,43$  и  $d_2 = 0,18$ . По таблице вероятностей Гаусса находим  $N(d_1) = 0,6664$  и  $N(d_2) = 0,5714$ . Наконец, подставив эти числа в полное уравнение, определяем обоснованную цену опциона “колл”  $C_0 = 13,70$  долл. Напоминаем в очередной раз: все сказанное справедливо, только если к ценам акций применимо распределение Гаусса.



## Глава 5.

## Дело против современной теории финансов

32. Данные приведены в *James 2003, 2004*.

33. *De Grauwe, Grimaldi 2003*.

34. Несколько слов для читателей, желающих быстро освежить свои знания о логарифмах. Десятичный логарифм, который ныне вычисляется простым нажатием функциональной клавиши на многих калькуляторах, представляет введенное число в другой форме. Говоря проще, логарифм — это порядок величины: часть логарифма перед десятичной запятой равна количеству цифр в исходном числе, уменьшенном на единицу. Например, если исходное число 87456,7802 (перед запятой находится пять цифр), то его десятичный логарифм должен иметь целочисленную часть 4 (т.к.  $5 - 1 = 4$ ). Действительно, воспользовавшись калькулятором с функцией вычисления логарифма, получаем:  $\log 87456,7802 = 4,942$ . Если исходное число находится в пределах от 0 до 1, то мы пользуемся обобщенным определением логарифма, которое позволяет учесть и отрицательный результат. А именно: логарифм — это степень, в которую надо возвести число 10 (в случае десятичного логарифма) или любое другое число, большее 1 и называемое основанием логарифма, чтобы получить исходное число.

Например, 100 — это 10 в квадрате, поэтому в случае десятичного логарифма его основание (10) следует возвести во вторую степень, чтобы получить исходное число, т.е. 100. Математически это действие записывается так:  $\log 100 = 2$ . Рассуждая подобным образом и зная, что 1000 — это 10 в кубе (т.е. в третьей степени), мы говорим, что десятичный логарифм 1000 равен 3, т.е.  $\log 1000 = 3$ . Рассмотрим промежуточный пример. 400 находится между 100 и 1000, поэтому, чтобы получить 400, основание десятичного логарифма (число 10) надо возвести в какую-то дробную степень между 2 и 3. Проверяем наше предположение, воспользовавшись калькулятором (или специальными таблицами, которые выручали нас до эпохи вычислительной техники).



$\log 400 = 2,602$ . Следующий шаг. Самым удобным основанием логарифма в действительности будет не 10, а число, которое математики называли  $e$ . Оно относится к так называемым математическим константам. Мы уже знакомы с ним: оно появилось в формуле гауссового распределения. Начинается  $e$  с цифр 2,71828, но после десятичной запятой продолжается бесконечно, не повторяясь. Удивительное число, и к тому же оказалось весьма важным в математике и, как выяснилось, в финансах. Например, от него зависит непрерывное нарастание сложного процента облигации, сберегательного счета или ипотеки. Можно спросить: а зачем вообще нужны эти логарифмы, какое бы основание они ни имели? Дело в том, что логарифмическое представление любого числа позволяет нам отвлечься от его конкретной величины и перейти только к порядку этого числа. Сравнить между собой разные числа, когда они представлены в логарифмическом виде, проще. Например, повышение цены с 10 долл. до 11 долл. или с 1000 долл. до 1001 долл. на обычной количественной шкале выглядит одинаково (рост на 1 долл.), однако, перейдя к логарифмической шкале, мы увидим, что в первом случае однодолларовый скачок цены куда важнее, чем во втором.

35. Cootner 1964.

36. Fama 1964, а также исправленное издание Fama 1965b.

37. Эксцесс служит одной из четырех стандартных характеристик формы кривой распределения: среднее значение (еще говорят просто “среднее”), дисперсия, асимметрия (показывает, насколько несимметрично распределены данные вокруг среднего) и собственно эксцесс (мера того, насколько высока или “приземиста” кривая). Хорошо нам известная кривая Гаусса имеет эксцесс, равный 3. Большие значения говорят о том, что кривая высока по центру и имеет “толстые хвосты”.

38. См., например, анализ среднего, дисперсии, асимметрии и эксцесса валютных кросс-курсов между немецкой маркой, иеной, фунтом стерлингов, французским франком, швейцарским франком и долларом в период 1987–1996 годов, который приведен на стр. 73 работы Adler, Feldman, Taqqu 1998. Исследование Citibank, о котором говорится в основном тексте, приведено в James 2002.



39. Например, *Lo, MacKinley 1988*.
40. Например, *Basu 1983*.
41. *Banz, Breen 1986*.
42. GARCH расшифровывается как Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity (“обобщенная авторегрессионная условная гетероскедастичность”). Это общее название для группы статистических методов моделирования данных, у которых со временем меняется изменчивость (такие данные в статистической терминологии называются “гетероскедастичными”). Термин “авторегрессионная условная” означает: изменения изменчивости контролируются собственным прошлым поведением этих данных. Наконец, “обобщенная” говорит о том, что модель расширена для охвата большего количества разных обстоятельств по сравнению с ее первоначальным вариантом, который предложили в 1992 году и назвали ARCH (т.е. без первой английской буквы G — *generalized* — “обобщенная”).
43. Слова Меривезера взяты из статьи “*Long Term Capital Chief Acknowledges Flawed Tactics*” (“Глава фонда *Long Term Capital* признает ошибочность тактики”) Грегори Цукермана, опубликованной в номере *Wall Street Journal*, Aug. 21, 2000. Мнение Шоулза о крахе LTCM приведено в *Scholes 2000*.

## Глава 6.

### Турбулентные рынки. Предварительный обзор

44. Статья *Mandelbrot 1972*.
45. Цитата из *Masters 1999*.
46. Мне нужно было срочно придумать какой-нибудь термин, поскольку первую книгу на эту тему уже подготовили к печати (*Mandelbrot 1975*) и издатель настаивал, чтобы я определился с ее названием.
47. Эти карикатуры приведены в *Mandelbrot 1997a* и, более развернуто, *Mandelbrot 2001c*.



## Глава 7.

### Изучение неровности. Фрактальный букварь

48. Фрактальная размерность, как и следовало ожидать, — сложная тема. Существует несколько различных определений, и каждое служит конкретной цели. Для “аккуратных” фрактальных структур, таких как кривая Коха или салфетка Серпинского, которые самоповторяются в масштабе одинаково во всех направлениях, фрактальные размерности совпадают послойно, а простейшая из них, “размерность подобия”, описывается формулой:

$$d_s = \log(N) / \log(1/r),$$

где  $r$  — коэффициент увеличения или уменьшения масштаба единицы измерения,  $N$  — количество единиц измерения, необходимых для завершения работы. В случае кривой Коха  $r = 3$  и  $N = 4$ , поэтому размерность подобия равна  $\log 4 / \log(1/3) = 1,2618$ .

Для размерности “подсчета квадратов” формула сложнее. Как следует из названия, мы узнаем, сколько квадратов разных размеров требуется для покрытия фрактальной структуры. Видно, что если начать покрывать кривую Коха квадратами со стороной, равной  $1/3$  ширины объекта, потребуются три квадрата (рис. А1.1). (В следующем ниже тексте  $N(r_1)$  обозначает необходимое количество квадратов со стороной  $r_1$ ). Если вновь уменьшить квадраты на одну треть, т.е. до одной девятой исходного размера, то потребуется 12 квадратов. При дальнейшем уменьшении размера необходимое количество возрастает до 48.

Вскоре появляется структура, которая описывается формулой:

$$d_b = \lim_{r_n \downarrow 0} \frac{\text{Log} N(r_n)}{\text{Log}(1/r_n)},$$

где  $\lim$  означает математический предел, к которому стремится отношение логарифмов при стремлении коэффициента приведения  $r$  к нулю. Ответ, как и в случае размерности подобия, таков:  $\log 4 / \log 3 = 1,2618$ . Но размерность подсчета квадратов можно использовать для более широкого диапазона фрактальных объектов.



Существует много других видов размерности — массовая размерность, Хаусдорфа, размерность заполнения. Неплохие вводные материалы на эту тему размещены на Web-сайте учебного курса *Yale Math 190*, о котором говорилось выше (оттуда взята и иллюстрация рис. A1.1).

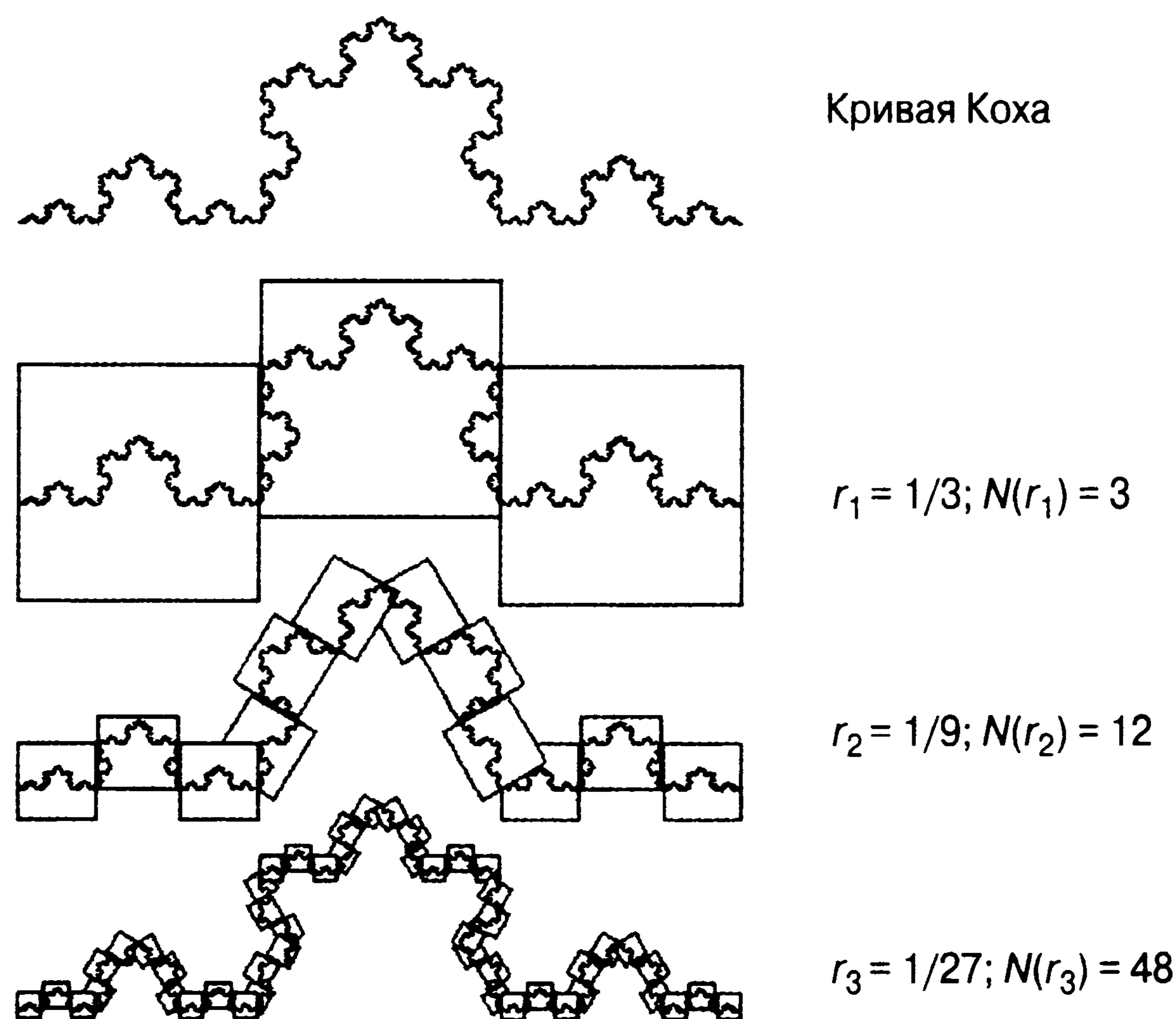


Рис. A1.1. Кривая Коха

Существуют и более сложные способы вычисления фрактальной размерности, как и различные способы ее выражения. Ученые обнаружили, что фрактальная размерность служит полезным инструментом измерения любых явлений — от шероховатости металла на изломе до изменчивости финансовой диаграммы.

49. Множество Мандельброта начинается со старой проблемы, которой Гастон Джулиа, мой профессор дифференциальной геометрии в парижской Политехнической школе, занимался в годы своей юности. Так уж сложилось, что мой дядя, математик, пытался навязать мне эту тему для моей докторской диссертации, но в то время у меня были другие планы. Тем не менее я в конце концов все же взялся за нее. Проблема относится к так называемым итерируемым функциям, своеобразным математическим контурам с обратной связью, которые снова и снова обрабатывают свой же собственный результат. Например, в функции

$$z_1 = z_0^2 + c$$



$z_0$  — это начальное значение процесса,  $c$  — константа, а  $z_1$  — первый результат. Затем повторяем операцию:

$$z_2 = z_1^2 + c$$

и

$$z_3 = z_2^2 + c.$$

При непрерывном продолжении процесса и  $c$ , равном 3 или 4 (независимо от величины), последовательность расходится до бесконечности. Но если  $z$  и  $c$  — комплексные числа, содержащие член  $\sqrt{-1}$ , то получаем более интересную картину. (Комплексные числа прежде называли “мнимыми”. Это было во времена, когда их еще не понимали. Теперь мы знаем, что они — очень даже реальные числа, которые используются во многих сферах науки и техники.) Полученный в этом случае числовой ряд порой расходится до бесконечности, порой нет. Точная структура изящна и сложна.

В случае множества Мандельброта мы начинаем с  $z_0 = 0$ , а затем наблюдаем, что происходит с последовательностью при различных значениях  $c$ . Если последовательность не бесконечна, то говорят, что  $c$  находится в множестве Мандельброта. Если она бесконечна —  $c$  не находится в множестве. На черно-белых иллюстрациях этого множества один пиксель изображения на мониторе компьютера обычно присваивается каждому проверяемому значению  $c$ , а затем его зачерняют, если данный пиксель находится внутри множества Мандельброта, или закрашивают другим цветом, если он не попадает в множество. Чтобы показать, как быстро ряд расходится до бесконечности, часто используют разные цвета. Удивительно, но рассматривая все меньший и меньший масштаб — скажем, значения  $c$  в одну десятую экрана, а не целый экран, — мы обнаруживаем, что структура попавшего и не попавшего в множество становится намного сложнее, чем казалось вначале. Еще более уменьшив масштаб, мы заметим еще более мелкие детали. Так можно продолжать до бесконечности и на каждом этапе получать совершенно другую картину. Ее изучение стало классической задачей чистой (не прикладной) математики.

Множество Мандельброта принадлежит одновременно к фрактальной геометрии и теории хаоса. Любая хаотическая система — несмотря



на название, далеко не дезорганизованная или неорганизованная — начинается с одной конкретной точки, которая проходит через некий повторяющийся процесс. Если не знать, какой это процесс, то результат непредсказуем; к тому же результат очень зависит от исходной точки. Самый известный пример хаоса предложил метеоролог Эдвард Лоренц в 1972 году, сформулировав вопрос: может ли взмах крыльев бабочки в Бразилии вызвать торнадо в Техасе? Основная идея заключается в том, что если поставить карандаш на острие и отпустить, то направление падения под действием силы тяжести определяется бесконечно малым наклоном карандаша в момент, когда мы его отпустили.

## Глава 8.

### Хлопковое дело

50. Первоисточник по “длинным хвостам” — *Mandelbrot 1997a*.

51. Ципф расположил слова по частоте их появления. Самое распространенное в тексте слово получает ранг 1, второе по убыванию частоты — 2, и так далее. Вероятность того, что конкретное слово встретится в тексте, можно определить по формуле:

$$Q(r) \approx Fr^{-1/\alpha},$$

где  $Q$  — функция распределения вероятностей,  $r$  — ранг,  $F$  — постоянная, которую Ципф оценил как 0,1, и показатель степени  $1/\alpha$  — основной коэффициент. Чем больше значение  $\alpha$ , тем богаче словарный запас текста, поскольку кривая зависимости частоты появления каждого слова от его ранга убывает медленнее, и, например, редкие слова появляются чаще, чем при меньших значениях  $\alpha$ . Ципф утверждал, что  $\alpha = 1$ . На самом деле с “законом” Ципфа, как некоторые называют приведенное уравнение, возникло много эмпирических проблем, и не самая малая из них та, что “закон” неточно отражает реальную ситуацию в языке. Но с математической точки зрения уравнение интересно, оно подтолкнуло меня сформулировать обобщенный закон Ципфа-Мандельброта, а затем, шаг за шагом, провести и многие другие, более плодотворные, исследования степенных законов.



52. Из *Pareto 1905*. Его книги даже в наши дни служат образцом ясного мышления и мощного владения письменным слогом.

53. В алгебраической записи формула Парето выглядит так:

$$P(u) = (u / m)^{-\alpha}.$$

Мы хотим узнать, какая доля людей ( $P$ ) имеет доход больше некоторого заданного уровня  $u$ . Ответ находится в правой части уравнения. Рассмотрим конкретный пример из текста. Какое процентное количество работающих людей зарабатывает по меньшей мере вдесятеро больше принятого в США минимального дохода, 10 712 долл. в год. Разделим  $u$ , в данном случае равное 107 120 долл., на величину минимального дохода,  $m$ . Получаем 10 ( $u/m = 10$ ). Далее, согласно формуле, возводим полученное число в степень  $-\alpha$ . Парето оценил минус альфа как  $-3/2$ . Чтобы возвести какое-то число в отрицательную степень  $3/2$ , следует сначала найти куб этого числа, затем взять квадратный корень и, наконец, обратить, т.е. разделить на полученное число единицу. Итак, 10 в кубе равно 1000. Квадратный корень из 1000 равен 31,6. Поделив единицу на 31,6, получаем 0,032, или 3,2%. Значит, согласно формуле Парето, ответ звучит так: 3,2% людей, зарабатывающих больше минимально допустимого дохода, ежегодно уносят домой 107 120 долл.

54. Например, *Bencker, Sternberg 1957*.

55. Как и следует ожидать от математического выражения, охватывающего столь широкий диапазон поведения, формула L-устойчивого распределения не проста. Предлагаем ознакомиться с нею любознательным читателям:

$$\log f(t) = i\delta t - \gamma |t|^\alpha \left[ 1 + i\beta(t / |t|) \tan(\alpha\pi / 2) \right].$$

Мы видим, что L-устойчивые распределения вероятностей имеют четыре параметра — ключевые переменные, определяющие конечную форму кривой. Образно говоря, это четыре “ручки”, вращая которые, мы получаем либо колоколообразную кривую (кривую Гаусса), либо кривую в стиле Парето, либо нечто совершенно другое. Параметр “местоположения” —  $\delta$ . Параметр “масштаба” —  $\gamma$  — определяет величину общей вероятности. Показатель асимметрии —  $\beta$ : если



он равен 0, то кривая симметрична. И наконец, важнейший параметр, определяющий “толщину хвостов” —  $\alpha$ . Когда  $\alpha = 2$ , а  $\beta = 0$ , уравнение описывает стандартную кривую Гаусса. При  $\alpha = 1$  и  $\beta = 0$  имеем распределение Коши с его очень “толстыми хвостами”.

56. Статьи, в которых говорится о распределении дохода, приведены в Приложении 2 “Литература”. Они включены в *Mandelbrot* 1959, 1960, 1961, 1962a и повторно в *Mandelbrot* 1997a.

## Глава 9.

### Долгая память. От Нила до рынка

57. Первоисточник по долгосрочной зависимости — книга *Mandelbrot* 2002.
58. Из Книги II геродотовых “Историй” (*The Histories*).
59. Из *Cole* 1980. Все приведенные здесь гидрологические данные по Нилу взяты либо из собственных записок Херста, либо из *Shahin* 1985.
60. Формула Херста используется для вычисления среднего уровня осадков в год или дебита (расхода воды) реки и текущего учета, год за годом, накопленных отклонений от этого среднего. Поэтому, если, как в случае с Нью-Йорком, средний уровень осадков составлял 1067 мм в год, но в первый год фактический уровень равнялся 1092 мм, во второй — 1143 мм, в третий — 914 мм и в четвертый — 1119 мм, то накопленные отклонения по отдельным годам равны 25 мм (1092 – 1067), 101 мм (25 + 1143 – 1067), –52 мм (101 + 914 – 1067) и 0 мм (–52 + 1119 – 1067). Затем Херст сравнивал максимальное и минимальное достигнутые значения накопленных отклонений (в нашем примере это 101 мм и –52 мм соответственно). Разницу (101 – (–52) = 153) он назвал размахом ( $R$ ). Его формула рассчитывает  $R$  и, следовательно, размер резервуара, который позволит избежать наводнений или засухи. Размах определяется сигмой ( $\sigma$ ) — стандартным отклонением уровня осадков в разные годы,  $N$  — количеством рассмотренных лет



и  $a$  — показателем степени, от которого зависит все уравнение. Херст использовал такое логарифмическое уравнение:

$$\log\left(\frac{R}{\sigma}\right) = K \log\left(\frac{N}{2}\right).$$

Без логарифмов оно выглядит так:

$$R = \sigma \left(\frac{N}{2}\right)^k.$$

Исходя из собственных исследований, он оценил  $K$  как 0,73, стандартное отклонение как 0,09, размах принял от 0,46 до 0,96 (Hurst 1951). Подставим сюда числа из примера с дождевыми осадками в Нью-Йорке. Стандартное отклонение равно 6,28,  $K = 0,72$ ,  $N = 100$  и  $R = 2670$  мм (эта цифра взята из текста главы). Я счел нужным исправить формулу Херста, поэтому ввел в нее более подходящий показатель степени, который назвал  $H$ . При этом не меняется суть формул, т.е. что  $R$  для дебита реки и других природных явлений, которые изучал Херст, растет со временем быстрее, чем было бы в случае простого случайного процесса наподобие игры с подбрасыванием монеты. Приведем слова самого Гарольда Херста.

“Хотя во многих природных явлениях мы наблюдаем почти нормальное частотное распределение, так происходит только в случае, когда нами игнорируется порядок их возникновения. Если отследить некоторое природное явление на протяжении нескольких длительных периодов, то между периодами обнаружатся значительные колебания как среднего значения, так и стандартных отклонений. Тенденция событий собираться в группы приводит к тому, что и среднее значение, и стандартное отклонение, рассчитанные за короткий период (несколько лет), изменчивее, чем при случайном распределении”.

61. В действительности Лэнгбейн затем напечатал в 1968–1969 годах не одну, а четыре статьи Мандельброта и Уоллиса.
62. Первое опровержение появилось в Willinger, Taqqu, Teverovsky 1999.



## Глава 10.

## Ной, Иосиф и рыночные “пузыри”

63. Статистика  $R/S$  (масштабно преобразованный разброс) в настоящее время широко используется для проверки наличия в ряду данных долгосрочной зависимости. Одно из ее основных преимуществ заключается в том, что, в отличие от многих широко распространенных статистических критериев, она не основана на каких бы то ни было предположениях об организации исходных данных. Это важнейший фактор, когда мы исследуем такое явление, как, например, курс акций, для которых явная ошибочность общепринятых предположений подтверждена многочисленными фактами. Удобная в использовании формула  $R/S$  просто позволяет определить для различных периодов времени, будет ли разброс от максимального до минимального значений большим или меньшим того, какого можно ожидать в случае, когда каждый отдельный элемент исходных данных не зависим от предыдущего. Если разброс отличается от ожидаемого, то важна точная последовательность данных: череда прибыльных или убыточных моментов смещает экстремальные значения дальше, чем в случае их возникновения по чистой случайности. Формула имеет такой вид:

$$\frac{\max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (r_j - \bar{r}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (r_j - \bar{r}_n)}{\left[ \frac{1}{n} \sum_j (r_j - \bar{r}_n)^2 \right]^{1/2}}.$$

Начинаем с рассмотрения прибыли (убытков)  $r$  в результате, скажем, подвижки курса акций за разные периоды времени — день, два дня, три дня и т.д. вплоть до полной временной последовательности, допустим, сто дней или  $n$ . Затем рассчитываем среднюю прибыль (убытки)  $\bar{r}_n$  за все сто дней. Далее для каждого короткого периода времени — день, два дня и т.д. — рассчитываем разность между прибылью (убытками)  $r_j$  за этот период и средней прибылью (убытками)  $\bar{r}_n$  за сто дней; продолжаем рассчитывать текущую сумму всех разностей по мере



того, как временные периоды удлиняются до периода  $k$ . Прделаем это всего для одного дня ( $k = 1$ ); затем для двух дней ( $k = 2$ ) и т.д. до  $k = 100$ . Потом найдем максимальное значение среди всех этих разностей ( $\max$ ) и аналогично — минимальное значение ( $\min$ ). Вычитаем второе из первого и получаем оценку размаха от пикового значения до впадины (локального минимума) накопленных отклонений. Это — числитель дроби. В знаменателе стоит общепринятая мера стандартного отклонения в ряду данных.

Если данные независимы, мы вправе ожидать, что числитель и знаменатель соотносятся как 1:2, т.е.  $H = 1/2$ . Любое отличное от этого значение говорит о долгосрочной зависимости. Если разброс больше ожидаемого и  $H > 1/2$ , то данные “инерционны” и существуют длительные периоды. Если же разброс меньше ожидаемого и  $H < 1/2$ , то данные “антиинерционны” и полученные значения продолжают самоповторяться.

Подробнее эта тема изложена в статьях Мандельброта и Уоллиса, приведенных в Приложении 2 (“Литература”), на Web-сайте данной книги и в работе *Peters 1996*.

## Глава 11.

### Мультифрактальная природа торгового времени

64. Это ключевое наблюдение стало полным сюрпризом и произвело на меня большое впечатление. Я сделал такой вывод (он завершает работу *Mandelbrot 1972*): методики, разработанные для турбулентности, можно применять и в экономике.
65. Первые мультифрактальные модели ценовых колебаний были карикатурами, о которых речь пойдет в следующем же разделе основного текста, а о дробном броуновском движении в мультифрактальном торговом времени говорилось, начиная с раздела “Правила неровности” главы 7. Эти две темы тесно связаны и впервые были представлены в работе *Mandelbrot 1997a*; см. также *Mandelbrot 1991a, b, c, d, e*. О первых



проверках сообщалось в *Mandelbrot, Calvet, Fisher 1997, Calvet, Fisher, Mandelbrot 1997* и *Fisher, Calvet, Mandelbrot 1997*.

66. См. *Mandelbrot, Taylor 1967*. В этой статье торговое время считалось фрактальным, а не мультифрактальным, хотя ни тот, ни другой термин не использовались, поскольку просто еще не были созданы. Поэтому в 1967 году мне только и оставалось, что рассматривать приращения торгового времени как статистически независимые, и поэтому моделировать эффект Ноя, а не Иосифа. В 1972 году я сообщил о нововведении: эффекты Ноя и Иосифа можно органично объединить.

67. Изначально функция  $f(\alpha)$  появилась в работах *Mandelbrot 1972, 1974* как логарифм (подходящим образом масштабированный) базовой вероятности. Позднее  $f(\alpha)$  получила название “спектр” размерностей или особенностей. Во многих случаях  $f < 0$  для некоторых  $\alpha$ . Такие “отрицательные размерности” оказываются неоспоримым источником меры “степени пустоты”.

Изображение биномиального изменения времени на рис. 11.4 очень упрощено. Ранее, в работах *Mandelbrot 1974a, b*, были описаны намного более общие каскады. Среди дополнительных наглядных примеров мультифрактального изменения есть несколько предложенных мною в соавторстве с Жюльеном Барралом. С ними можно ознакомиться на Web-сайте [www.math.yale.edu/mandelbrot](http://www.math.yale.edu/mandelbrot).

68. Как GARCH, так и мультифрактальная модель включают множество параметров. Достоинства GARCH — это комбинация концепций, уже давно известных статистикам. Недостатки GARCH: она отрицает существование долгосрочной зависимости; правда, если элемент долгосрочной зависимости подключить к элементам GARCH, получим гибрид под названием FIGARCH. К тому же в случае использования параметров, определенных по недельным и дневным данным, для создания искусственных выборок получаем временные ряды совершенно разного характера. Достоинства мультифракталов: их экономность и тот факт, что “турбулентное” поведение включено в модель не искусственно, а получено как



результат простых интерполяционных карикатур. Мультифракталы не следует рассматривать как специальную структуру; они выступают естественным дубликатом, причем с собственными параметрами, двух классических инструментов — производящей функции (т.е. последовательности моментов) и спектрального анализа.

## Глава 12.

### Десять еретических утверждений о финансах

69. Хороший рассказ об их статье и о том, с какими трудностями они ее опубликовали, приведен в работе *Mehra, Prescott 2003*.
70. Подробнее об этом в *Babeau, Andre, Teresa Sbano 2002*. Фактическое распределение активов может отличаться от рекомендованной комбинации (25% + 30% + 45%) в зависимости от состояния рынка в конкретный момент времени.
71. См. *Embrechts, Kluppelberg, Mikosch 1997*.
72. См. *Lantsman, Major, Mangano 2002*.
73. “Метод фильтра” Александера привлек к себе большое внимание. С того времени другие исследователи предложили и опробовали ряд подобных методов. Однако, в отличие от многих ученых, Александер имел замечательное свойство — умение признавать свои ошибки. Его первой статьей была *Alexander 1961*. А свою неправоту автор метода признал в *Alexander 1964*. Хорошее изложение всей этой истории содержится в *Fama, Blume 1966*.
74. Об этом говорится в *Damato 2004*.
75. См. *Maillet, Michel 2003*.
76. См. *Zumbach, Olsen, Olsen 2000*.



## Глава 13.

## В лаборатории

77. Больше информации о взглядах Олсена на финансы, а также о его фондах размещено на Web-страницах <http://www.oanda.com> и <http://www.olsen.ch>. Более формальное представление его фрактальных взглядов — в работе *Dacorogna et al. 2001*. Краткое изложение — в *Muller et al. 1993*.
78. Статья о “работе с хвостами” — это *Bouchaud et al. 1998*. Больше информации о фондах размещено на Web-странице <http://www.science-finance.fr>.
79. Сайт инвестиционной фирмы Питерса — <http://www.panagora.com>. Его последняя книга о фракталах (на момент написания данной книги) — *Peters 1996*.
80. См. *Richards 2000*.
81. Больше узнать о подходе “управляемая система итерационных функций” можно на Web-сайте математического курса Йельского университета *Math 190*: <http://classes.yale-edu/fractals/index.html>.
82. См. *Belkacem, Vehem, Walter 1999*. См. также *Fama 1965b*.
83. См. *Batten, Ellis 1999*.
84. См. *Madan, Carr, Chang 1998*.
85. См. *Summers 2000*.
86. *Bassi, Embrechts, Kafetzaki 1998*.



# ПРИЛОЖЕНИЕ 2

## Литература

- Acar, Emmanuel and Andrew Pearson. 2001. Distribution of returns generated by stochastic exposure; an application to VaR calculation in the futures markets. *AFIR Colloquium*, Toronto Sept., p. 6–7. International Actuarial Association.
- Adelman, Irma. 1965. Long cycles — fact or artifact? *American Economic Review* 55 (3), p. 444–463.
- Adler, Robert J., Raimo E. Feldman and Murad S. Taqqu, eds. 1998. *A Practical Guide to Heavy Tails, Statistical Techniques and Applications*. Basel: Birkhauser.
- Alexander, Gordon J. and William F. Sharpe. 1989. *Fundamentals of Investments*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall International Inc.
- Alexander, Sidney S. 1961. Price movements in speculative markets: Trends or random walks? *Industrial Management Review* 2 (2), p. 7–26.
- Alexander, Sidney S. 1964. Price movements in speculative markets: Trends or random walks, number 2. *Industrial Management Review* 5 (2), p. 25–46.
- Alligood, Kathleen T., Tim D. Sauer, and James A. Yorke. 1996. *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*. New York: Springer-Verlag.
- Alvarez-Ramirez, Jose, Myrian Cisneros, Carlos Ibarra-Valdez, and Angel Soriano. 2002. Multifractal Hurst analysis of crude oil prices. *Physica A* 313, p. 651–670.
- Babeau, Andre and Teresa Sbrana. 2002. *Household Wealth in the National Accounts of Europe, the United States and Japan*. Paris: Organization for Economic Cooperation and Development.



- Bachelier, Louis. 1900. *Theorie de la Speculation*. Doctoral dissertation. *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure* (iii) 17, p. 21–86. Translation: Cootner, 1964.
- Bakshi, Gurdip and Dilip Madan. 1998. What is the probability of a stock market crash? *NYU Conference on Finance and Accounting*.
- Baillie, Richard T. 1996. Long memory processes and fractional integration in econometrics. *Journal of Econometrics* 73, p. 5–59.
- Baillie, Richard T. and Maxwell L. King. 1996. Editors' introduction: Fractional differencing and long memory processes. *Journal of Econometrics* 73, p. 1–3.
- Bancel, Franck and Usha R. Mittoo. 2003. The determinants of capital structure choice: A survey of European firms. Conference report, American Finance Association, January.
- Banz, R.W. and W. Breen. 1986. Sample dependent results using accounting and market data: Some evidence. *Journal of Finance* 41, p. 779–793.
- Basel Committee on Banking Supervision. 2003. *Consultative document: Overview of the New Basel Capital Accord*. At [www.bis.org](http://www.bis.org).
- Bassi, Franco, Paul Embrechts, and Maria Kafetzaki. 1998. Risk management and quantile estimation. Adler et al. 1998.
- Basu, S. 1983. The relationship between earnings' yield, market value and return for NYSE common stocks: Further evidence. *Journal of Financial Economics* 12, p. 129–156.
- Batten, Jonathan and Craig Ellis. 1999. Volatility scaling in foreign exchange markets. *CREFS Centre Working Papers*, p. 99–104. Singapore: Nanyang Technological University.
- Belkacem, Lotfi, Jacques Levy Vehel and Christian Walter. 1999. CAPM, risk and portfolio selection in “ $\alpha$ -stable markets”, *Fractals* 8 (1), p. 99–115.
- Bell, E.T. 1937. *Men of Mathematics*. New York: Simon & Schuster Inc.
- Bencker, L.-G. and I. Sternberg. 1957. An attempt to find an expression for the distribution of fire damage amount. *Transactions 15th International Congress of Actuaries* 2, p. 288–294.
- Bernstein, Peter L. 1992. *Capital Ideas: The Improbable Origins of Modern Wall Street*. New York: Free Press.



- Black, Fischer. 1989. How we came up with the option formula. *Journal of Portfolio Management*, (Winter), p. 4–8.
- Black, Fischer and Myron Scholes. 1973. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy* 81 (May/June), p. 637–654.
- Bodie, Zvi, Alex Kane, and Alan J. Marcus. 2002. Investments. 5th Edition. New York: McGraw-Hill/Irwin.
- Bollerslev, Tim. 1987. A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *Review of Economics and Statistics*, p. 542–547.
- Bouchaud, J.P. D. Sornette, C. Walter, and J.P. Aguilar. 1998. Taming large events: Optimal portfolio theory for strongly fluctuating assets. *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 1 (1), p. 25–41.
- Bouchaud, Jean-Philippe and Marc Potters. 2000. *Theory of Financial Risks: From Statistical Physics to Risk Management*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press.
- Bouchaud, Jean-Philippe and Marc Potters. 2001. Welcome to a non-Black-Scholes world. *Quantitative Finance* 1 (5), p. 482–483.
- Bouchaud, Jean-Philippe. 2002. An introduction to statistical finance. *Physica A* 313, p. 238–251.
- Buffett, Warren E. 1988. To the Shareholders of Berkshire Hathaway Inc. *Annual Report*. Omaha, Neb.: *Berkshire Hathaway Inc.*
- Burton, Jonathan. 1998. Revisiting the capital asset pricing model. *Dow Jones Asset Manager* (May–June), p. 20–28.
- Calvet, Laurent, Adlai Fisher, and Benoit Mandelbrot. 1997. Large deviations and the distribution of price changes. *Cowles Foundation Discussion Paper* 1165 (September).
- Calvet, Laurent and Adlai Fisher. 2002. Multifractality in asset returns: Theory and evidence. *Review of Economics and Statistics* 84 (3), p. 381–406.
- Campbell, John Y., Andrew W. Low, and A. Craig MacKinlay. 1997. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton, NJ : Princeton University Press.
- Cavalcante, Jorge and A. Assaf. 2002. Long range dependence in the returns and volatility of the Brazilian stock market. Conference report, 24th Encontro Brasileiro de Econometria (December), p. 11–13.



- Chernoff, Joel. 2002. The house that Harry built: Physics, math and managing money: Modern portfolio theory at 50. *Pensions & Investments* (April 29).
- Cheung, Yin-Wong and Kon S. Lai. 1995. A search for long memory in international stock market returns. *Journal of International Money and Finance* 14 (4), p. 597–615.
- Cheung, Yin-Wong and Kon S. Lai. 2001. Long memory and nonlinear mean reversion in Japanese yen-based real exchange rates. *Journal of International Money and Finance* 20, p. 115–132.
- Cole, J.A. 1980. H.E. Hurst, D.Sc., CMG (1880–1978). *Journal of Hydrology* 46: p. 1–3.
- Commodity Futures Trading Commission. 2003. *Futures Commission Merchant Reports for 2003*. On the Web at <http://www.cftc.gov/tm/tmfcm.htm>.
- Cootner, Paul H, ed. 1964. *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA.: MIT Press.
- Courtault, Jean-Michel. 2000. Louis Bachelier: On the centenary of Theorie de la Speculation. *Mathematical Finance* 10 (3) (July), p. 339–353.
- Courtault, Jean-Michel et al. 2000. Louis Bachelier: Fondateur de la finance mathematique. На Web-странице [http://sjepg.univ-fcomte.fr/La\\_recherche/Libre/bachelier/page01/page01.htm](http://sjepg.univ-fcomte.fr/La_recherche/Libre/bachelier/page01/page01.htm), которая спонсируется Universite de Franche-Comte, к столетию докторской диссертации Башелье размещены его основные рукописи и фотографии о его жизни и о том времени, в котором он жил.
- Cowles, Alfred. 1933. Can stock market forecasters forecast? *Econometrica* 1 (July), p. 309–324.
- Cowles, Alfred. 1944. Stock market forecasting. *Econometrica* 12, p. 206–214.
- Dacarogna, Michel M., Ramazan Gencay, Ulrich A. Muller, Richard B. Olsen, and Olivier V. Pictet. 2001. *An Introduction to High-Frequency Finance*. San Diego, CA: Academic Press.
- Damato, Karen. 2004. One Case Shows the Perils of “Smoothing”. *Wall Street Journal* (March 24).
- De Grauwe, P. and M. Grimaldi. 2003. Bubbling and crashing exchanges rates. *CESifo Working Paper*, p. 1045.
- Desai, Padma. 2000. Why did the ruble collapse in August 1998? *American Economic Review* 90 (2), p. 48–52.



- De Vries, Casper G. 2001. Fat tails and the history of the guilder. *Tinbergen Magazine* 4 (Fall), p. 3–6.
- Diebold, Francis X. and James A. Nason, 1990. Nonparametric exchange rate predictions. *Journal of International Economics* 28, p. 315–332.
- Dusak, Katherine. 1973. Futures trading and investor returns: An investigation of commodity market risk premiums. *Journal of Political Economy* 81, p. 1387–1406.
- Eglash, Ron. 1999. *African Fractals: Modern Computing and Indigenous Design*. New Brunswick: Rutgers University Press.
- Elie, L., N. El Karoui, T. Jeantheau, and A. Pferzel. 1993. Les modeles ARCH sur les cours de change. *AFIR Colloquium*, Rome, International Actuarial Association.
- Embrechts, Paul, Claudia Kluppelberg, and Thomas Mikosch. 1997. *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Berlin: Springer-Verlag.
- Embrechts, Paul. 2002. Where mathematics, insurance and finance meet. *Quantitative Finance* 2 (6), p. 402–404.
- Engel, Charles and James D. Hamilton. 1990. Long swings in the dollar: Are they in the data and do markets know it? *American Economic Review* 80 (4) (September), p. 689–713.
- Falconer, Kenneth. 1990. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. Chichester, U.K.: John Wiley & Sons.
- Fama, Eugene F. 1964. *The distribution of daily differences of stock prices: a test of Mandelbrot's stable paretian hypothesis*. Ph.D. dissertation, University of Chicago Graduate School of Business.
- Fama, Eugene F. 1965a. Portfolio analysis in a stable Paretian market. *Management Science* 2 (3) (January), p. 404–419.
- Fama, Eugene F. 1965b. The behavior of stock-market prices. *Journal of Business* 38 (1), p. 34–105.
- Fama, Eugene F. 1991. Efficient capital markets: II. *Journal of Finance* 46 (5), p. 1575–1617.
- Fama, Eugene F. and M. Blume. 1966. Filter rules and stock-market trading. *Journal of Business* 39, p. 226–241.
- Fama, Eugene F. and Kenneth R. French. 1988. Permanent and temporary components of stock prices. *Journal of Political Economy* 96, p. 246–273.



- Fama, Eugene F. and Kenneth R. French. 1992. The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance* 47 (2) (June), p. 427–465.
- Feller, W. 1950. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*. New York: Wiley.
- Fillol, Jerome, 2003. Multifractality: theory and evidence. An application to the French stock market. *Economics Bulletin* 3 (31), p. 1–12.
- Financial Executives Research Foundation. 2003. *Valuing Employee Stock Options: A Comparison of Alternative Models*. Research report available at: <http://www.ferf.org>.
- Fisher, Adlai, Laurent Calvet, and Benoit Mandelbrot. 1997. Multifractality of Deutschemark/US dollar exchange rates. *Cowles Foundation Discussion Paper*, p. 1166.
- Frame, Michael and Benoit B. Mandelbrot. 2002. *Fractals, Graphics and Mathematics Education*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America.
- Gleick, James. 1987. *Chaos: Making a New Science*. New York: Viking Penguin.
- Gleria, Iram, Raul Matsushita, and Sergio Da Silva. 2002. Scaling power laws in the Sao Paulo Stock Exchange. *Economics Bulletin* 7 (3), p. 1–12.
- Gnedenko, B.V. and A.N. Kolmogorov. 1954. *Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables*. English translation by K.L. Chung. Reading, MA: Addison Wesley.
- Graham, John R. and Campbell R. Harvey. 2001. The theory and practice of corporate finance: Evidence from the field. *Journal of Financial Economics* 61, p. 1–52.
- Graham, John R. and Campbell R. Harvey. 2002. How do CFOs make capital budgeting and capital structure decisions? *Journal of Applied Corporate Finance* 15 (1), p. 8–23.
- Granger, C.W.J. 1966. The typical spectral shape of an economic variable. *Econometrica* 34 (1), p. 150–161.
- Grimmett, Geoffrey and David Stirzaker. 2002. *Probability and Random Processes*. Third Edition. New York: Oxford University Press.
- Hall, Tord. 1970. *Carl Friedrich Gauss: A Biography*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Harvey, C.R. 1991. The world price of covariance risk. *Journal of Finance* 46, p. 111–157.



- Hermite, C. and T.J. Stieltjes. 1905. *Correspondance d'Hermite et de Stieltjes*. 2 vols. Eds. B. Baillaud and H. Bourget. Paris: Gauthier-Villars.
- Herodotus. *The Histories*. Translation 1954 by Aubrey de Selincourt. Harmondsworth, Middlesex, U.K.: Penguin Books Ltd.
- Hsieh, David A. 1988. The statistical properties of daily foreign exchange rates: 1974–1983. *Journal of International Economics* 24, p. 129–145.
- Hurst, H.E. 1946. Instrument-making in Egypt. *Journal of Scientific Instruments* 23, p. 134.
- Hurst, H.E. 1951. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 116, p. 770–799, 800–808.
- Hurst, H.E. 1954. Measurement and utilization of the water resources of the Nile Basin. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* 3 (Part 3), p. 1–26.
- Hurst, H.E. 1956. Methods of using long-term storage in reservoirs. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* 5 (Part I), p. 519–590.
- James, Jessica. 2002. The probability of large daily moves in FX. *CitiFX Investor Strategy* 17 (November).
- James, Jessica. 2003. Trend following and option writing — a surprising portfolio. *CitiFX Risk Advisory* (March).
- James, Jessica. 2004. *Currency Management: Overlay and Alpha Trading*. London: Risk Books.
- James, Jessica and Hetty Colchester. 2003. Defining forex option value. *Risk* 16(1).
- Jegadeesh, N. and S. Titman. 1993. Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *Journal of Finance* 48, p. 65–91.
- Jovanovic, Franck. 2000. L'origine de la theorie financiere: une reevaluation de l'apport de Louis Bachelier. *Revue d'Economie Politique* 110 (3), p. 395–418.
- Jovanovic, Franck and Philippe Le Gall. 2001. Does God practice a random walk? The 'financial physics' of a nineteenth-century forerunner, Jules Regnault. *European Journal of the History of Economics* 8 (3), p. 332–362.
- Kahneman, Daniel and Mark W. Riepe. 1998. Aspects of investor psychology: Beliefs, preferences and biases investment advisors should know about, *Journal of Portfolio Management* Summer, p. 52–65.



- Kettell, Brian. 2001. *Financial Economics*. London: Financial Times Prentice Hall.
- Keynes, John Maynard. 1936. *The General Theory of Employment, Interest and Money*. New York: Harcourt, Brace & World.
- Kho, Bong-Chan, Dong Lee and Rene M. Stulz. 2000. U.S. banks, crises and bailouts: From Mexico to LTCM. *American Economic Review* 90 (2), p. 28–31.
- Knauf, Stephane. 2003. Making money from FX volatility. *Quantitative Finance* 3 (3), p. C48–C51.
- Koedijk, Kees. G., Marcia M.A, Schafgans, and Caspar G. de Vries. 1990. The tail index of exchange rate returns. *Journal of International Economics* 29, p. 93–108.
- Lantsman, Y., J.A. Major, and J.J. Mangano. 2002. On the multifractal distribution of insured property. *Fractals* 10 (3), p. 305–311.
- Lo, Andrew W. and A.C. MacKinley. 1988. Stock markets do not follow random walks: Evidence from a simple specification test. *Review of Financial Studies* 1, p. 41–66.
- Lo, Andrew W., ed. 1997. *Market Efficiency: Stock Market Behavior in Theory and Practice*, Vols. I & II. Cheltenham, .Glos., U.K.: Edward Elgar Publishing Ltd.
- Madan, Dilip B., Peter Carr, and Eric C. Chang. 1998. The variance gamma process and option pricing. *European Finance Review* 2, p. 79–105.
- Maillet, Bertrand and Thierry Michel. 2003. An index of market shocks based on multiscale analysis. *Quantitative Finance* 3, p. 88–97.
- Malkiel, Burton G. 1973. *A Random Walk Down Wall Street*. New York: W.W. Norton & Co.
- Mandelbrot, Benoit B. 1951. Adaptation d'un message sur la ligne de transmission, I & II. *Comptes Rendus* (Paris) 232, p. 1638–1640, 2003–2005. • Reprint: Mandelbrot 1997b.
- Mandelbrot, Benoit B. 1953. *Contribution a la theorie mathematique des jeux de communication*. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris* 2, p. 1–124.
- Mandelbrot, Benoit B. 1959. Variables et processus stochastiques de Pareto-Levy et la repartition des revenus, I & II. *Comptes Rendus* (Paris) 249, p. 613–615, 2153–2155. • Reprint: Mandelbrot 1997b.
- Mandelbrot, Benoit B. 1960. The Pareto-Levy law and the distribution of income. *International Economic Review* 1: p. 79–106. • Reprint: Mandelbrot 1997a.



- Reprint: *Vilfredo Pareto: Critical Assessments*. Edited by John C. Wood and Michael McLure. London: Routledge, 1999, IV, p. 155–182. • Reprint: *Income Distribution*, Edited by Michael Sattinger. *The International Library of Critical Writings in Economics*. Series Editor: Mark Blaug. Edward Elgar, Cheltenham, UK 2000.
- Mandelbrot, Benoit B. 1961. Stable Paretian random functions and the multiplicative variation of income. *Econometrica* 29, p. 517–543. • Reprint: Chapter E11 of Mandelbrot 1997a. • Reprint: *Vilfredo Pareto: Critical Assessments*. Edited by John C. Wood and Michael McLure. London: Routledge, 1999, IV, p. 183–209.
- Mandelbrot, Benoit B. 1962a. Paretian distributions and income maximization. *Quarterly Journal of Economics* 76, p. 57–85. • Reprint: Chapter E12 of Mandelbrot 1997a • Reprint: *Vilfredo Pareto: Critical Assessments*. Edited by John C. Wood and Michael McLure. London: Routledge, 1999, IV, p. 210–240.
- Mandelbrot, Benoit B. 1962b. Sur certains prix speculatifs: faits empiriques et modele base sur les processus stables additives de Paul Levy. *Comptes Rendus* (Paris) 254: p. 3968–3970. • Reprint: Mandelbrot 1997b, 2004b.
- Mandelbrot, Benoit B. 1962c. The variation of certain speculative prices. *IBM Research Report* NC-87, (March).
- Mandelbrot, Benoit B. 1963a. The variation of certain speculative prices. *Journal of Business* 36, p. 394–419. • Photographic reprint followed by discussions by Eugene F. Fama and Paul H. Cootner: Cootner 1964, p. 297–337. • Addendum: Correction of an error in “The variation of certain speculative prices”. *Journal of Business*, 45, 1972, p. 542–543. • Photographic reprint: *Futures Markets*. Three volumes edited by A.G. Malliaris. Cheltenham, UK: Edward Elgar, 1996. 2, p. 173–198. • Reprint: Chapter E14 Of Mandelbrot 1997a. • Reprint: *Classic Futures: Lessons from the Past for the Electronic Age*. Edited by Lester Telser. London: Risk Books. 2000, p. 649–683.
- Mandelbrot, Benoit B. 1963b. The stable Paretian income distribution, when the apparent exponent is near two. *International Economic Review* 4: p. 111–115.
- Mandelbrot, Benoit B. 1963c. New methods in statistical economics. *Journal of Political Economy* 71, p. 421–440. • Reprint: *Bulletin of the International Statistical Institute, 34th Session, Ottawa* 40 (book 2), 1964, p. 699–720. • Reprint: Chapter E3 Mandelbrot 1997a. • Reprint: *Vilfredo Pareto: Critical Assessments*. Edited by John C. Wood and Michael McLure. London: Routledge, 1999, IV, p. 241–263. • Reprint: *Forecasting Financial Markets*. Edited by Terence C. Mills.



*The International Library of Critical Writings in Economics*. Series Editor: Mark Blaug. Cheltenham, UK: Edward Elgar, 2002.

Mandelbrot, Benoit B. 1964. Random walks, fire damage amount, and other Paretian risk phenomena. *Operations Research* 12, p. 582–585. • Reprint: End of chapter E8 of Mandelbrot 1997a.

Mandelbrot, Benoit B. 1965a. Une classe de processus stochastiques hornothetiques a soi; application a la loi climatologique de H.E. Hurst. *Comptes Rendus* (Paris) 260, p. 3274–3277. • Reprints: Mandelbrot 1997b, 2004b. • Translation: Chapter H9 of Mandelbrot 2002.

Mandelbrot, Benoit B. 1965b. Self-similar error clusters in communications systems and the concept of conditional stationarity. *IEEE Transactions on Communications Technology* COM-13, p. 71–90. • Reprint: Chapter H8 of Mandelbrot 2002.

Mandelbrot, Benoit B. 1966a. Forecasts of future prices, unbiased markets, and “martingale models”. *Journal of Business* 39, p. 242–255. • Reprint: Chapter E19 of Mandelbrot 1997a. • Reprint: *Forecasting Financial Markets*. Edited by Terence C. Mills. *The International Library of Critical Writings in Economics*. Series Editor: Mark Blaug. Cheltenham, UK: Edward Elgar, 2002.

Mandelbrot, Benoit B. 1966b. Nouveaux modeles de la variation, des prix (cycles lents et changements instantanes). *Cahiers du Seminaire d'Econometrie* 9, p. 53–66.

Mandelbrot, Benoit B. 1967a. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science* 156, p. 636–638.

Mandelbrot, Benoit B. 1967b. The variation of some other speculative prices. *Journal of Business* 40, p. 393–413. • Reprint: Chapter E15 of Mandelbrot 1997a.

Mandelbrot, Benoit B. 1968. Some aspects of the random-walk model of stock market prices: Comment. *International Economic Review* 9, p. 258–259.

Mandelbrot, Benoit B. 1969. Long-run linearity, locally Gaussian processes, H-spectra and infinite variances. *International Economic Review* 10, p. 82–111. • Abstract: Intermittency and periodicity, and the problem of long cycles. *Econometrica* 34, 1966 (Supplement), p. 152–153.

Mandelbrot, Benoit B. 1970. Long-run interdependence in price records and other economic time series. *Econometrica* 38, p. 122–123.

Mandelbrot, Benoit B. 1972. Possible refinement of the lognormal hypothesis concerning the distribution of energy dissipation in intermittent turbulence. *Statistical Models and Turbulence*. M. Rosenblatt and C. Van Atta, eds. Lecture



- Notes in Physics 12. New York: Springer, p. 333–351. • Reprint: Chapter N14 of Mandelbrot 1999a.
- Mandelbrot, Benoit B. 1974a. Intermittent turbulence in self-similar cascades; divergence of high moments and dimension of the carrier. *Journal of Fluid Mechanics* 62, p. 331–358. • Reprint: Chapter N15 of Mandelbrot 1999a.
- Mandelbrot, Benoit B. 1974b. Multiplications aleatoires iterees et distributions invariantes par moyenne ponderee aleatoire, I & II. *Comptes Rendus (Paris)*, p. 278A; 289–292 et 355–358. • Reprint: Chapter N16 of Mandelbrot 1999a.
- Mandelbrot, Benoit B. 1975. *Les objets fractals: forme, hasard et dimension*. Paris: Flammarion.
- Mandelbrot, Benoit B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W.H. Freeman & Co.
- Mandelbrot, Benoit B. 1985. Self-affine fractals and fractal dimension. *Physica Scripta* 32, p. 257–260. • Reprint: *Dynamics of Fractal Surfaces*. Edited by Fereydoon Family & Tamas Vicsek. Singapore: World Scientific, 1991, p. 11–20. • Reprint Chapter H21 of Mandelbrot 2002.
- Mandelbrot, Benoit B. 1986. Self-affine fractal sets, I: The basic fractal dimensions, II: Length and area measurements, III: Hausdorff dimension anomalies and their implications. *Fractals in Physics*. Edited by Luciano Pietronero & Erio Tosatti, Amsterdam: North-Holland, p. 3–28. • Reprint of Part I: *Dynamics of Fractal Surfaces*. Edited by Fereydoon Family & Tamas Vicsek. Singapore: World Scientific, 1991, p. 21–36. • Reprint in Chapters H22, H23, H24 of Mandelbrot 2002.
- Mandelbrot, Benoit B. 1990. Limit lognormal multifractal measures. *Frontiers of Physics: Landau Memorial Conference (Tel Aviv, 1988)*. Edited by E.A. Gotsman et al. New York: Pergamon, p. 309–340.
- Mandelbrot, Benoit B. 1997a. *Fractals and Scaling in Finance: Discontinuity, Concentration, Risk*. New York: Springer-Verlag.
- Mandelbrot, Benoit B. 1997b. *Fractales, hasard et finance*. Paris: Flammarion.
- Mandelbrot, Benoit B. 1997c. Three fractal models in finance: Discontinuity, concentration, risk. *Economic Notes (Banca Monte dei Paschi di Siena SpA)* 26 (2), p. 197–212.
- Mandelbrot, Benoit B. 1997d. Les fractales et la bourse. *Pour la Science* 242, p. 16–17.



- Mandelbrot, Benoit B. 1999a. *Multifractals & 1/f Noise: Wild Self-Affinity in Physics*. New York: Springer-Verlag.
- Mandelbrot, Benoit B. 1999b. Renormalization and fixed points in finance, since 1962. *Physica A* 263, p. 477–487.
- Mandelbrot, Benoit B. 1999c. A fractal walk down Wall Street. *Scientific American* February, p. 70–73.
- Mandelbrot, Benoit B. 1999d. Survey of multifractality in finance. *Cowles Foundation Discussion Paper*, p. 1238.
- Mandelbrot, Benoit B. 1999e. Randonnees multifractales a Wall Street. *Les mathematiques sociales*. Paris: Belin, p. 126–130.
- Mandelbrot, Benoit B. 2000. Multifractal structure of financial prices and its implications. *Cowles Foundation Paper* 991.
- Mandelbrot, Benoit B. 2001a. Scaling in financial prices, I: Tails and dependence. *Quantitative Finance* 1, p. 113–123. • Reprint: *Beyond Efficiency and Equilibrium*. Edited by Doyne Farmer & John Geanakoplos, Oxford UK: The University Press, 2004.
- Mandelbrot, Benoit B. 2001b. Scaling in financial prices, II: Multifractals and the star equation. *Quantitative Finance* 1, p. 124–130. • Reprint: *Beyond Efficiency and Equilibrium*. Edited by Doyne Farmer and John Geanakoplos. Oxford, UK: The University Press, 2004.
- Mandelbrot, Benoit B. 2001c. Scaling in financial prices, III: Cartoon Brownian motions in multifractal time. *Quantitative Finance* 1, p. 427–440.
- Mandelbrot, Benoit B. 2001d. Scaling in financial prices, IV: Multifractal concentration. *Quantitative Finance* 1, p. 641–649.
- Mandelbrot, Benoit B. 2001e. Stochastic volatility, power-laws and long memory. *Quantitative Finance* 1, p. 558–559.
- Mandelbrot, Benoit B. 2002. *Gaussian Self-Affinity and Fractals: Globality, the Earth, 1/f Noise, and R/S*. New York: Springer Verlag.
- Mandelbrot, Benoit B. 2003. Heavy tails in finance for independent or multifractal price increments. *Handbook on Heavy Tailed Distributions in Finance*. Edited by Svetlozar T. Rachev (*Handbooks in Finance*: 30, Senior Editor: William T. Ziemba): 1, p. 1–34. • Related paper: *Journal of Statistical Physics* 110, 2003, p. 739–777.



- Mandelbrot, Benoit B. 2004a. *Fractals and Chaos: The Mandelbrot Set and Beyond*. New York: Springer Verlag.
- Mandelbrot, Benoit B. 2004b. Updated reprint of Mandelbrot 1997a.
- Mandelbrot, Benoit B., Adlai Fisher, and Laurent Calvet. 1997. A multifractal model of asset returns. *Cowles Foundation Discussion Paper* 1164. • См. также Calvet and Fisher.
- Mandelbrot, Benoit B. and H.M. Taylor. 1967. On the distribution of stock price differences. *Operations Research* 15, p. 1057–1062. • Reprint: Chapter E21 of Mandelbrot 1997a.
- Mandelbrot, Benoit B. and J.W. Van Ness. 1968. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Review* 10, p. 422–437. • Reprint: Chapter H11 of Mandelbrot 2002.
- Mandelbrot, Benoit B. and James R. Wallis. 1968. Noah, Joseph and operational hydrology. *Water Resources Research* 4, p. 909–918. • Reprint: Chapter H10 of Mandelbrot 2002.
- Mandelbrot, Benoit B. and James R. Wallis. 1969a. Computer experiments with fractional Gaussian noises. *Water Resources Research* 5, p. 228–267. • Reprint: Chapters 12, 13, and 14 of Mandelbrot 2002.
- Mandelbrot, Benoit B. and James R. Wallis. 1969b. Some long-run properties of geophysical records. *Water Resources Research* 5, p. 321–340. • Reprint: Chapter H27 of Mandelbrot 2002.
- Mandelbrot, Benoit B. and James R. Wallis. 1969c. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long-run statistical dependence. *Water Resources Research* 5, p. 967–988. • Reprint: Chapter H25 of Mandelbrot 2002.
- Marcus, Alan J. 1990. The Magellan Fund and market efficiency. *Journal of Portfolio Management* (Fall), p. 85–88.
- Markowitz, Harry M. 1959. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New Haven, CT: Yale University Press.
- Markowitz, Harry M. 1990a. Autobiography. Nobel e-Museum, [www.nobel.se/economics/laureates/1990/](http://www.nobel.se/economics/laureates/1990/).
- Markowitz, Harry M. 1990b. Foundations of Portfolio Theory: Nobel Lecture. *Economic Sciences*, p. 279–287.
- Markowitz, Harry M. 1999. The early history of portfolio theory: 1600–1960. *Financial Analysts Journal* 55 (4), p. 5–16.



- Masters, Roger D. 1999. *Fortune is a River. Leonardo da Vinci and Niccolo Machiavelli's Magnificent Dream to Change the Course of Florentine History*. New York: Plume.
- McFarland, James W., R. Richardson Pettit, and Sam K.. Sung. 1982. The distribution of foreign exchange price changes: Trading day effects and risk measurement. *Journal of Finance* 37 (3), p. 693–715.
- Medova, Elena. 2000. Measuring risk by extreme values. *Risk* November 2000, p. S20–S26.
- Mehra, Rajnish and Edward C. Prescott. 2003. The equity premium in retrospect. *NBER Working Paper* 9525. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.
- Merton, Robert C. 1995. Fischer Black. *Journal of Finance* 50 (5), p. 1359–1370.
- Merton, Robert C. 1997. Autobiography. Nobel e-Museum, [www.nobel.se/economics/laureates/1997/](http://www.nobel.se/economics/laureates/1997/).
- Miller, Merton H. 1999. The history of finance: An eyewitness account. *Journal of Portfolio Management* (Summer), p. 95–101.
- Mills, Terence C. 1993. Is there long-term memory in UK stock returns? *Applied Financial Economics* 3, p. 303–306.
- Mitnik, Stefan, Svetlozar T. Rachev, and Marc S. Paolella. 1998. Stable Paretian modelling in finance: Some empirical and theoretical aspects. Adler et al 1998.
- Monopolies and Mergers Commission. 1997. Northern Ireland Electricity PLC: A report on a reference under Article 15 of the Electricity (Northern Ireland) Order 1992.
- Muller, U.A., M.M Dacorogna, R.D. Dave, O.V. Pictet, R.B. Olsen, and J.R. Ward. 1993. Fractals and intrinsic time — a challenge to econometricians. *49th International Conference of the Applied Econometrics Association*, Luxembourg.
- Mulligan, Robert F. 2000. A fractal analysis of foreign exchange markets. *International Advances in Economic Research* 6 (1), p. 33–49.
- Nawrocki, David. 1995. R/S analysis and long term dependence in stock market indices. *Managerial Finance* 21(7), p. 78–91.
- New York State Consumer Protection Board. 2001. In the matter of the Commission as to the rates, charges, rules and regulations of Central Hudson Gas & Electric Corporation for electric and gas service. *Reply Brief of the New York State Consumer Protection Board*.



- Officer, R. R. 1972. The distribution of stock returns. *Journal of the American Statistical Association* 67, p. 807–812.
- Pandey, G., S. Lovejoy, and D. Schertzer. 1998. Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basins of five to two million square kilometers, one day to 75 years. *Journal of Hydrology* 208, p. 62–81.
- Pareto, Vilfredo. 1896. *Cours d'economie politique*. Reprinted in *Oeuvres Completes*, 1966, Vol. I. Geneva: Librairie Droz.
- Pareto, Vilfredo. 1909. *Manuel d'economie politique*. Traduction francaise sur 1'edition italienne par Alfred Bonnet (revue par 1'auteur). Paris: Marcel Giard & Briere. Reprinted in *Oeuvres Completes*, 1966, Vol VII. Geneva: Librairie Droz.
- Patel, Navroz. 2001. Econophysics — does it work? *Risk* (March 2001), p. 33–34.
- Peitgen, Heinz-Otto and Dietmar Saupe. 1988. *The Science of Fractal Images*. New York: Springer.
- Peters, Edgar E. 1996. *Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices and Market Volatility*. 2nd Edition. New York: John Wiley & Sons.
- Regnault, Jules. 1863. *Calcul des chances et philosophie de la Bourse*. Paris: Mallet-Bachelier.
- Richards, Gordon R. 2000. The fractal structure of exchange rates: measurement and forecasting. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 10, p. 163–180.
- Rogers, L.C.G. 1997. Arbitrage with fractional Brownian motion. *Mathematical Finance* 7 (1), p. 95–105.
- Roll, Richard. 1970. *The Behavior of Interest Rates: An Application of the Efficient Market Model to U.S. Treasury Bills*. New York: Basic Books.
- Rubinstein, Mark. 2002. Markowitz's "Portfolio Selection": A fifty-year retrospective. *Journal of Finance* 57 (3), p. 1041–1045.
- Samuels, Warren J. 1974. *Pareto on Policy*. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Co.
- Samuelson, Paul A. 1970. The fundamental approximation theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments. *Review of Economic Studies* 37 (112) (October), p. 537–542.
- Scholes, Myron S. 1995, Fisher Black. *Journal of Finance* 50 (5), p. 1359–1370.



- Scholes, Myron S. 1997. Autobiography. Nobel e-Museum, [www.nobel.se/economics/laureates/1997/](http://www.nobel.se/economics/laureates/1997/).
- Scholes, Myron S. 2000. Crisis and risk management. *American Economic Review* 90 (2), p. 17–21.
- Scholes, Myron S. 2001. Merton H. Miller: Memories of a great mentor and leader. *Journal of Finance* 56 (4), p. 1179–1182.
- Schoutens, Wim. 2003. *Levy Processes in Finance: Pricing Financial Derivatives*. Chichester, West Surrey, UK: John Wiley & Sons Ltd.
- Securities and Exchange Commission. 1998. *Trading Analysis of October 27 and 28, 1997: A Report by the Division of Market Regulation of the U.S. Securities and Exchange Commission*. On the Web at <http://www.sec.gov/news/studies/tradrep.htm>.
- Shahin, Mamdouh. 1985. *Hydrology of the Nile Basin*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers BV.
- Shalizi, Cosma. 2003. The world is our laboratory. *Journal of Quantitative Finance* 3 (2), p. C20–21.
- Sharpe, William F. 1964. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance* 19 (3), p. 425–442.
- Sharpe, William F. 1990a. Autobiography. Nobel e-Museum, [www.nobel.se/economics/laureates/1990/](http://www.nobel.se/economics/laureates/1990/).
- Sharpe, William F. 1990b. Capital asset prices with and without negative holdings: Nobel Lecture. *Economic Sciences*, p. 312–332.
- Shiller, Robert J. 2000. *Irrational Exuberance*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Schwert, G. William. 2004. <http://schwert.simon.rochester.edu/volatility.htm>.
- Simons, Katerina. 2000. The use of Value at Risk by institutional investors. *New England Economic Review* (November/December), p. 21–30.
- Singh, Vijay P. and David A. Woolhiser. 2002. Mathematical modeling of watershed hydrology. *Journal of Hydrologic Engineering* 7 (4), p. 170–292.
- Sprott, Julien Clinton. 2003. *Chaos and Time-Series Analysis*. Oxford, UK: Oxford University Press.



- Sullivan, Edward J. and Timothy M. Weithers. 1991. Louis Bachelier: the father of modern option pricing theory. *Journal of Economic Education* 22 (2), p. 165–171.
- Summers, Lawrence H. 2000. International financial crises: causes, prevention, and cures. *American Economic Review* 90 (2), p. 1–16.
- Taqqu, Murad S. 2001. Bachelier and his times: a conversation with Bernard Bru. *Finance and Stochastics* 5 (1), p. 3–32.
- Teichmoeller, John. 1971. A note on the distribution of stock price changes. *Journal of the American Statistical Association* 66 (334), p. 282–284.
- Thind, Sarfraz. 2002. Fewer options in 2001: A Risk survey. *Risk* 15 (5).
- Valdez-Cepeda, Ricardo David, and Enrique Solano-Herrera. 1999. Self-affinity of records of financial indexes. *Fractals* 7 (4), p. 427–432.
- Von Koch, Helge. 1905. Une methode geometrique elementaire pour l'etude de certaines questions de la theorie des courbes planes. *Acta Mathematica* 30, p. 145–174.
- Walter, Christian. 2001. Searching for scaling laws in distributional properties of price variations: A review over 40 years. *Colloquium Report, International Actuarial Association*, Toronto, Canada, 7 September.
- Walter, Christian. 2002. 1900-2000: Un siecle de descriptions statistiques des fluctuations boursieres, ou, les aleas du modele de marche au hasard. *Colloque Marche Boursier*. Paris: College de France.
- Watsham, Terry J. and Keith Parramore. 1997. *Quantitative Methods in Finance*. London: Thomson Learning.
- Weibel, E.R. 1963. *Morphometry of the Human Lung*. New York: Academic.
- Weron, Ratal and Beata Przybylowicz. 2000. Hurst analysis of electricity price dynamics. *Physica A* 283, p. 462–468.
- Willinger, Walter, Murad S. Taqqu, and Vadim Teverovsky. 1999. Stock market prices and long-range dependence. *Finance and Stochastics* 3, p. 1–13.
- Zumbach, G., M. Dacarogna, J. Olsen, and R. Olsen. 2000. Measuring shocks in financial markets. *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 3, p. 347–355.







# Предметный указатель

## В

Bourse, 86

## С

CAC-40, 136

CAPM (Модель оценки  
финансовых активов), 288, 341

## D

DJIA, 154

## F

FIGARCH, 358

Forex, 309

## G

GARCH, 267, 291, 323, 348, 358

## H

H-индекс, 315

## L

L-устойчивое распределение, 27,  
202, 203, 214, 353

## R

R/S, 248, 356

## S

Standard & Poor's 500, 135

## V

VAR-анализ, 326

## Z

Z-значение, 335

## A

Акции "голубых фишек", 37

Акция, 140, 278

Алгебраические функции, 69

Алгебраический анализ, 25

Альфа, 197, 200, 203, 214, 248, 251,  
293, 314, 315

Анализ

рисковой стоимости  
(VAR-анализ), 47

с помощью масштабных  
преобразований, 248

Антиинерционность данных, 248

Арбитраж, 302

Арбитражный фондовый  
рынок, 237

Асимметрия, 214, 347

## Б

Базельские рекомендации, 47

Балансовая стоимость актива, 142

Банковская облигация, 33

Барьерный опцион, 298

Безрисковая норма, 344

Бесконечные ряды, 69



Бета, 144( (бета), 314, 318

Бета-книга, 115

Бета Шарпа, 344

Биномиальное изменение  
времени, 262

Биржевой

брокер, 62

спекулянт, 108

трейдер, 48

Британский индекс FTSE, 104

Броуновское движение, 90, 91, 131,  
223, 231, 233, 340

Бурная случайность, 145

“Быки”, 92

Быстрый рынок, 55

## В

Валовой внутренний  
продукт (ВВП), 227

Валютный

дилер, 36

кризис, 29

опцион, 118

рынок, 136

трейдер, 118, 253

Варрант, 110, 112

Великая депрессия, 97

Вероятность, 88

Коши, 337

Весовой коэффициент, 128

Визуальная геометрия, 25

Внебиржевой оборот, 109

Внутренняя

информация, 93

стоимость, 302

Возможность, 59

Волатильность, 51, 164, 299

Волна Эллиота, 294

Волновое прогнозирование, 294

Восходящий тренд, 128

Выборочная дисперсия, 334

Выброс, 34, 51, 72, 203

Выступ (навес), 327

## Г

Гауссова математика, 74

Гауссово распределение, 281

Генератор, 158, 166, 175, 178, 180,  
213, 214

Генетические алгоритмы, 48

Геометрическая прогрессия, 228

Геометрия, 79

Евклида, 69

Гидроаэромеханика, 157

Гидрология, 157

Гипотеза эффективного рынка, 42,  
46, 56, 91, 119, 120, 142, 239

Гистограмма, 41, 70

Голова и плечи, 67

“Голубые фишки”, 135, 212

Государственная облигация, 278

Графический планшет

Calcomp, 233

Греческая геометрия, 22

Гринвичское рыночное время, 55

## Д

Данные с высокой частотой, 308

Двойственная связь, 249

Девальвация денежной единицы, 33



Дельта, 113  
Дериватив, 51, 86, 110  
Детерминистическая  
    система, 36  
    модель, 60  
Детерминистский взгляд на мир, 61  
Детская теорема, 259  
Дефолт, 33, 39  
Диаграмма  
    вымпел, 39  
    голова и плечи, 39  
    флаг, 39  
Диаграммы Венна, 340  
Диверсификация инвестиций, 98  
Дивиденды, 93  
Дипломированный финансовый  
    аналитик, 47  
Дисконтированные поступления  
    наличности, 299  
Дисперсионный  
    гамма-процесс, 324  
Дисперсия, 42, 71, 99, 100, 115, 204,  
    248, 302, 341, 347  
Дифференциальные  
    уравнения, 124  
Диффузионно-ограниченная  
    совокупность (англ. DLA), 183  
Долговременная память, 43  
Долгосрочная зависимость, 139,  
    223, 228, 229, 231, 232, 236, 239, 248,  
    249, 252, 256, 260, 276, 277, 296, 313,  
    328, 332, 356  
Долгосрочная зависимость  
    цен, 295  
Долгосрочный финансовый  
    инструмент, 310

Дробное броуновское движение,  
    27, 51, 234, 238, 263  
Дробное интегрирование, 27

### З

Зависимость, 234  
Законы случайности, 91  
Закон  
    больших чисел, 65  
    всемирного тяготения, 68  
    Ципфа-Мандельброта, 352  
Замкнутые распределения, 28  
“Золото дураков”, 54  
Золотой стандарт, 114  
Золотообрезные правительственные  
    облигации Великобритании, 86

### И

Игра  
    на повышение, 104  
    на понижение, 104  
Идеальный рынок, 42  
Измерение, 169  
Инвариантность, 165, 291  
Инвестиционная стратегия, 39  
Инвестиционные “пузыри”, 249  
Инвестиционный  
    банк, 35  
    менеджер, 143  
    портфель, 42, 55, 267  
Инвестор, 33  
    роста, 123  
    стоимостной, 123  
Индексированный паевой фонд, 46



## Индексный

фонд, 94, 104, 115, 139

фьючерс, 154

## Индекс

book-to-market, 314

CAC-40, 319

EBITDA, 314

NASDAQ, 136

P/E, 300, 314

S&amp;P 500, 298, 316

волатильности, VIX, 298

Доу-Джонса, 104, 115, 135, 249,  
314, 319

промышленных

компаний, 127

неприятя риска, 102

рыночных потрясений, 299

Индивидуальная психология, 63

Индикаторная диаграмма, 39

Инерционность, 260, 263

Инерционность данных, 248

Инерционный эффект, 137

Инициатор, 166, 175, 180, 213

Интеллектуальная

собственность, 301

Интернет-коммерция, 35

“Интернет-пузырь”, 43

Интерполяция, 214

Инфляция, 114

Итерация, 159, 182, 320

Итерируемая функция, 350

Казначейский вексель, 102, 104,  
140, 344

США, 278

Капитальный резерв, 326

Карикатура, 213

Квазифрактальная модель, 309

Квантовая механика, 211

Кибернетические нейронные  
сети, 48

Кластер, 67, 152, 264

Клиент брокера, 55

Ковариация, 103

“Колл”-опцион, 108

“Колл” или больше, 86

Колоколообразная форма  
распределения, 41

Комплексное число, 351

Компьютерная графика, 233

Контанго, 86

Концепция

“длинных хвостов”, 28

долгосрочной зависимости, 28

торгового времени, 28

Короткая продажа, 81

Корпоративные финансы, 60

Корпоративный бюджет, 64

Коррекция тренда, 139

Коррелограмма, 228

Корреляция, 226, 227

Котировка, 308

Котировка акций, 33

Коэффициент

бета, 105, 115, 141, 142

интеллектуального  
развития (IQ), 72

## К

Казначейская ценная бумага, 59

Казначейские облигации США, 86



Краткосрочная  
зависимость, 137, 239  
Краткосрочный финансовый  
инструмент, 310  
Кредит, 93  
Кредитная линия, 93  
Кривая  
Гаусса, 41, 44, 52, 89, 131, 136,  
202, 204, 232, 279  
доходов, 195, 196  
Коши, 202  
распределения, 347  
фон Коха, 178, 349  
Критерий среднего-дисперсии, 342  
Критическая точка тренда, 158

## Л

Линейная регрессия, 336  
Логарифм, натуральный, 334  
Логарифмическая  
шкала, 130, 196, 299

## М

Магнетизм, 63  
Макроскопический подход, 63  
Макроэкономический  
показатель, 227  
эксперт, 39  
Мартингальное условие, 297  
Массовая  
психология, 63  
размерность, 350  
Масштабная инвариантность, 211  
Математика устойчивых  
распределений, 190

Математическая вероятность, 59  
Математический анализ, 25  
Математическое ожидание, 339, 344  
Материальный актив, 301  
“Медведи”, 92  
Медиана, 203  
Медленный рынок, 55  
Международный валютный  
фонд, 34  
Метеорология, 157  
Метод  
CAPM, 106, 115  
MPT, 96  
наименьших квадратов, 28, 69,  
164, 336  
обобщенной границы  
эффективности, 313  
фильтра, 284, 359  
Механизм ценообразования, 54, 291  
Механика Ньютона, 211  
Микроскопический подход, 63  
Множество Мандельброта, 23, 26,  
186, 333, 350  
Моделирование  
Монте-Карло, 266, 320  
Модель  
CAPM, 95, 106, 107, 108, 140, 142  
FIGARCH, 47  
GARCH, 47  
Башелье, 213  
Броуна-Башелье, 157  
независимых приращений, 91  
оценки финансовых  
активов, 95, 106



оценки финансовых активов  
(англ.-САРМ), 140, 288, 318

оценки финансовых  
активов Шарпа, 209

Шарпа, 344

Монетаризм, 209

Мостовой размах, 224

Мультипликативный каскад, 261

Мультифрактал, 28, 167, 244,  
254, 332

Мультифрактальная

модель, 27, 52, 53, 54, 289, 358

модель доходности активов, 263

структура, 264

Мультифрактальное

время, 51, 258, 263

моделирование, 152

Мультифрактальность, 157

Мультифрактальный

анализ, 28, 311

спектр, 276

Мягкая случайность, 145

## Н

Навес (выступ), 327

Небесная механика, 79

Недвижимость, 59

Независимость колебаний цен, 126

Непараметрический тест, 248

Непрерывные функции, 124

Неровность, 164, 179

Неустойчивость, 164, 189, 298,  
299, 314

(волатильность), 322

рынка, 146

Нильская структура, 218

Новый курс Ф. Рузвельта, 54

Нормальное распределение, 41,  
72, 135

колебаний цен, 126

Норма сбережений, 63

Нулевой купон, 56

Нью-йоркская

фондовая биржа, 36, 125

## О

Обменный

валютный курс, 37

курс, 136

Образующая, 166, 175

Образующий фрагмент, 158

Объем валютных торгов, 43

Онкольный кредит, 237

Оптика, 79

Опцин, 38, 52, 55, 86, 108, 209, 267

акции, 93

“колл”, 56, 345

денежный, 64, 110, 111

на покупку, 56, 345

неденежный, 110, 111

“пут”, 113

Опционная

биржа, 46

премия, 109

Опционный

дилер, 113

контракт, 90, 119

трейдер, 119

Относительное время

финансовых рынков, 54



## Ошибка

- измерения, 202
- систематическая, 68
- случайная, 68

## П

Парадокс доходности  
инвестиций, 278

## Параметр неустойчивости, 56

## Пассивное инвестирование, 115

## Период сжатия, 67

## Поведенческая экономика, 122

## Поверхность неустойчивости, 119

Подразумеваемая неустойчивость  
(волатильность), 113

## Позитивистский аргумент, 140

Показатель степени  $H$ , 56Полное математическое  
ожидание, 339

## Популяция, 337

## Портфельная

- страховка, 113, 322
- теория, 318

## Марковица, 101, 209, 342

## Марковица–Шарпа, 280

## Портфельные инвестиции, 280

## Портфельный

- метод Марковица, 313
- риск, 27, 100

## Портфель ценных бумаг, 35, 60

## Последняя теорема Ферма, 40

## Потребительная стоимость, 273

## Правило рекурсии, 166

## Правительственная

- облигация, 33, 80

## Практические решения

- максимального правдоподобия, 28

## Предложение, 88

## Приведенная плотность

- вероятности, 337

## Приведенное гауссово

- значение, 337

## Прикладная

- математика, 203
- теория вероятностей, 60

## Принцип непрерывности, 286

## Причинно-следственная связь, 60

## Причинно-следственный

- взгляд на мир, 61

## Производная функции, 178

## Производные ценные бумаги, 86

## Промышленный

- индекс Доу–Джонса, 33, 44

## Простые числа, 69

## Процентная ставка, 63

## “Пут” или больше, 86

## Пыль Кантора, 177

## Р

## Равновесная сделка со спредом, 298

## Разброс, 248

- цен, 40

## Размерность

- заполнения, 350
- подобия, 349
- подсчета квадратов, 349
- Хаусдорфа, 350

## Разрыв, 246, 249, 252, 256, 276



## Распределение

Коши, 354

Леви, 27

Леви-Мандельброта, 27

Парето, 214

## Рассеяние вероятностей, 90

## Регрессионный анализ, 91

## Резервный капитал, 47

## Релятивистские законы, 211

## Ренормализация, 332

## Рента, 86

## Риск, 35, 341

## Рисковая стоимость (стоимость при риске), 326

## Рисковое вознаграждение капитала, 104

## Рынок

“быков”, 29, 33, 231, 286

капитала, 35

“медведей”, 29, 114, 128, 231, 286

опционов, 119

фондовых опционов, 108

## Рыночная

микроструктура, 264

модель Башелье, 209

премия, 344

стоимость актива, 142

## С

## Салфетка Серпинского, 175, 349

## Самоповторение в масштабе

(скейлинг), 28, 191, 211, 214, 223, 234, 263, 265, 275, 276, 282, 288, 293, 313, 327

в финансах, 332

цен в масштабе, 225

## Самоподобность, 176

## Свопцион, 298

## Себестоимость, 301

## Сезонный фактор, 211

## Секторный эксперт, 39

## Сигма, 132

## Симметрия, 165

## Скейлинг, 211, 214

## Скользящее среднее, 120

## Слабо выраженные циклы, 247

## Случай, 59

## Случайное блуждание, 40, 44, 50, 89, 91, 231, 239, 316, 340

## Случайность

бурная, 11, 67, 75, 76

медленная, 11, 67

мягкая, 11, 67, 68, 73, 75

## Смерть беты, 142, 144

## Современная теория

финансов, 82

формирования инвестиционного портфеля (англ. MPT), 96, 140

## Современные финансы, 209

## Соотношение

рынок-отчет, 142

цена-прибыль, 142

## Состояние материи, 11

## Спектральный анализ, 28

## Спектр размерностей, 358

## Спекулятивная торговля, 80

## Спред, 86, 155, 310

## Спрос, 88



Среднее значение, 41, 100, 132, 136, 202, 248, 302, 334, 337, 347  
Среднесрочная зависимость, 138  
Средняя ошибка, 71, 73  
Срок ликвидации опциона, 322  
Стандартная модель эффективных рынков, 53  
Стандартное отклонение, 41, 55, 71, 73, 99, 115, 132, 136, 189, 202, 224, 248, 279, 334, 337  
Статистика бета, 42, 55  
Статистическая  
    значимость, 138, 226  
    физика, 183, 211  
Статистические инструменты, 28  
Статистический арбитраж, 312  
Стационарность колебаний цен, 126  
Стационарный процесс, 53  
Степенной (экспоненциальный) закон, 27, 45, 190, 191, 211, 225, 255, 313  
Степенные функции, 208  
Стоимость, 274, 299  
    капитала, 115  
    ликвидационная, 299  
    рыночная, 299  
Стохастическая система, 36  
Стохастический взгляд на мир, 62  
Страховой опцион, 322  
Субкластер, 264  
Субординации, 332

## Т

Теория

    арбитражного ценообразования (англ.-APT), 144, 303

    вероятностей, 40, 42, 65, 69, 79, 89, 201  
    выборочного исследования, 28  
    гетерогенных рынков, 311  
    ошибок, 202  
    спекулятивных цен, 20  
    устойчивого распределения, 203  
    функций, 79  
    хаоса, 23, 36, 56, 62, 186, 230, 313, 351  
    чисел, 69  
    экстремальных значений, 327  
Тетраэдр, 176  
Технический анализ, 39  
Тиковые (текущие) данные, 40  
“Толстый хвост”, 133, 256, 332  
    распределения, 27  
Топология, 69, 79, 169  
Торговая стратегия, 52, 55, 60, 311  
Торговля ценными бумагами, 35  
Торговое время, 54, 244, 253, 254, 258, 332, 358  
Торговый день, 43  
Точка Кюри, 63  
Трансакция, 308  
Трансферное ценообразование, 103  
Треjder, 38  
Тренд, 48, 120, 158, 223  
    восходящий, 48  
    нисходящий, 48  
Трехволновая структура, 296  
Турбулентность, 152, 275  
Турбулентный рынок, 151



## У

Улыбка волатильности, 323  
Уолл-стрит, 46  
Управление рисками, 313  
Управляемая система  
    итерационных функций, 360  
Уравнение Блэка–Шоулза, 321  
Уровень поддержки, 40, 67  
Условная вероятность, 199, 293  
Устойчивое распределение  
    Парето, 27  
Устойчивые вероятностные  
    распределения, 202

## Ф

Федеральная резервная система  
    США, 34, 147  
Финансовая  
    система, 37  
    цена, 37, 64  
Финансовые  
    инструменты, 282  
    пузыри, 332  
Финансовый  
    актив, 301  
    график, 67  
    инжиниринг, 102, 267, 322  
    инструмент, 45  
    крах, 37  
    фрактал, 158  
Фондовая диаграмма, 67  
Фондовый  
    индекс, 135  
    опцион, 43, 46, 47, 108, 113, 324

“пузырь”, 29

рынок, 102

Форекс-фирма, 40

Формула

Блэка–Шоулза, 47, 96, 108,  
    111, 113, 119, 140, 142, 209,  
    322, 335, 345

Коши, 202

Херста, 224

Шарпа, 105, 106

Формы случайности, 67

Фрактал, 22, 158, 164, 167, 214, 254

Фракталы

    самоаффинные, 167, 176

    самоподобные, 167

Фрактальная

    геометрия, 20, 36, 75, 166, 169,  
    173, 179, 186, 229, 351

    геометрия природы, 23

    и мультифрактальная  
    геометрия, 156

    математика, 22

    музыка, 174

    размерность, 349

    скошенная паутина, 176

    статистическая связь, 43

    структура, 349

    ценовая диаграмма, 256

Фрактальное

    измерение, 171, 179

    изображение, 25

    створаживание, 177, 182

Фрактальность, 223

Фрактальные

    отпечатки пальцев, 316



финансы, 314, 331

Фрактальный

анализ, 288

рекуррентный процесс, 182

рыночный куб, 258

Фундаментальный

анализ, 38, 39, 161

аналитик, 39

Функция, 263

Фьючерс, 81, 86, 312

Фьючерсная цена, 43

Фьючерсный контракт, 90

## Х

Хаос, 186

“Хвост” распределения, 206

Хедж, 113

Хеджевый фонд, 146, 312

Хеджирование, 113

## Ц

Цена исполнения опциона, 322

Ценная бумага, 34

Ценовая диаграмма, 48, 254

Ценовой тренд, 139

## Ч

Чартист, 39, 67, 120, 226, 294

Честная игра, 88, 91

## Ш

Шанс, 59

Ширина размаха, 223

## Э

Экзогенные рыночные  
факторы, 290

Экзогенный эффект, 53

Экзотический опцион, 27, 47, 119,  
161, 324

Эконометрист, 27

Эконометрическая модель, 77

Эконометрические методы, 27

Эконометрия, 207

Экономическая модель, 27

Эконофизика, 28, 38

Экспоненциальный закон, 197

Эксцесс, 135, 136, 347

Эндогенная активность  
рынка, 290, 291

Эндогенный эффект, 53

Эффективный

портфель ценных бумаг, 101, 115  
рынок, 90, 93, 284

Эффект

Иосифа, 247, 248, 251, 358

мелких фирм в январе, 141

модного увлечения, 138

Ноя, 247, 248, 251, 358

соотношения

рынок-отчет, 142

цена-прибыль, 141

Херста, 332



*Научно-популярное издание*

**Бенуа Мандельброт,  
Ричард Л. Хадсон**

# **(Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах**

Литературный редактор	<i>И.В. Корниенко</i>
Верстка	<i>М.А. Смолина</i>
Художественный редактор	<i>В.Г. Павлютин</i>
Корректоры	<i>А.В. Луценко, В.В. Смоляр</i>

Издательский дом “Вильямс”.  
101509, Москва, ул. Лесная, д. 43, стр. 1.

Подписано в печать 20.04.2006. Формат 70×100/16.  
Гарнитура PetersburgС. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 32,25. Уч.-изд. л. 21,65.  
Тираж 3000 экз. Заказ № 2559.

Отпечатано с диапозитивов  
в ОАО “Печатный двор” им. А. М. Горького.  
197110, Санкт-Петербург, Чкаловский пр., 15.